Г.Л. Бродецкий

СИСТЕМНЫЙ АНАЛИЗ В ЛОГИСТИКЕ

***

ВЫБОР В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ

УЧЕБНИК

Москва - 2010

Бродецкий Г.Л. Системный анализ в логистике. Выбор в условиях неопределенности / – М.: Academia, 2010. - 336 стр.

ISBN: 978-5-7695-5972-3

Рецензенты:

В.И.Сергеев - д.э.н., профессор, президент Международного центра логистики ГУ-ВШЭ, президент Национальной логистической ассоциации России, член президиума ELA

В.В.Дыбская - д.э.н., профессор, зав. кафедрой логистики ГУ-ВШЭ, директор Международного центра логистики ГУ-ВШЭ

Е.И.Зайцев - д.э.н., профессор кафедры логистики и организации перевозок Санкт-Петербургского государственного инженерно-экономического университета

В книге рассмотрены методы и модели анализа и выбора эффективных решений в условиях неопределенности для систем логистики. Уделяется внимание их специфике применительно к задачам управления запасами в условиях неопределенности. Анализируются аномальные феномены «блокировок» выбора альтернатив при оптимизации таких систем. Представлены специальные модификации традиционных критериев выбора, позволяющие устранять указанные феномены, чтобы более эффективно адаптировать наилучший выбор альтернативы к предпочтениям лица, принимающего решения. Иллюстрируются методы анализа и оптимизации таких систем с учетом временной стоимости денег.

Книга предназначена для студентов и аспирантов экономических специальностей. Автор надеется, что она будет также полезна и для широкого круга менеджеров и предпринимателей, желающих более эффективно организовать свой бизнес.

ПРЕДИСЛОВИЕ

Задачи анализа и выбора эффективных решений в условиях неопределенности при оптимизации систем логистики и, в том числе, применительно к задачам управления цепями поставок являются исключительно важными. В частности, к ним относятся и задачи указанного типа при оптимизации систем управления запасами. Существующие постановки задач и модели оптимизации таких систем не позволяют менеджеру в области логистики учитывать весьма важные атрибуты системного анализа, обусловливаемые, с одной стороны, необходимостью нахождения наилучших решений в условиях неопределенности, а с другой стороны, - необходимостью учета временной стоимости денег. Чтобы предусмотреть указанную особенность при выборе наиболее эффективного варианта организации работы системы логистики, менеджер сегодня сталкивается с новыми постановками задач оптимизации таких систем и соответственно с новыми подходами к их решению.

Цель данной книги - помочь менеджерам и практикам, работающим в области логистики, в освоении современных подходов и методов для принятия решений в условиях неопределенности. Многие руководители подразделений или служб логистики, например, - в сфере среднего бизнеса, в свое время не изучали соответствующих курсов. Поэтому возможность понять основы подхода к оптимизации систем логистики в условиях неопределенности, а также освоить имеющиеся современные подходы и методы для нахождения наилучших решений (в частности, предусматривающих стратегии диверсификации поставок, причем также с учетом временной стоимости денег), может быть для них интересна и полезна с учетом перспектив их использования на практике. В книге представлены соответствующие разделы курса «Основы системного анализа в логистике», читаемого в ГУ-ВШЭ и курса «Оптимизационные методы и модели принятия решений в логистике», читаемого в Международном центре Логистики ГУ-ВШЭ. По этим курсам в настоящее время отсутствуют необходимые учебные материалы. Поэтому данная книга также преследует и следующую цель – частично восполнить такой пробел.

Термины «теория систем, системный анализ и системный подход» несмотря на период более 40 лет их активного использования все еще не нашли общепринятого стандартного истолкования (в частности, и применительно к бурно развивающемуся научному направлению – исследованиям логистики). Основной причиной этого, является принципиальная возможность использования системного подхода, практически, в любой решаемой задаче. Применительно к исследованиям логистики даже в определении самого понятия логистическая система можно обнаружить (см., например, [1-3]) достаточно много предложенных вариантов определений, часть из которых базируется на глубоко философских подходах, а другая использует специфические особенности и обстоятельства, побуждающие к решению практических задач логистики системного плана.

Системный анализ – это методология решения крупных проблем, основанная на концепции систем. В центре методологии системного анализа находится операция количественного (качественного) сравнения альтернатив для выбора одной, подлежащей реализации. Чтобы получаемые в рамках анализа оценки позволяли вести сравнение альтернатив, они должны отображать существенные свойства альтернатив: выходной результат, эффективность, стоимость, издержки и др. Достичь этого можно, если учтены все элементы альтернативы, их взаимосвязи и даны соответствующие правильные оценки. Момент зарождения теории систем и системного анализа соотносят с серединой прошлого столетия. Тогда по мере развития кибернетики соответствующая отрасль прикладных знаний сформировалась в самостоятельный раздел. Ветви теории систем и системного анализа легко прослеживаются во многих «ведомственных кибернетиках»: биологической, медицинской, технической, экономической и, в частности, логистической. Интерпретацию основных понятий теории систем применительно к логистическим системам можно найти, например, в [2].

Унификацией и стандартизацией терминологии по логистике за рубежом в настоящее время занимаются в основном две организации: Совет логистического менеджмента США (Council of Logistics Management, CLM) и Европейская логистическая ассоциация (European Logistics Association, ELA). Современная трактовка понятия «логистика» с позиций бизнеса неоднозначна и зависит от страны, логистической школы (направления) и конкретного исследователя. Определение логистики в литературных источниках обычно даётся в широком и/или узком смысле [2]:

- в широком смысле: «Логистика — наука об управлении материальными потоками, связанной с ними информацией, финансами и сервисом в определенной микро-, мезо- или макроэкономической системе для достижения поставленных перед нею целей с оптимальными затратами ресурсов»;

- в узком смысле (т.е. с позиций бизнеса): «Логистика — инструментарий интегрированного управления материальными и связанными с ними информационными, финансовыми потоками, а также сопутствующим сервисом, способствующий достижению целей организации бизнеса с оптимальными затратами ресурсов».

Методология системного анализа является универсальным средством исследования и проектирования сложных систем разнообразной природы. Это относится и к логистическим системам. Поэтому очень сложно однозначно систематизировать все задачи и методы, которые используются при её использовании. Теория систем и системный анализ используют достижения многих отраслей науки и такое, образно говоря, «поглощение» непрерывно расширяется. Однако, наряду с этим, в системном анализе и теории систем имеется своё «ядро», свой особый метод – системный подход к анализу соответствующих проблем и задач. Его сущность на содержательном уровне весьма проста: все элементы анализируемой системы и все операции в ней необходимо рассматривать как одно целое, только в совокупности и с учётом имеющихся взаимосвязей. При этом должны соблюдаться определенные положения и принципы. Их, кратко, можно охарактеризовать следующим образом (см., например, [Корнилов Г.И. Основы теории систем и системного анализа. – Кривой Рог: ИДА, 1996]).

1. Принятие того факта, что систему нельзя рассматривать как простое объединение её элементов: постулируется взгляд на систему как на одно целое с соответствующими целями, свойствами и т.п..
2. Признание того, что свойства системы определяются не простым перечислением свойств её элементов. Другими словами, постулируется возможность того, что система обладает особыми специфическими свойствами, которых может и не быть у отдельных её элементов (так называемый синергетический эффект).
3. Понимание того, что в соответствии с целью создания системы в качестве важнейшего атрибута анализа системы выступает её эффективность: постулируется принцип максимизации эффективности системы.
4. Принятие того, что нельзя рассматривать систему в отрыве от окружающей среды. Другими словами, постулируется обязательность учёта внешних связей и / или, в общем виде, требование рассматривать систему как часть (подсистему) некоторой более общей системы.
5. Приняв необходимость учёта «внешней среды» и признавая логичность рассмотрения конкретной системы как части некоторой более общей (большей) системы постулируется возможность / необходимость деления или декомпозиции данной системы на части или подсистемы.

Практическое применение системного анализа в исследованиях логистики предусматривает, как правило, реализацию следующих основных этапов:

- содержательная постановка задачи для соответствующей цепи поставок;
- построение модели в формате изучаемой системы или подсистемы логистики;
- моделирование системы и нахождение наилучшего решения;
- учет «внешних» условий (как говорят, «состояний природы») в формате решения;
- реализация решения.

Естественно, что в некоторых случаях возможны ситуации, для которых нет необходимости учитывать «состояния природы». Применительно к таким моделям анализа систем логистики говорят о принятии решений (или о стратегии управления) в условиях определённости. Применительно к задачам системного анализа в исследованиях логистики соответствующие «состояния природы» или внешние воздействия, как правило, необходимо учитывать. Например, при анализе систем, связанных с реализацией доставки грузов или товаров, это может быть обусловлено необходимостью учёта температурных условий, случайных задержек по времени, порчей или пропажей части груза и т.п. В системах управления запасами также необходимо учитывать фактор случайного спроса, в системах логистики, описываемых моделями теории массового обслуживания – случайный характер потоков «клиентов» или заявок на обслуживание, а также фактор случайных издержек (времени, ресурсов) на их обслуживание и т.д. При анализе моделей систем такого типа говорят, что приходится выбирать решения (управлять системой) в условиях неопределённости [7-9] (если вероятности «состояний природы» неизвестны) или в условиях риска [6] (если соответствующие вероятностные распределения известны).

Модели исследуемых систем логистики строятся с учётом соответствующих особенностей анализируемых систем и процессов. При этом, как уже было отмечено выше, используются методы и модели, развиваемые во многих научных направлениях. Подчеркнём также следующие особенности задач анализа и оптимизации решений в рамках соответствующих моделей, которые свойственны исследованиям логистики, зачастую являясь их неотъёмлемыми атрибутами. А именно, весьма часто постановка таких задач приводит к формулировкам нескольких целей одновременно (при этом, зачастую и противоречивых). Например, желание повысить (с одной стороны) качество логистического сервиса и стремление (с другой стороны) снизить издержки приводит, очевидно, к противоречивым критериям. Поэтому в формате задач системного анализа в исследованиях логистики требуется умение проводить соответствующий анализ с учётом многокритериальности задач оптимизации. При этом также требуется решать проблемы согласования целей, находить приоритеты и компромиссы для проектируемых систем логистики.

Указанные особенности задач системного анализа, связанные с оптимизацией решений в исследованиях систем логистики, обуславливают необходимость использования соответствующих специальных методов и подходов. В данной книге они представлены применительно к задачам анализа и нахождения наилучших решений в условиях неопределенности.

Книга содержит три раздела. В первом разделе в главах 1 – 3 представлены классические, производные и составные (позволяющие дополнительно учитывать возможность допустимого риска потерь дохода и имеющиеся требования к приемлемой компенсации такого риска) критерии принятия решений в условиях неопределенности. Даны иллюстрации возможностей их применения в исследованиях логистики. В частности показано, что реализация оптимизационных моделей такого типа в конкретных ситуациях может потребовать дополнительной их модификации и соответствующей формализации с учетом специфики практического использования. Например, -

- с учетом требований менеджера учитывать возможные потери, обусловливаемые доставкой товара, наличием возвратных потоков товаров из-за претензий к его качеству; а также обусловливаемые изменениями цены поставки, цены реализации товара, изменениями спроса и т.д.;
- с учетом специфики анализируемых решений, обусловливаемых возможностью использования стратегий диверсификации поставок между поставщиками при оптимизации соответствующих систем управления запасами;
- с учетом временной стоимости денег (т.е. соответствующих процентных ставок, действующих на рынке) в соответствующих оптимизационных моделях систем управления запасами в условиях неопределенности;
- с учетом специфики отношения к риску и возможным потерям соответствующего конечного экономического результата, которая соответствует системе предпочтений лица, принимающего решения.

Методы теории принятия решений в условиях неопределенности позволяют находить наилучшие эффективные решения применительно к таким задачам с учетом указанной специфики. Для этого в теории разработаны указанные выше классы критериев оптимизации в условиях неопределенности.

В реальных приложениях логистики арсенал имеющихся и разработанных в теории критериев принятия решений в условиях неопределенности может оказаться недостаточным, чтобы в приемлемой степени соответствовать системе предпочтений лица, принимающего решения. Соответствующие особенности подчеркиваются, иллюстрируются и обосновываются во втором разделе книги. Поэтому, в указанном разделе предложены специальные подходы и методы для модификации критериев выбора, чтобы обеспечить лучшую их адаптацию к предпочтениям лица, принимающего решения. При этом учитываются атрибуты соответствующих задач выбора эффективных решений, относящихся к системам управления запасами. Указанные подходы представлены в главах 4 - 6 .

В частности, в главе 4 особое внимание уделяется таким модификациям, которые позволяют лицу, принимающему решения, «нацеливать» аппарат линий уровня соответствующих критериев выбора на так называемую утопическую точку поля полезностей. Цель такого «нацеливания» будет понятна любому менеджеру:

1) приблизить выбор к области значений наилучших экономических показателей, представленных указанной утопической точкой в пространстве доходов;
2) при этом сохранить структуру линий уровня критерия, например, уже адаптированную применительно к конкретному лицу, принимающему решения.

В главе 5 представлены атрибуты анализа систем управления запасами в условиях неопределенности для ситуаций, когда среди альтернативных решений формализуются также и стратегии диверсификации поставок от разных поставщиков. Доказано, что в формате традиционных критериев теории любые стратегии диверсификации могут оказаться априори «заблокированными» для выбора их в качестве оптимальных. Это относится, в частности, и к тем стратегиям диверсификации, которые не будут доминированы никакими другими альтернативными решениями и даже, более того, с точки зрения менеджера или руководителя бизнеса могут быть, например, самыми предпочтительными. Указаны / обоснованы причины, обусловливающие возможность таких аномальных феноменов. Подчеркивается, что применительно к таким ситуациям менеджерам по логистике потребуются дополнительно новые специальные модификации известных критериев выбора наилучших решений в условиях неопределенности. Другими словами, при создании эффективных систем управления запасами им потребуются более «гибкие» инструменты или подходы к модификации известных критериев выбора решений в условиях неопределенности, чтобы обходить или устранять указанные аномальные феномены блокировки выбора стратегий диверсификации поставок при управлении запасами.

А именно, - такие, которые позволят менеджеру или лицу, принимающему решения, обеспечить частичное «нацеливание» аппарата линий уровня соответствующих критериев на утопическую точку поля полезностей в пространстве доходов. Указанный эффект обеспечивается за счет сдвига семейства линий уровня по направлению к указанной утопической точке поля полезностей. На формальном уровне указанный подход к модификации критериев выбора в условиях неопределенности потребует от менеджера лишь реализации определенных процедур над элементами так называемой матрицы полезностей (указанные элементы представляют показатели дохода в зависимости от конкретного решения и возможной внешней ситуации). Выбирая параметры «сдвига» менеджер получает возможность более эффективно адаптировать выбор в условиях неопределенности применительно к предпочтениям лица, принимающего решения. Соответствующие подходы также представлены в этом разделе (глава 6).

В третьем разделе книги методы и модели анализа и выбора решений в условиях неопределенности реализуются применительно к задачам повышения эффективности систем управления запасами. Как при оптимизации стратегии управления запасами учитывать особенности, обусловливаемые отсутствием информации относительно ряда параметров модели? На основе какого критерия добиваться оптимизации? Какие критерии не блокируют выбор стратегий диверсификации поставок при управлении запасами? Как модифицировать приемлемый для лица, принимающего решения, критерий выбора, чтобы исключить аномальный феномен блокировки выбора для стратегий диверсификации поставок? Ответ на эти и многие другие важные вопросы можно будет найти в указанном разделе.

В этой части книги соответствующие задачи, относящиеся к повышению эффективности работы системы управления запасами, представлены применительно к моделям принятия решений в условиях неопределенности. При формализации задачи оптимизации рассматриваются и моделируются различные ситуации, обусловливаемые комбинациями соответствующих факторов, которые требуют учета в рамках концепции неопределенности: годовое потребление товара, цена его приобретения / поставки, цена его реализации, случайные потери прибыли, обусловливаемые возвратными потоками из-за претензий к качеству товара, и т.д.

Кроме того, при построении эффективной модели системы управления запасами могут учитываться возможности выбора поставщиков и, в частности, использоваться стратегии диверсификации поставок. Такие особенности также учитываются в рамках рассмотренных в книге задач оптимизации. При этом, в отличие классических постановок, задача оптимизации стратегии управления запасами рассматривается как задача максимизации прибыли, а не как задача минимизации общих суммарных годовых издержек. Проведен анализ и представлена формализация соответствующей задачи оптимизации как задачи выбора наилучшего решения в условиях неопределенности. Представлен подход к повышению эффективности таких систем на основе учета временной стоимости денег, т.е. на основе учета процентных ставок, действующих на рынке. При этом показано, что:

- с одной стороны, соответствующий подход модифицирует оптимизационную модель таким образом, что он и сам по себе уже является средством, которое менеджер может использовать для «обхода» / устранения указанного выше аномального феномена «блокировки» выбора стратегий диверсификации поставок в качестве оптимальных решений для системы управления запасами в условиях неопределенности;
- с другой стороны, рекомендации на его основе проиллюстрируют эффективность именно таких стратегий управления запасами, параметры которых обусловят значительное (порядка 40% - 60%) уменьшение оптимального размера заказа для моделей с учетом временной стоимости денег (и, естественно, соответствующее сокращение имеющих место издержек хранения);
- это, в свою очередь, также позволит дополнительно сократить и объемы страховых запасов, и объемы «замороженных» в запасах соответствующих денежных средств, поскольку они напрямую зависят от размера заказа при поставках (сокращение того же порядка 40% - 60%).

Для иллюстрации изложенных методов и моделей оптимизации решений в условиях неопределенности рассмотрены примеры задач из области экономических и логистических приложений.

Книга представляет материалы гранта: «Индивидуальный исследовательский проект № 07-01-107 «Оптимизация решений в условиях неопределенности для систем управления запасами», выполнен при поддержке ГУ-ВШЭ».

В условиях высокой неопределенности рыночной экономики особенно важно уметь использовать указанные методы. Поэтому данная книга может быть полезна не только студентам экономических вузов, но и широкому кругу практиков, побуждая их интерес и внимание к возможностям использования представленных здесь методов для более эффективной организации своего бизнеса. В том числе, - и в рамках конкретных задач оптимизации, связанных с работой звена / звеньев цепи поставок в условиях неопределенности применительно к соответствующим системам логистики.

РАЗДЕЛ I. ОПТИМИЗАЦИЯ РЕШЕНИЙ ДЛЯ СИСТЕМ ЛОГИСТИКИ В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ. КРИТЕРИИ ВЫБОРА И ИХ МОДИФИКАЦИИ

Стремительное развитие логистики в условиях рыночной экономики, которое мы наблюдаем последнее десятилетие, все отчетливее подчеркивает следующую специфику применительно к задачам системного анализа и оптимизации логистических систем. А именно, все чаще и чаще соответствующие задачи приходится формулировать и решать как задачи, которые относят к задачам принятия решений в условиях неопределенности.

К задачам анализа решений в условиях риска и неопределённости в системах логистики относят задачи, для которых из-за влияния внешних, не зависящих от лица, принимающего решения (далее – ЛПР), случайных воздействий или факторов конечный экономический результат заранее не определён. При этом, если статистические данные, характеризующие такие возможные случайные воздействия (вероятности различных ситуаций, влияющих на экономический результат; законы распределения вероятностей для ожидаемых доходов или издержек и т.п.), известны, то в таком случае говорят о принятии решений в условиях риска. Разработанные классические, неоклассические и современные методы принятия решений в условиях риска, а также методы управления рисками для такого типа задач, существенно используют соответствующую статистическую информацию. Вопросы принятия решений в условиях риска применительно к системам логистики и в задачах управления цепями поставок, как отмечено в [1-3], еще требуют серьезной проработки. В этой книге задачи такого типа не рассматриваются. С методами и возможностями управления рисками в системах логистики с использованием подходов теории риска можно познакомиться по соответствующей литературе (см., например, [4-9]).

Если необходимые для принятия решений статистические данные отсутствуют (или имеется недоверие к таким данным, а, следовательно, и недоверие к рекомендациям, которые будут получены на их основе), то задачи указанного типа относят к задачам анализа решений в условиях неопределённости. С некоторыми такими задачами также можно познакомиться по литературе, представленной в библиографическом списке.

В этой части книги будут приведены необходимые атрибуты теории, позволяющие формализовать такие задачи как задачи оптимизации решений в условиях неопределенности, в формате которых будет учитываться отношение ЛПР к неопределенности конечного результата дохода. Соответственно будут представлены классические, производные и составные критерии принятия решений в условиях неопределенности. Кроме того, будут проиллюстрированы некоторые особенности их использования при оптимизации систем логистики.

В следующих двух частях книги будут представлены специальные обобщения и модификации для указанных критериев принятия решений в условиях неопределенности применительно к анализу и оптимизации таких логистических систем, как системы управления запасами.

ВВЕДЕНИЕ

Задачи принятия решений в условиях неопределенности применительно к различным моделям систем логистики могут существенно отличаться друг от друга. В частности, это может быть обусловлено спецификой факторов, случайное влияние которых требуется учесть. Соответствующие оптимизационные модели в рамках задач управления цепями поставок, как подчеркнуто в [1-3], еще требуют серьезной проработки, в частности – в формате реализации *“высоко интерактивного, комплексного подхода при одновременном рассмотрении и учете многих актов обмена”*.

Это обращает внимание и на то, что при решении указанных задач управления приходится иметь дело с ситуациями, когда нахождение оптимального решения осложняется необходимостью одновременного учета различных групп факторов и соответствующих сценариев их случайного воздействия на работу логистической системы. Кроме того, соответствующие факторы и сценарии должны быть синтезированы в единую оптимизационную модель с конкретными альтернативными решениями, которые необходимо анализировать, в том числе и по требованию ЛПР. На современном бурном этапе развития логистики такие оптимизационные модели требуют учета целого ряда специфических особенностей, которые ранее в теории принятия решений в условиях неопределенности не рассматривались. Чтобы предусмотреть такие особенности при организации соответствующих систем логистики, современный менеджер сталкивается с новыми постановками задач оптимизации указанных систем и соответственно с новыми подходами к их решению. Естественно, у менеджеров, работающих в соответствующих областях бизнеса, при этом может меняться взгляд как на структуру самих оптимизационных моделей систем логистики, так и на критерии оптимизации в рамках таких моделей. Достаточный перечень таких критериев при нахождении оптимальных решений дает менеджеру возможность адаптировать выбираемое решение применительно к имеющимся предпочтениям ЛПР в рамках конкретного бизнеса.

Необходимо сразу же подчеркнуть следующую особенность, традиционно присущую решениям оптимизационных задач в условиях неопределённости. Каждое ЛПР может иметь своё отношение к рискам или потерям в рамках анализируемых ситуаций. Поэтому, определяя для одной и той же задачи принятия решений в условиях неопределённости наилучшее (оптимальное) решение, но применительно к разным участникам рынка (разным ЛПР), менеджер может находить соответственно различные рекомендации, т.е. различные наилучшие решения. В этом нет никакого противоречия, поскольку каждый участник рынка может и должен уметь реализовать именно свой опыт и своё отношение к риску и возможным потерям в формате конечного экономического результата при нахождении наилучшего / оптимального решения. Более того, такая особенность заранее предусматривается методами и процедурами оптимизации самой теории принятия решений в условиях неопределённости. Она может быть реализована, в частности, на основе соответствующего аппарата «линий уровня» (их в некоторых случаях еще образно называют «кривыми безразличия») для конкретных используемых критериев принятия решений, характеризующих отношение ЛПР к риску и неопределённости конечного экономического результата. Естественно, такой аппарат будет представлен ниже. Сначала приведем необходимые атрибуты теории для формализации задачи принятия решений в условиях неопределенности.

Формальная постановка задачи принятия решений в условиях неопределённости. Для формализации каждой конкретной оптимизационной задачи при анализе системы логистики в условиях неопределенности необходимо реализовать следующие процедуры.

1. Определить множество $\{\theta_1, \theta_2, ..., \theta_n\}$ всех возможных внешних ситуаций (не зависящих от ЛПР), которые влияют на экономический результат соответствующих решений в рамках анализируемого проекта (сделки, предложения и т.п.). Указанный набор ситуаций $\{\theta_j, j = \overline{1,n}\}$ должен представлять собой *полную группу событий*. Последнее означает, что должны выполняться следующие два условия:

1.1. $\forall (k,l) \quad \theta_k \cap \theta_l = \phi$

(т.е. одновременное наступление любых двух событий такой полной группы - невозможно);

1.2. $\bigcup_{j=1}^{n} \theta_j = \Omega,$

(т.е. одно из событий полной группы наступит обязательно).

Здесь Ω обозначает пространство всех элементарных исходов. Подчеркнем, что вероятности $q_i = P\{\theta_j\}$ для случайных событий соответствующей полной группы событий, вообще говоря, неизвестны. Вопрос о том, рассматривать или нет в формате соответствующей модели конкретное случайное событие, решает непосредственно ЛПР.

2. Составить перечень $\{X_1, X_2, ..., X_m\}$ *всех альтернативных решений*, которые требуется анализировать, и для которых экономический результат будет зависеть от реализованной «внешней» ситуации, т.е. будет зависеть от того, какое из событий полной группы $\{\theta_j, j = \overline{1,n}\}$ (выделенной на предыдущем шаге) наступит. Подчеркнем, что вопрос о том, рассматривать или нет в рамках соответствующего анализа конкретную альтернативу, также решает непосредственно ЛПР.

3. Определить ожидаемые доходы a_{ij} для случаев, когда будет принято решение X_i (из множества указанных выше анализируемых альтернатив), а внешняя, не зависящая от ЛРП, ситуация сложится такая, которая соответствует событию θ_j (из множества событий полной группы, влияющих на экономический результат). Эти доходы представляют соответствующими конечными результатами выручки или прибыли (по желанию менеджера). Они оформляются в виде матрицы $A = (a_{ij})$, которую в теории называют *матрицей полезностей* (чтобы отличать ее от матрицы другого типа, которую далее будем называть *матрицей потерь*). Структура матрицы полезностей - следующая:

$$A = \begin{array}{c} \\ X_1 \\ X_2 \\ \cdots \\ X_m \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccccc} \theta_1 & \theta_2 & \theta_3 & \ldots & \theta_n \end{array} \\ \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \ldots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \ldots & a_{2n} \\ \cdots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ a_{m1} & a_{m2} & a_{m3} & \ldots & a_{mn} \end{pmatrix} \end{array}$$

(как видим, элемент a_{ij} стоит на пересечении i-ой строки, которая соотносится с решением X_i, и j-го столбца, который соотносится с внешней ситуацией θ_j).

4. Наконец, для представленной таким образом задачи принятия решения в условиях неопределённости далее требуется из рассматриваемого множества альтернативных решений $\{X_i, i = \overline{1,m}\}$ *выбрать одну альтернативу* (наилучшую для конкретного ЛПР). Понятие наилучшей альтернативы будет формализовано ниже на основе соответствующего аппарата линий уровня в пространстве доходов.

Далее в главах 1-3 будут рассмотрены три группы критериев, которые можно использовать (либо непосредственно, либо на основе специальной их модификации) для реализации наилучшего выбора при оптимизации систем логистики или соответствующих звеньев цепей поставок. Затем в главах 4 – 6 будут представлены их модификации и обобщения, которые необходимы, чтобы менеджер имел возможность учитывать специфические особенности моделей оптимизации применительно к системам логистики (в частности, систем управления запасами).

ЗАМЕЧАНИЕ. При определении числа событий полной их группы (в множестве $\{\theta_1, \theta_2, ..., \theta_n\}$ всех возможных ситуаций, влияющих на экономический результат), которые необходимо учесть при анализе решений, удобно пользоваться основным правилом комбинаторики. Сформулируем сначала это правило применительно к случаю, когда учитываются только два фактора, каждый из которых обусловливает свой специфический вид неопределённости, отражающийся на экономическом результате. Например, пусть далее I-ый фактор – это температура внешней среды при доставке товара; а II-ой фактор – возможные задержки в пути. Пусть для первого из них в модели требуется учесть n_1 различных сценариев (вариантов или способов) развития событий, а для второго - n_2. Тогда, согласно указанному правилу, при формализации соответствующей полной группы событий всего необходимо учесть $n_1 \cdot n_2$ различных сценариев / вариантов развития событий. Основное правило комбинаторики естественным образом распространяется на случай произвольного числа учитываемых факторов.

В частности, пусть в рамках оптимизационной модели для задачи принятия решений в условиях неопределённости, связанной с выбором способа поставки товара, при анализе конечного экономического результата от менеджера требуется учесть только следующие два фактора, которые влияют на указанный конечный экономический результат в зависимости от решения ЛПР по упаковке товара:

- I – температуру t^0 внешней среды при доставке товара;
- II – возможные сроки $t_{зад}$ задержки товара в пути.

При этом для первого фактора требуется учесть только два сценария развития событий:

T_1^0 - ситуация, когда $t^0 \le 10^0$;

T_2^0 - ситуация, когда $t^0 > 10^0$;

а для второго фактора требуется учесть соответственно три возможных сценария:

t_1 - ситуация, когда $t_{зад} \le 1$ (суток);

t_2 - ситуация, когда $t_{зад} \in (1;2]$ (суток);

t_3 - ситуация, когда $t_{зад} > 2$ (суток).

Тогда применительно к такой задаче при формализации полной группы событий $\{\theta_j\}$ необходимо учесть $2 \cdot 3 = 6$ вариантов развития событий. А именно, для лучшего понимания представим эти варианты:

- θ_1 - ситуация, когда одновременно реализуются события T_1^0 и t_1;
- θ_2 - ситуация, когда одновременно реализуются события T_1^0 и t_2;
- θ_3 - ситуация, когда одновременно реализуются события T_1^0 и t_3;
- θ_4 - ситуация, когда одновременно реализуются события T_2^0 и t_1;
- θ_5 - ситуация, когда одновременно реализуются события T_2^0 и t_2;
- θ_6 - ситуация, когда одновременно реализуются события T_2^0 и t_3.

Обратим внимание на следующее. Понятно, что указанные сценарии для рассматриваемых здесь факторов могут быть (и всегда будут) реализованы совместно в некоторых комбинациях. Тем не менее, представленный подход показывает, как можно формализовать соответствующее множество случайных событий, чтобы оно образовывало именно *полную группу событий*. В частности, подчеркнем, что никакие два события из указанной выше группы $\{\theta_j\}$, *j*=1, 2, …, 6, не могут наступить одновременно. Как уже отмечалось, соответствующий подход естественным образом распространяется на случай произвольного числа учитываемых факторов. В таком случае, чтобы определить число событий полной группы, необходимо перемножить показатели числа различных сценариев для каждого анализируемого фактора.

Атрибуты сравнения альтернатив в условиях неопределённости. Проиллюстрируем некоторые возможные подходы к сравнению альтернативных решений в условиях неопределённости сначала следующим простым условным примером.

ПРИМЕР В1. Пусть, например, после формализации задачи принятия решений при оптимизации некоторого звена цепи поставок выделено множество $\{\theta_j, j = \overline{1,4}\}$ из 4-х случайных событий полной группы, которые необходимо учитывать в рамках соответствующих решений. Кроме того, анализируется 5 альтернатив $\{X_i, i = \overline{1,5}\}$, причем соответствующая матрица полезностей (в млн. руб.) имеет вид:

Решения	Доходы при событиях:			
	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4
X_1	5	4	3	3
X_2	6	2	6	4
X_3	-3	6	2	12
X_4	3	9	1	5
X_5	7	1	5	3

Какое из этих альтернативных решений следует выбрать ЛПР, если никакой другой информации (например, о вероятностях наступления событий, влияющих на экономический результат) не имеется? В частности, можно предпочесть альтернативу X_1, так как при этом альтернативном решении гарантированный доход является самым большим: для любой реализации указанных случайных событий он будет не меньше, чем 3. Никакое другое альтернативное решение не гарантирует такого дохода (хотя при отдельных случайных событиях для других решений доход может быть и более предпочтительным). Но можно выбрать, например, альтернативу X_2 , обратив внимание на то, что только в одной из случайных реализаций (событие θ_2) это альтернативное решение уступает альтернативе X_1, а применительно ко всем остальным является более предпочтительным. Можно также выбрать, например, альтернативу X_4, заметив, что сумма всех возможных доходов для этого альтернативного решения является наибольшей. Кроме того, весьма оптимистичное ЛПР может предпочесть альтернативу X_3, т.к. этому альтернативному решению соответствует самый большой возможный доход (равный 12) при благоприятном стечении обстоятельств (если повезет с реализацией события θ_4). Можно также предпочесть и альтернативу X_5, например, если «ожидания» ЛПР в очень большой степени связаны именно с ситуацией θ_1, и т.д.

Как видим, ЛПР может реализовать много различных подходов при сравнении анализируемых альтернатив. Какое альтернативное решение в этой ситуации хотелось бы выбрать вам? Попробуйте ответить на этот вопрос именно сейчас, пока еще не изложены соответствующие традиционные рекомендации и атрибуты теории. Это, в частности, позволит затем сделать соответствующие сравнения и определить свое отношение к рекомендациям теории и представленным далее возможностям их адаптации применительно к собственным предпочтениям.

Для более глубокого понимания и иллюстрации особенностей процедур принятия решений в условиях неопределённости, которые будут представлены в последующих главах, удобно выделить случай $n=2$. Это случай, когда в формате рассматриваемой оптимизационной модели для задачи принятия решений в условиях неопределенности упрощенно допускаются только два возможных случайных события θ_1 и θ_2, влияющих на экономический результат. Другими словами, обратимся к модели, в рамках которой множество $\{\theta_1, \theta_2\}$ образует полную группу событий (например, некоторый фермер при построении модели задачи принятия решений в условиях неопределенности считает возможным учитывать лишь два события: θ_1 - неблагоприятные погодные условия; θ_2 - благоприятные). Для такой ситуации матрица полезностей $A = (a_{ij})$ имеет всего два столбца. При этом альтернативных решений может быть сколько угодно. Соответственно матрица полезностей может иметь любое число строк.

Далее элементы первого столбца (они соотносятся с событием θ_1) будем обозначать через U_i, где i – индекс соответствующего решения X_i. Аналогично элементы второго столбца (соотносимые с событием θ_2) далее обозначаем через V_i. Тогда каждое альтернативное решение X_i в матрице полезностей характеризуется вектором (U_i, V_i) соответствующих доходов при событиях θ_1 и θ_2. В декартовом пространстве $(U \times V)$, которое образно называем пространством доходов, такое альтернативное решение X_i представляется точкой (U_i, V_i). При этом, задавая конкретными точками все анализируемые решения $X_i, i = \overline{1, n}$, говорят о «поле полезностей», которое представляет собой минимальный прямоугольник, включающий все альтернативные решения (см. рис. В1).

Как уже было отмечено, поле полезностей содержит все точки, которые характеризуют анализируемые альтернативные решения $X_i, i = \overline{1, n}$ в указанном пространстве доходов. Дополнительно выделяют так называемую утопическую точку (***УТ***), которая соответствует условному (утопическому) решению $X_У$, представленному вектором доходов $(U_У, V_У)$ с наилучшими координатами:

$$U_У = \max_i \{U_i\} \qquad \text{и} \qquad V_У = \max_i \{V_i\}.$$

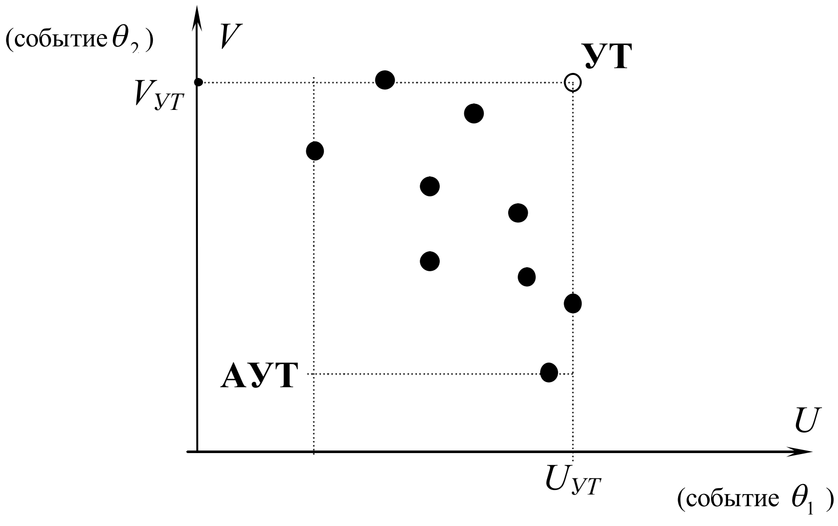


Рис. В1. Иллюстрация поля полезностей:

○ **УТ** - утопическая точка;
○ **АУТ** - антиутопическая точка;
● - точки, представляющие анализируемые решения.

Другими словами, утопическая точка ***УТ*** – это условная точка в пространстве доходов, координаты которой представлены наилучшими (наибольшими) элементами по соответствующим столбцам матрицы полезностей. Название ***УТ***, естественно, обусловливается тем, что среди анализируемых альтернативных решений $\{X_i, i = \overline{1,m}\}$ такой альтернативы, которую представляет точка $X_У$, как правило, не будет: иначе, не было бы и самой проблемы выбора наилучшего для ЛПР альтернативного решения. Любой участник рынка всегда предпочел бы альтернативу, которую представляет точка $X_У$. Для обоснования этого достаточно обратить внимание на то, что при любой «внешней» ситуации из полной группы событий доходы, которые соответствуют этому условному альтернативному «решению», - наилучшие.

Аналогично, говорят также и об антиутопической точке (***АУТ***), - см. рис. В1. Формально антиутопическая точка ***АУТ*** **-** это точка в пространстве доходов, координаты которой представлены наихудшими (наименьшими) элементами, соотносимыми с каждым случайным событием полной группы (по соответствующим столбцам матрицы полезностей).

Выбор наилучшего или оптимального для ЛПР альтернативного решения (из представленных в поле полезностей) подразумевает, как минимум, необходимость сравнения имеющихся альтернатив. Рассмотрим особенности таких процедур сравнения. Сравнивая какое-либо конкретное альтернативное решение, например X_0, с некоторыми другими альтернативами $(X_k, k \neq 0)$, возможны ситуации, которые представлены на рис. В2. Отметим такие ситуации.

Все теоретически возможные (отличные от X_0) альтернативные решения, для которых ни одна из координат (координата U либо координата V) не будет меньшей, чем соответствующая координата у решения X_0 (U_0 либо V_0), образуют *конус предпочтений* по отношению к X_0. Кроме того, все теоретически возможные решения, для которых ни одна из координат U либо V не является большей, чем соответственно U_0 либо V_0, образуют *антиконус* по отношению к X_0. На рис. В2 указанные области пространства доходов заштрихованы с разным наклоном. Остальные области в соответствующем декартовом пространстве называют конусами неопределенности. На рис В2 они не заштрихованы и отмечены как I и II. Разумеется, при сравнении конкретной альтернативы X_0 с любым другим альтернативным решением из соответствующего конуса предпочтений или антиконуса никаких проблем не возникает.

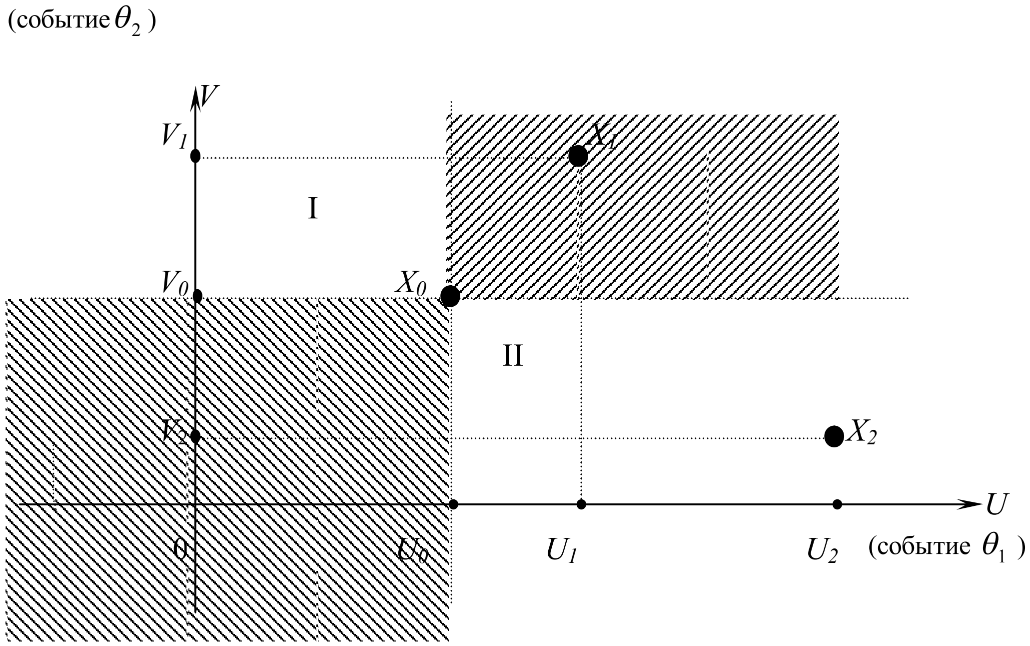


Рис. В2. Конус предпочтений и конуса неопределённостей.

В частности, применительно к рисунку В2 отметим, что альтернатива X_1 из конуса предпочтения (относительно X_0) будет для любого ЛПР предпочтительнее альтернативы X_0, т.к. в любой из ситуаций θ_1 или θ_2 соответствующий экономический результат будет лучшим. Итак, все альтернативные решения, для которых каждая компонента соответствующего вектора доходов из матрицы полезностей *A* будет не меньшей, чем аналогичная компонента альтернативы X_0, причем хотя бы в одной из ситуаций $\theta_j, (j = \overline{1,n})$ имеет место строгое неравенство, окажутся более предпочтительными, чем X_0, для любого ЛПР. Такие альтернативы также называют *доминирующими* по отношению к решению X_0. Соответственно альтернативу X_0 называют *доминируемой* по отношению к более предпочтительному альтернативному решению из конуса предпочтений.

Аналогично, для всех ЛПР любое альтернативное решение из антиконуса будет хуже, чем альтернатива X_0, т.к. в каждой из возможных внешних ситуаций θ_1 или θ_2 на рис. В2 (а в общем случае – ситуаций из множества $\{\theta_j, j = \overline{1,n}\}$) соответствующий экономический результат для альтернативы из антиконуса будет худшим, чем результат для альтернативы X_0. Такие альтернативы из антиконуса называют *доминируемыми* по отношению к альтернативе X_0 и их можно заведомо отбросить или не рассматривать при нахождении наилучшего альтернативного решения в условиях неопределенности.

Итак, все альтернативные решения, для которых каждая компонента соответствующего вектора доходов из матрицы полезностей *A* меньше (или равна) аналогичной компоненте альтернативы X_0, причём хотя бы в одной из ситуаций $\theta_j, j = \overline{1,n}$ имеет место строгое неравенство, будут заведомо худшими, чем X_0 для всех ЛПР.

Наконец, для альтернативных решений, которые представлены точками из конусов неопределённости (см. рис. В2), выбор по отношению к X_0 уже не является очевидным и может не быть одинаковым для всех ЛПР. Например, для альтернативы X_2 (на рис. В2) соответствующий доход U_2 в ситуации θ_1 будет большим, чем для альтернативы X_0 в этой же ситуации ($U_2 > U_0$), но зато соответствующий доход V_2 в ситуации θ_2 будет меньшим, чем для альтернативы X_0 $(V_0 > V_2)$. Имеющееся соотношение для выигрыша (в ситуации θ_1) и потерь (в ситуации θ_2) может устраивать одних ЛПР и не устраивать других.

Подчеркнем, что аналогичные рассуждения можно соотносить с декартовым пространством (пространством доходов) любой размерности. В частности, если при формализации оптимизационной модели для задачи принятия решения в условиях неопределенности ЛПР считает достаточным учитывать только три события в рамках полной группы таких событий, то каждое анализируемое решение будет представлено тремя показателями (по столбцам соответствующей матрицы полезностей). Соответственно, для графической интерпретации в этом случае удобно ввести уже трехмерное «пространство доходов». Каждое решение будет представлено точкой в указанном трехмерном пространстве. В этом пространстве понятие «поле полезностей» будет представлено уже некоторым параллелепипедом. Аналогичным образом изменится представление конуса предпочтения и антиконуса, а также конусов неопределенности. Приведите соответствующие интерпретации самостоятельно.

Таким образом, при сравнении альтернатив в условиях неопределенности может иметь место *неопределённость* (чаще всего именно так и бывает), характеризующая те особенности и затруднения, которые свойственны задачам интересующего нас типа. Каждое ЛПР старается реализовать именно свои предпочтения в условиях неопределённости экономического результата. Поэтому, для разных ЛПР результат сравнения альтернативы X_0 с альтернативой из конуса неопределённости может оказаться различным. Соответственно, менеджер должен учитывать это при нахождении оптимального решения. В частности, менеджеру требуется знать, что формальное задание соответствующих предпочтений для конкретного ЛПР можно реализовать на основе так называемого аппарата линий уровней. Отметим атрибуты такого понятия.

Понятие аппарата линий уровня. Один из формальных подходов, позволяющий проиллюстрировать возможности «раскрытия» неопределённостей указанного типа, состоит в привлечении так называемого аппарата линий уровня. С помощью таких линий можно характеризовать отношение конкретного ЛПР к неопределённости экономического результата в соответствующем поле полезностей.

Проиллюстрируем особенность указанного аппарата применительно к ситуации, представленной на рис. В3. А именно, пусть требуется сравнить альтернативное решение X_0 с некоторой другой альтернативой (например, из области конуса неопределённости II), которая в ситуации θ_2 дает экономический результат V^*, худший, чем результат решения $X_0 : V^* < V_0$ (см. рис. В3). Другими словами, альтернативное решение X_0 сравнивается с альтернативой из области конуса неопределённости II, которая на рис. В3 будет представлена некоторой точкой, расположенной где-то на некоторой линии, параллельной оси *“OU”* и проходящей через точку, координаты которой обозначим через $(0; V^*)$.

Возможные ситуации, связанные с таким сравнением охарактеризуем следующим образом.

I. С одной стороны, очевидно следующее. Отметим сначала один «крайний» случай, когда такая альтернатива, сравниваемая с X_0, будет представлена именно точкой $\hat{X}$ (принадлежащей в этом крайнем случае антиконусу по отношению к X_0). Тогда указанное альтернативное решение X_0 будет предпочтительнее, чем альтернатива $\hat{X}$. При этом подчеркнем, что такой результат сравнения будет характерен, и будет иметь место для всех ЛПР независимо от конкретной специфики их предпочтений и специфики бизнеса (из-за денежных потерь объемом $(V_0 - V^*)$ в случае наступления случайного внешнего события θ_2).

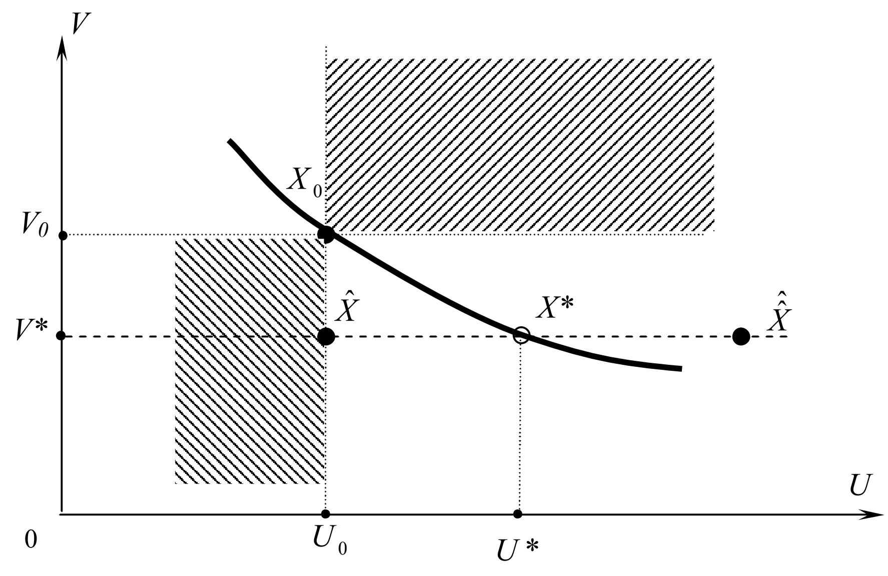


Рис. В3. Иллюстрация понятия линии уровня (конкретного ЛПР):

$(V_0 - V^*)$ - заданная величина потерь в случае наступления события θ_2;

$(U^* - U_0)$ - требуемая ЛПР компенсация соответствующих возможных потерь в случае наступления события θ_1;

X^* - альтернатива, эквивалентная решению X_0;

 - линия уровня, представляющая все точки, для которых соответствующие альтернативы эквивалентны X_0 (в рамках предпочтений конкретного ЛПР).

II. С другой стороны, для любого конкретного ЛПР всегда найдется такая «своя» точка $\hat{\hat{X}}$ (с достаточно большой координатой по оси OU, - см. рис. В3), лежащая на указанной выше линии, которая будет обладать следующим свойством. Альтернатива, соответствующая ей, будет для такого ЛПР более предпочтительной, чем альтернативное решение X_0. Например, это может быть обусловлено весьма хорошей ожидаемой (в случае наступления события θ_1) компенсацией потерь, которые были указаны выше применительно к случаю наступления события θ_2.

Следовательно, если отношение предпочтений ЛПР будет *транзитивным*, то между точками $\hat{X}$ и $\hat{\hat{X}}$ найдется единственная точка X^*, лежащая на указанной выше линии (на рис. В3 она выделена белым кружком), которая характеризуется следующими положениями.

1. Любая другая альтернатива, которая представлена некоторой точкой на указанной линии, но расположенной левее, чем X^*, будет для ЛПР худшей, чем альтернатива X_0.
2. Любая другая альтернатива, которая представлена некоторой точкой на указанной линии, расположенной правее, чем X^*, будет для ЛПР лучшей, чем альтернатива X_0.

ЗАМЕЧАНИЕ. Указанное выше свойство / требование *транзитивности* применительно к системе предпочтений ЛПР на формальном уровне означает следующее. Пусть ЛПР считает, что альтернатива А предпочтительнее альтернативы В (записываем это кратко в виде А $\rightarrow$ В). Кроме того, пусть ЛПР считает, что альтернатива В предпочтительнее альтернативы С (также записываем это кратко в виде В $\rightarrow$ С). Тогда свойство транзитивности означает, что в системе предпочтений этого ЛПР обязательно выполняется А $\rightarrow$ С (т.е. альтернатива А предпочтительнее, чем альтернатива С). Может показаться, что указанное свойство будет / должно всегда выполняться для любого ЛПР. Однако, тем не менее, это – не так (см. соответствующую иллюстрацию в примере В2). Поэтому требование его выполнения оговаривается в теории отдельно.

Специфику и особую важность свойства транзитивности применительно к системе предпочтений ЛПР (в рамках анализа соответствующих систем логистики) проиллюстрируем следующим образом. А именно, рассмотрим в качестве примера ситуацию, когда при анализе некоторой системы логистики при сравнении альтернативных решений ЛПР задает такое отношение предпочтений на множестве сравниваемых объектов / вариантов решений, которое «внешне» выглядит весьма естественным и приемлемым к практическому использованию. Однако, как мы увидим, анализ его свойств покажет, что реализация такого отношения для выбора наилучшего варианта может нанести существенный ущерб всей системе, причем именно из-за того, что не имеет место свойство транзитивности.

ПРИМЕР В2. Для иллюстрации указанной особенности достаточно рассмотреть весьма простую ситуацию, когда анализируются всего три альтернативных решения, например, связанные с выбором поставщика (обозначим анализируемые альтернативные варианты через А, В и С). Подчеркнем, что таких анализируемых альтернатив может быть, вообще говоря, сколько угодно (для иллюстрации возможности нарушения транзитивности в рамках соответствующих процедур анализа нам достаточно трех вариантов). Пусть при их сравнении учитывается ряд показателей, каждый из которых выступает в роли отдельного частного критерия:

1) качество поставляемого товара;

2) расстояние (влияющее, например, на издержки поставок);

3) надежность (или частота срывов поставок и соответствующие издержки).

Снова подчеркнем, что таких показателей также может быть сколько угодно (для иллюстрации нам также достаточно указанных трех). Пусть, для упрощения изложения, далее будет принято, что по каждому из этих частных критериев соответствующая «шкала» при сравнении указанных альтернативных вариантов содержит именно три позиции (вообще говоря, их снова может быть сколько угодно). Обозначим такие позиции следующим образом:

- Л – «лучшая позиция»;
- С – «средняя позиция»;
- П – «плохая позиция».

В соответствии с указанной шкалой пусть, например, исходно заданные для анализа альтернативные варианты для задачи выбора поставщиков А, В, и С имеют показатели, которые позволяют сравнивать эти альтернативы по каждому из рассматриваемых частных критериев. Соответствующие данные представлены в таблице В.1.

Табл. В.1.

Показатели альтернатив по частным критериям

Варианты	Показатели		
	«качество»	«расстояние»	«надежность»
А	Л	П	С
В	С	Л	П
С	П	С	Л

Наконец, пусть для сравнения указанных вариантов выбора поставщиков ЛПР использует следующий синтезированный критерий / алгоритм. Он формализуется на основе процедур попарного сравнения альтернатив. А именно, для каждой пары вариантов более предпочтительная альтернатива определяется следующим образом:

1) сначала пара альтернативных вариантов сравнивается по одному из показателей (последовательно будут учтены все три таких показателя), причем «победивший» вариант в каждом таком отдельном сравнении по одному показателю получает 1 балл;
2) та альтернатива (из сравниваемых двух), которая наберет в соответствующих турах попарного сравнения большую сумму баллов по всему множеству показателей, принимается в качестве более предпочтительной применительно к этой паре.

Покажем, что при такой организации процедур сравнения указанных альтернатив в системе предпочтений ЛПР будет нарушена транзитивность. Для доказательства отметим следующее. Легко видеть, что при указанном алгоритме определения лучшей альтернативы имеем:

- A→B (читаем «А предпочтительнее В");
- B→C (читаем «В предпочтительнее С").

Здравый смысл требует, чтобы при этом выполнялось A→C (т.е., чтобы выполнялось «А предпочтительнее С" и имело место свойство транзитивности предпочтений ЛПР). Однако не торопитесь с выводами. При формальной реализации процедур сравнения, тем не менее, в нашем случае имеем C→A (проверьте это самостоятельно, реализуя непосредственно правила представленного алгоритма сравнения пары альтернатив). Соответственно, как видим, нарушена транзитивность, причем в системе предпочтений ЛПР образовался цикл: «A→B→C→A». Более того, помимо отсутствия требуемой транзитивности обнаруживаем, что и так называемая ацикличность (отсутствие циклов в системе предпочтений ЛПР) также не имеет места.

Обратим внимание на то, что подобную ситуацию в рамках экономического анализа называют, образно, *«денежным насосом»*. При этом подразумевается, что применительно к такому ЛПР имеется возможность «выкачивать» деньги, грубо говоря, «в обмен на воздух». Действительно, пусть переход к выбору более лучшего варианта подразумевает некоторые дополнительные денежные затраты / уступки (по сравнению с менее предпочтительным вариантом). Тогда наличие цикла в системе предпочтений ЛПР позволяет в формате каждого такого цикла «выкачать» соответствующие денежные суммы из такого ЛПР с нетранзитивным отношением предпочтения без всякой отдачи. Это можно продолжать неограниченно долго (по крайней мере, теоретически). А именно, напомним, что каждый переход в рамках указанного цикла подразумевает определенные денежные уступки или потери для ЛПР. Соответственно возврат к тому же альтернативному решению в конце цикла иллюстрирует и подчеркивает следующее:

1) эти указанные суммарные денежные потери для ЛПР имеют место, поскольку каждый переход потребовал определенных денежных уступок (каждый переход воспринимается в системе предпочтений ЛПР как переход к лучшему решению);
2) они были для ЛПР напрасными, т.к. вернулись к решению, которое эквивалентно исходному.

Подчеркнем, что в реальной ситуации такой цикл может быть дополнительно «замаскирован». Например, это может быть реализовано следующим образом. Для выбора наилучшего решения ЛПР будет предложена следующая последовательность альтернатив

$$«A \to B \to C \to A'».$$

Здесь через A' обозначено еще одно альтернативное решение, параметры которого соответствуют параметрам альтернативы А, но для ЛПР эта альтернатива будет представлена как «новая», переход к которой снова потребует денежных уступок. Разумеется, такие «цепочки» (содержащие указанные выше циклы) можно продолжать, включая в рассмотрение по аналогии новые альтернативы B', C' и т.д.

Вернемся к проблеме сравнения альтернатив в пространстве доходов. Далее свойство транзитивности применительно к системе предпочтений ЛПР считаем выполненным. Тогда для любого альтернативного решения X_0 при его сравнении с альтернативой из конуса неопределённости можно утверждать следующее. На любой линии в соответствующем двумерном «пространстве доходов», которая параллельна оси *"OU"*, всегда найдётся точка, которая представляет *эквивалентную* по отношению к решению X_0 альтернативу в конусе неопределённости (точка X^* на рисунке В3). А именно, соответствующая альтернатива, представляемая такой точкой, обладает следующими свойствами.

- Применительно к указанной точке (точка X^* на рисунке В3) для данного ЛПР реализуется приемлемый "баланс" между возможной потерей $(v_0 - v^*)$ в случае наступления «плохого» события (θ_2) и требуемой этим ЛПР соответствующей компенсацией $(u_0 - u^*)$ в случае наступления «хорошего» события (θ_1).
- Применительно к любой точке, которая расположена на указанной прямой (параллельной оси *"OU"*), но левее, чем X^*, соответствующий баланс нарушен в худшую сторону. Поэтому все такие точки представляют возможные альтернативные решения, которые будут доминированы альтернативой X_0.
- Применительно к любой точке, которая расположена на указанной прямой (параллельной оси *"OU"*), но правее, чем X^*, соответствующий баланс нарушен в лучшую сторону. Поэтому все такие точки представляют возможные альтернативные решения, которые будут доминировать альтернативу X_0.

Теперь обратим внимание на следующее.

Поскольку здесь в наших рассуждениях величина v^* была произвольной, то эквивалентные по отношению к X_0 альтернативы для данного ЛПР (аналогичные X^*), имеются при любом значении v^*. Соединяя все такие, эквивалентные альтернативе X_0, точки рассматриваемого пространства получаем некоторую линию. Она представляет одну из так называемых «*линий уровня»* для данного ЛПР: все точки на этой линии представляют альтернативы, которые эквивалентны X_0 в рамках предпочтений этого ЛПР. Соответственно они будут также эквивалентными между собой.

Наконец, отметим, что точка X_0 в наших рассуждениях, приведённых выше, также была произвольной в соответствующем пространстве $(u \times v)$. Поэтому можно говорить об аналогичной линии применительно к любому другому решению в поле полезностей. Соответственно можно говорить о *семействе таких линий уровня* применительно к конкретному ЛПР, не привязываясь к отдельному решению X_0 (см. рис. В4). При этом все точки, лежащие на одной и той же линии (линии определенного уровня) представляют альтернативы, которые являются эквивалентными между собой для данного ЛПР.

Кроме того, легко видеть, что имеет место следующая особенность, присущая таким линиям. Чем дальше от начала координат проходит линия, тем более предпочтительные альтернативы для ЛПР она представляет: для лучшего понимания и иллюстрации этого положения сравните возможные альтернативы в пространстве доходов, которые характеризуются точками пересечения указанных линий уровня с биссектрисой первого координатного угла. Дайте соответствующую интерпретацию применительно к тем решениям, которые представляют такие точки. Графическая интерпретация представлена на рис. В4.

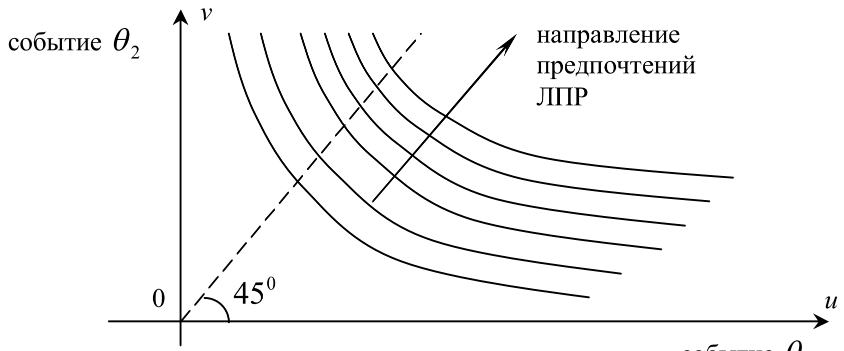


Рис. В4. Семейство линий уровня для ЛПР
в соответствующем пространстве доходов.

На формальном уровне соответствующее семейство линий в двумерном пространстве $(u \times v)$ задают на основе параметрического задания таких линий уровня. А именно, под линией уровня «*K*» понимают линию, определяемую соотношением

$$f(u;v) = K .$$

Здесь

- K – параметр, характеризующий отдельную линию семейства;
- $f(u;v)$ - функция двух переменных, определённая в пространстве $(u \times v)$ и характеризующая отношение ЛПР к неопределённости экономического результата, причём задаваемая (по возможности) таким образом, чтобы большим значениям параметра K соответствовали линии уровня из этого семейства с большим предпочтением для ЛПР.

Таким образом, на формальном уровне задача оптимального выбора альтернативного решения в условиях неопределенности применительно к двумерному пространству $(u \times v)$, т.е. для случая, когда экономический результат решения зависит от двух возможных случайных событий $\{\theta_1$ и $\theta_2\}$, может быть представлена как следующая задача оптимизации:

$$f(u;v) \to \max_{\{X_i\}} .$$

Рассмотрите самостоятельно трехмерный случай, когда при формализации оптимизационной модели для задачи нахождения наилучшего решения в условиях неопределенности ЛПР считает достаточным рассматривать именно три случайных события (в качестве полной группы событий, влияющих на конечный экономический результат). Подчеркнем, что в этом случае в соответствующем пространстве доходов применительно к каждому конкретному альтернативному решению X_0 можно аналогичным образом говорить о «поверхности уровня», на которой расположены точки, представляющие все такие возможные альтернативы, которые будут эквивалентны X_0 (для конкретного ЛПР). Соответственно в указанном пространстве доходов можно формализовать понятие «семейства поверхностей уровня».

Обратимся к общему случаю, когда оптимизационная модель задачи принятия решения в условиях неопределённости учитывает произвольное число возможных случайных событий $\{\theta_j, j = \overline{1,n}\}$, которые влияют на конечный экономический результат и образуют полную группу случайных событий. В этом случае соответствующая задача выбора наилучшего решения из заданного анализируемого множества альтернатив $\{X_i, i = \overline{1,m}\}$ может быть представлена в виде следующей задачи оптимизации:

$$f(u;v;...;z) \to \max_{\{X_i\}} ,$$

где $f(u;v;...;z)$ - функция n переменных, аргументом которой являются n-мерные векторы-строки соответствующей матрицы полезностей. При этом указанная функция задаётся (по возможности) таким образом, чтобы соответствующие “линии уровня K” (точнее говоря, в n-мерном пространстве это – соответствующие гиперповерхности, однако, следуя сложившейся терминологии, оставим для них указанный термин), определяемые равенством

$$f(u;v;...;z) = K ,$$

при больших значениях параметра K соответствовали бы более предпочтительным решениям. В противном случае (например, для матрицы рисков или потерь) решается аналогичная задача минимизации (соответствующая особенность будет представлена в рамках критерия Сэвиджа).

Подчеркнем, что при нахождении наилучшего решения применительно к конкретному ЛПР никакого семейства «линий уровня» рисовать, естественно, не требуется. А именно, все процедуры определения оптимального для ЛПР решения менеджер реализует только по матрице полезностей: зная заданное семейство “линий уровня” ЛПР (оно уже формально задается указанной критериальной функцией $f = f(u;v;...;z)$) удобно поступать следующим образом.

К матрице полезностей дописывают дополнительный столбец. Элементы такого столбца (это, как раз, и будут показатели K_i соответствующих «линий уровня» применительно к каждому решению X_i)

определяются на основе процедур, задаваемых функцией f для каждой строки-решения матрицы полезностей. Полученные таким образом элементы дополнительного столбца, как раз, и характеризуют соответствующие "линии уровня" для анализируемых решений. По указанному дополнительному столбцу далее остаётся выбрать наилучшее решение, оптимизируя представленный в нем показатель.

Понятно, что конкретный менеджер по логистике (или конкретное ЛПР), выбирая решения в рамках своего бизнеса, вряд ли ранее был озабочен вопросами формализации соответствующих предпочтений, тем более на представленном уровне и применительно к указанному пространству доходов. Другими словами, трудно рассчитывать на то, что сегодня любой менеджер (или ЛПР) уже формализовал для себя такие предпочтения в виде вполне определенной функции $f = f(u; v; ...; z)$ указанного типа. Однако, тем не менее, в каждой отдельной ситуации при оптимизации конкретной системы логистики или конкретного звена цепи поставок определенный выбор, тем не менее, все-таки приходится делать. И такой выбор вполне может соответствовать:

- либо каким-нибудь конкретным критериям принятия решений из числа тех, которые уже разработаны, традиционно используются и предлагаются в рамках теории;
- либо возможным их различным модификациям, позволяющим сегодня на основе разработанных или разрабатываемых (в теории принятия решений в условиях неопределенности) технологий адаптировать такие критерии применительно к специфике соответствующих предпочтений ЛПР, а также с учетом специфики атрибутов соответствующего бизнеса.

Чтобы понять это и выбрать определенный вид функции $f = f(u; v; ...; z)$, которая будет приемлемо / адекватно описывать «линии уровня» применительно к системе предпочтений определенного ЛПР, менеджеру необходимо:

- как можно более полно ознакомиться с соответствующими, уже формализованными в теории, возможными различными типами семейств линий уровня в «поле полезностей»;

- соответственно овладеть арсеналом таких имеющихся методов или критериев выбора наилучших решений, формализующих оптимальный выбор на основе указанных семейств «линий уровня» в поле полезностей с учетом их специфики;

- знать и эффективно использовать соответствующие подходы, методы и способы для их модификации, чтобы уметь адаптировать соответствующие линии уровня применительно к конкретной системе предпочтений ЛПР.

Поэтому далее в первом разделе книги будут представлены хорошо известные и традиционно используемые при оптимизации систем логистики основные группы таких критериев. Затем во втором разделе книги будут приведены основные подходы к их модификации, которые позволят более эффективно адаптировать указанные критерии принятия решений в условиях неопределенности применительно к предпочтениям ЛПР и специфике задач оптимизации решений для систем логистики. В третьем разделе книги представленные критерии и их модификации будут использованы для решения задач оптимизации систем управления запасами в условиях неопределенности. В частности, в формате таких задач представленные модели оптимизации позволят учитывать также и временную стоимость денег, т.е. соответствующие процентные ставки, действующие на рынке.

Глава 1. КЛАССИЧЕСКИЕ КРИТЕРИИ ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ. ОСОБЕННОСТИ ИХ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ПРИ ОПТИМИЗАЦИИ СИСТЕМ ЛОГИСТИКИ

Как уже отмечалось выше, при оптимизации систем логистики и оптимизации звеньев цепей поставок можно использовать различные группы критериев принятия решений в условиях неопределенности. Это, в частности, - классические, производные и составные критерии. В данной главе будут представлены критерии, которые принято называть классическими. К ним традиционно относят следующие:

- максиминный критерий;
- оптимистический критерий;
- нейтральный критерий;
- критерий Сэвиджа.

Для каждого из указанных классических критериев далее будет приведен соответствующий алгоритм нахождения оптимального решения, а также будет дана иллюстрация соответствующей системы/семейства линий уровня. Любой участник рынка должен понимать, стоит ли ему в конкретной ситуации бизнеса использовать тот или иной из указанных критериев при нахождении оптимального (для себя) решения при оптимизации соответствующей системы логистики или соответствующего звена цепи поставок. Для этого необходимо знать особенности указанных критериев, специфику их линий уровня и специфику процедур выбора наилучшего / оптимального решения. Поэтому в этой главе кратко даны соответствующие определения и обозначения. Представлены также основные характеристики и атрибуты, обусловливающие специфику использования этих критериев принятия решений в условиях неопределённости. Кроме того, рассмотрена специальная модификация максиминного критерия, которая позволяет ЛПР «нацеливать» свой выбор на утопическую точку поля полезностей (точку с наилучшими показателями дохода применительно к каждой отдельной ситуации для полной группы случайных событий). Эффект такого «нацеливания» будет понятен любому менеджеру. Соответствующую специфику рассмотренных критериев проиллюстрируем числовыми примерами, в частности, и применительно к задаче выбора способа поставки товара.

1. Максиминный критерий (*ММ*-критерий или критерий Вальда).

Этот критерий характеризуется крайней *осторожной* или, как говорят, крайней *пессимистической* позицией отношения ЛПР к неопределённости экономического результата. В рамках такого подхода при сравнении альтернативных решений за основу принимаются их соответствующие самые неблагоприятные результаты для возможных ситуаций развития “внешних” событий, не зависящих от ЛПР при анализируемом решении. Выбирается (в качестве оптимального) решение, применительно к которому такой самый неблагоприятный результат (для перечисленных возможных ситуаций развития “внешних” событий) будет наилучшим.

Формальные процедуры выбора решения - следующие. К матрице полезностей дописывается дополнительный столбец. Его элементы определяются как самые плохие (наименьшие) возможные конечные экономические результаты при соответствующем решении (по строкам матрицы). Затем из всех элементов такого дополнительного столбца находится самый лучший (наибольший). По этому элементу и определяют оптимальное решение: им будет решение соответствующей строки матрицы полезностей.

Соответственно, в рамках такого критерия функция, задающая семейство “линий уровня” определяется равенством:

$$f(u;v;...;z) = \min\{u;v.;..;z\}.$$

Применительно к обозначениям, принятым нами ранее для матрицы полезностей задача нахождения наилучшего решения при этом критерии формализуется следующим образом.

Пусть

i – вариант возможного решения ЛПР $(i = 1,2,\ldots,m)$;

j – вариант возможной ситуации $(j = 1,2,\ldots,n)$;

a_{ij} – доход / прибыль для ЛПР, если будет принято решение i, а ситуация сложится j-ая;

$A = (a_{ij})$ – соответствующая матрица полезностей.

Целевая функция критерия:

$$Z_{MM} = \max_i \{K_i\}, \text{ где } K_i = \min_j \{a_{ij}\}.$$

Графическая интерпретация и линии уровня критерия (*n* = 2).

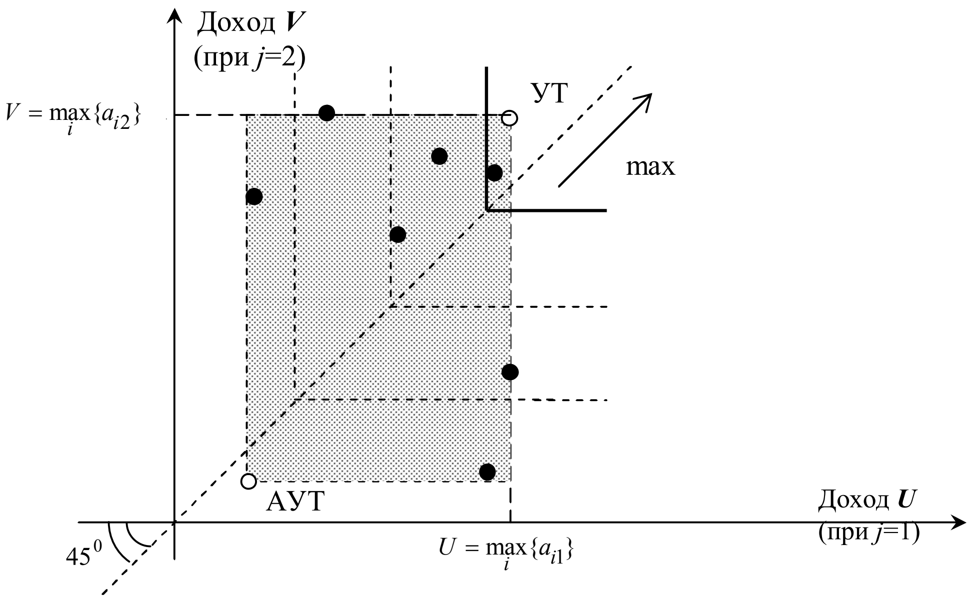


Рис 1.1а. Линии уровня *ММ*-критерия:

- точки возможных решений ЛПР;

УТ - утопическая точка;

АУТ - антиутопическая точка;

- область поля полезностей;

max - направление предпочтений;

- линия уровня ***ММ***-критерия.

Аппарат линий уровня *ММ*-критерия в ситуации ***n* = 2**, как видим из рис. 1.1а, представляет собой семейство «угловых» линий, каждая из которых «загнута» вплотную к границе соответствующего конуса предпочтения, причем такие линии соотносятся со всеми точками биссектрисы первого координатного угла. При этом для линии уровня «К» обе координаты «угловой» точки равны К (вершина угла лежит на указанной биссектрисе). Соответственно число К может использоваться для идентификации такой линии. Чтобы убедиться в этом, рассмотрите самостоятельно график функции

$$\text{Min } \{u, v\} = \text{К}.$$

Таким образом, решение задачи нахождения оптимального решения по *ММ*-критерию в ситуации ***n* = 2** имеет следующую графическую интерпретацию. Пусть вдоль биссектрисы первого координатного угла передвигается специальный инструмент. Этот инструмент представляет собой угол, вершина которого лежит на указанной биссектрисе, а линии угла идут по границе соответствующего конуса предпочтений. При этом движение осуществляется в направлении увеличения показателя «К». Тогда последняя (из анализируемых) точка в поле полезностей, которую «захватит» этот инструмент при указанном движении, как раз и будет соответствовать выбору *ММ*-критерия. Это именно и иллюстрирует рис. 1.1а.

Постарайтесь самостоятельно дать соответствующую графическую интерпретацию применительно к ситуации ***n* = 3**, когда при формализации полной группы случайных событий для задачи принятия решения в условиях неопределенности применительно к некоторой системе логистики будет выделено три таких события.

Иллюстрацию процедур метода рассмотрим на условном числовом примере, который обсуждался во введении применительно к проблемам выбора в условиях неопределенности.

ПРИМЕР 1.1. Для удобства изложения напомним исходные данные в рамках этого примера. После формализации задачи принятия решений выделено множество $\{\theta_j, j=\overline{1,4}\}$ из 4-х случайных событий, которые необходимо учитывать в качестве полной группы событий. Кроме того, анализируются 5 альтернативных решений $\{X_i, i=\overline{1,5}\}$, из которых требуется выбрать наилучшее. Соответствующая матрица полезностей имеет вид:

Решения	Доходы при событиях:			
	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4
X_1	5	4	3	3
X_2	6	2	6	4
X_3	-3	6	2	12
X_4	3	9	1	5
X_5	7	1	5	3

Найдем наилучшее решение по *ММ*-критерию. Для этого дополним матрицу полезностей дополнительным столбцом, в котором приведем показатель *ММ*-критерия для каждого альтернативного решения: самый «плохой» показатель дохода из всех возможных применительно к заданной полной группе событий (по строке матрицы). Затем из всех найденных показателей дополнительного столбца выбираем наибольший (образно говоря, из всех «зол» выбираем наименьшее). По этому показателю и определяем оптимальное решение: это – решение соответствующей строки. Указанные процедуры представлены ниже:

Решения	Доходы при событиях:				Показатель ММ-критерия
	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4	
X_1	5	4	3	3	**3**
X_2	6	2	6	4	2
X_3	-3	6	2	12	-3
X_4	3	9	1	5	1
X_5	7	1	5	3	1

Как видим, самый большой показатель *ММ*-критерия в нашем примере соответствует решению X_1 (он составляет 3 и выделен в матрице). Таким образом, наилучшим решением по *ММ*-критерию применительно к рассматриваемому примеру является решение X_1. Отметим также, что *ММ*-критерий ранжирует анализируемые в нашем примере альтернативы (по убыванию предпочтения) следующим образом:

$$X_1,\ \ X_2,\ \ X_4 \text{ и } X_5,\ \ X_3.$$

Обратите внимание на то, что при этом решении гарантированный доход для ЛПР будет не меньшим, чем 3 (показатель критерия). Никакое другое из анализируемых решений не может обеспечить такой показатель гарантированного дохода для ЛПР. Другими словами, при иных решениях доход может оказаться меньшим, чем 3. Для осторожных к риску ЛПР такой аргумент может оказаться решающим.

ЗАМЕЧАНИЕ. Выбор на основе *ММ*-критерия обеспечивает максимальное значение величины так называемого гарантированного дохода (т.е. дохода в случае самого неблагоприятного из вариантов “внешних” условий). Ориентация на самый неблагоприятный из вариантов “внешних” условий при оценке альтернативного решения в рамках задачи оптимизации решения в условиях неопределенности соответствует крайне осторожной позиции ЛПР при принятии решения. Отсюда и другое название для этого критерия – *критерий пессимизма* (крайнего пессимизма).

Дополнительная специфика процедур выбора наилучшего решения на основе ММ-критерия. Отметим еще одну важную особенность, характерную для процедур оптимального выбора по *ММ*-критерию. Эта особенность, в частности, лишний раз подчеркнет, что термин *«крайний»* в характеристике этого критерия (как крайне пессимистического или крайне осторожного) имеет еще одну дополнительную смысловую нагрузку.

А именно, указанная особенность соотносится с ситуацией, когда максимальное значение целевой функции Z_{MM} этого критерия достигается не на одном решении из множества X_1 - X_m , а одновременно на нескольких альтернативных решениях из этого множества, причем доминируемые решения, которые могли находиться в матрице полезностей, заранее не отсеивались. Пусть, например, максимальное значение целевой функции Z_{MM} достигается на решениях X^{*}_{MM} и X^{**}_{MM} . Соответственно, показатели *ММ*-критерия $K_i = \min_j \{a_{ij}\}$ для каждого из этих решений (по соответствующим строкам матрицы полезностей) совпадают между собой. При этом они принимают максимальное из возможных значений применительно к множеству анализируемых альтернативных решений X_1 - X_m в матрице полезностей. Тогда оба эти решения будут представлены в поле полезностей точками (обозначим их соответственно этими же символами X^{*}_{MM} и X^{**}_{MM}), которые согласно определению понятия линии уровня окажутся, лежащими на одной и той же линии уровня *ММ*-критерия. Поскольку это будет линия самого высокого уровня, то *оба* эти решения могут быть (согласно трактовке понятия линии уровня) приняты в качестве *оптимального* или *наилучшего* для ЛПР решения. Кроме того, поскольку они лежат именно на одной линии уровня, то в рамках представленной концепции выбора на основе *ММ*-критерия они должны считаться *эквивалентными между собой*.

Однако, тем не менее, может оказаться, что эти подчеркнутые положения, все же, не выполняются. Применяя указанный критерий, менеджер по логистике должен понимать это. А именно, специфика «крайнего» положения линий уровня *ММ*-критерия (по отношению к соответствующему конусу предпочтений) может приводить к противоречию с определением самого понятия «линия уровня». Действительно, такое противоречие иллюстрируют рис. 1.1б и рис. 1.1в. В частности, указанные рисунки обращают внимание на следующее. Несмотря на то, что точки X^{*}_{MM} и X^{**}_{MM} лежат на одной и той же линии уровня *ММ*-критерия, тем не менее, одно из решений, представленных этими точками, очевидно, доминирует другое. Другими словами, решения X^{*}_{MM} и X^{**}_{MM} *не будут эквивалентными между собой* (ни для какого ЛПР). Кроме того, подчеркнем, что приведенный ранее рис. 1.1а, как раз, иллюстрирует ситуацию, когда соответствующего противоречия может и не быть из-за единственности решения с максимальным значением показателя *ММ*-критерия. Наконец, рис. 1.1г иллюстрирует еще одну ситуацию, когда противоречия может и не быть, причем даже в случае, когда максимальное значение показателя *ММ*-критерия достигается не на единственном решении. В этом случае точки X^{*}_{MM} и X^{**}_{MM} лежат на одной и той же линии уровня *ММ*-критерия, но, тем не менее, ни одно из решений, представленных этими точками, очевидно, не доминирует другое.

СЛЕДСТВИЕ. Если при реализации алгоритма нахождения оптимального решения по *ММ*-критерию предварительно не были отброшены/отсеяны доминируемые альтернативные решения, то при выборе оптимального решения по *ММ*-критерию необходимо учитывать следующее. Алгоритм выбора оптимального решения на основе *ММ*-критерия должен быть дополнен специальной процедурой (назовем ее далее процедурой идентификации оптимального решения). А именно, на последнем шаге алгоритма должно быть выполнено следующее.

1. Если максимум целевой функции Z_{MM} для *ММ*-критерия достигается на единственном альтернативном решении (среди всех решений, представленных в матрице полезностей), то оно и принимается в качестве оптимального решения по *ММ*-критерию. При этом реализация дополнительных процедур идентификации оптимального решения не требуется.
2. Если максимум целевой функции Z_{MM} для *ММ*-критерия достигается на двух или более альтернативных решениях, то дополнительно реализуются процедуры поиска *доминируемых решений* (из указанных «оптимальных», выбираемых *ММ*-критерием). Найденные доминируемые решения далее не рассматриваются: они *не могут быть приняты в качестве оптимальных* по *ММ*-критерию. Любое из оставшихся (не доминируемых) решений с максимальным значением показателя Z_{MM} целевой функции этого критерия может быть принято в качестве оптимального.

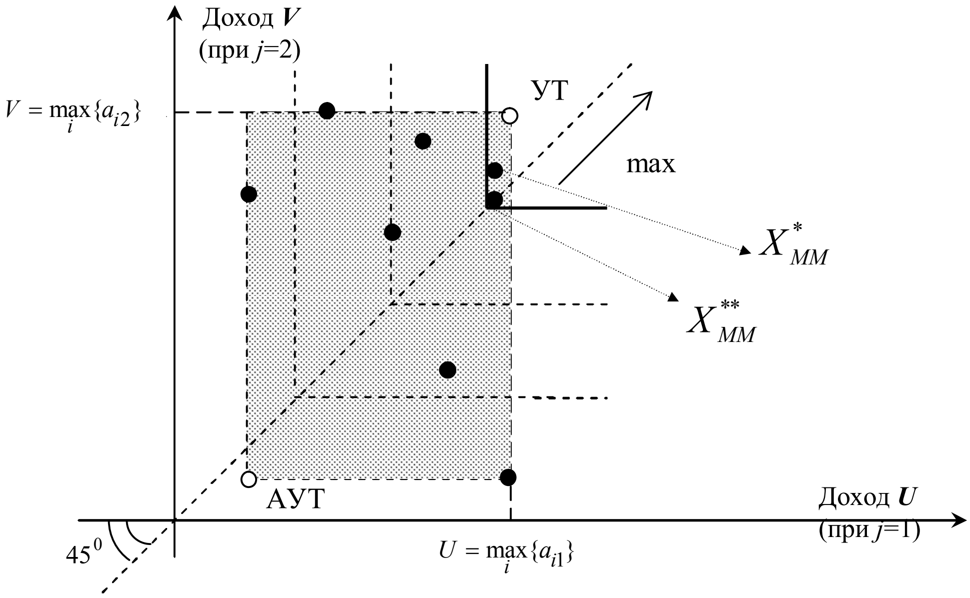


Рис 1.1б. Решение X^*_{MM} доминирует решение X^{**}_{MM} по *ММ*-критерию (но при этом они расположены на одной линии уровня)

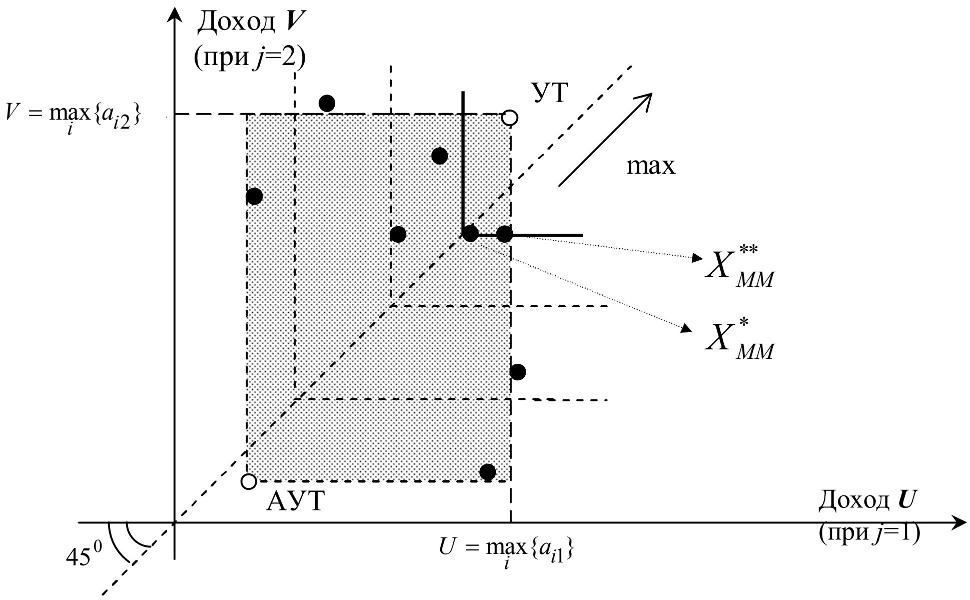


Рис 1.1в. Решение X^{**}_{MM} доминирует решение X^*_{MM} по *ММ*-критерию (но при этом они расположены на одной линии уровня)

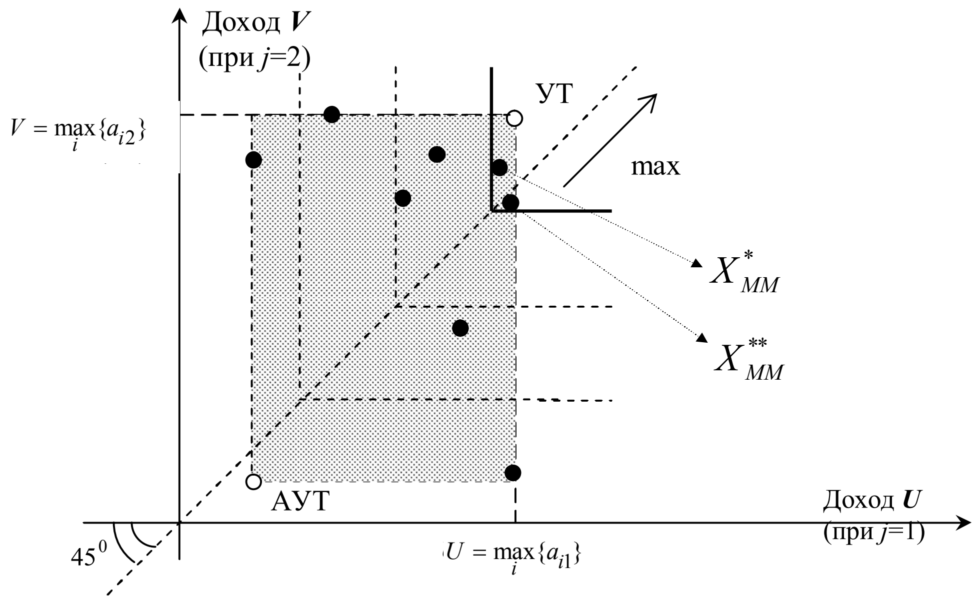


Рис 1.1г. Любое из решений X^*_{MM} и X^{**}_{MM} может быть выбрано в качестве оптимального по *ММ*-критерию.

ПРИМЕР 1.1 (Дополнение: иллюстрация процедур идентификации оптимального решения при ММ-критерии). Пусть в условиях примера 1.1 множество анализируемых альтернативных решений содержит не пять, а восемь решений X_1 - X_8, которые представлены соответствующей матрицей полезностей:

Решения	Доходы при событиях:			
	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4
X_1	5	4	3	3
X_2	6	2	6	4
X_3	-3	6	2	12
X_4	3	9	1	5
X_5	7	1	5	3
X_6	4	4	3	3
X_7	2	5	-3	12
X_8	2	9	3	5

Реализуем процедуры *ММ*-критерия: дополним эту матрицу полезностей дополнительным столбцом. В нем представим значения показателя критерия применительно к каждому решению:

Решения	Доходы при событиях:				*ММ* критерий
	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4	
X_1	5	4	3	3	**3**
X_2	6	2	6	4	2
X_3	-3	6	2	12	-3
X_4	3	9	1	5	1
X_5	7	1	5	3	1
X_6	4	4	3	3	**3**
X_7	2	5	-3	12	-3
X_8	2	9	3	5	2

Легко видеть, что наилучшее значение показателя *ММ*-критерия (см. дополнительный столбец матрицы полезностей) достигается одновременно у двух альтернативных решений: X_1 и X_6. Этот показатель равен 3 и выделен в дополнительном столбце матрицы. Поскольку наилучший показатель *ММ*-критерия достигается не при одном альтернативном решении, то далее реализуем указанную выше процедуру идентификации на оптимальность. В данной ситуации альтернатива X_1 доминирует альтернативу X_6. Поэтому решение X_6 не может быть принято ЛПР в качестве оптимального (как доминируемое). Оптимальным решением по *ММ*-критерию в этой ситуации будет принято решение X_1.

Пусть в рамках этого дополнения к примеру 1.1 рассматривается матрица полезностей с девятью решениями X_1 - X_9. Соответствующие процедуры *ММ*-критерия представлены матрицей:

Решения	Доходы при событиях:				ММ критерий
	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4	
X_1	5	4	3	3	**3**
X_2	6	2	6	4	2
X_3	-3	6	2	12	-3
X_4	3	9	1	5	1
X_5	7	1	5	3	1
X_6	4	4	3	3	**3**
X_7	2	5	-3	12	-3
X_8	2	9	3	5	2
X_9	3	4	3	5	**3**

В этой ситуации наилучшее значение показателя ММ-критерия достигается одновременно у трех альтернатив: X_1, X_6 и X_9 (показатель равен 3 и выделен в дополнительном столбце матрицы). Реализация указанных выше процедур идентификации этих решений на оптимальность приводит к следующему. Как и в предыдущем случае, альтернатива X_1 доминирует альтернативу X_6. Поэтому последняя из указанных альтернатив не может быть принята в качестве оптимальной. Кроме того альтернативы X_1 и X_9 не являются доминируемыми или доминирующими (по отношению друг к другу). Соответственно, в этой ситуации любая из них может быть принята в качестве оптимального решения.

2. Оптимистический критерий (или *Н*-критерий).

Этот критерий характеризуется крайней оптимистической позицией отношения ЛПР к неопределённости экономического результата, т.е. позицией “азартного игрока”, уверенного в том, что ему должно повезти, и поэтому склонного к самым рискованным выборам. В рамках такого подхода при сравнении альтернативных решений за основу принимаются их самые благоприятные результаты среди возможных ситуаций для “внешних” событий, не зависящих от ЛПР. Выбирается решение, применительно к которому такой самый благоприятный результат (для возможных ситуаций развития “внешних” событий) будет наибольшим.

Представим формальные процедуры выбора решения по этому критерию. К матрице полезностей дописывается дополнительный столбец. Его элементы определяются как самые лучшие (наибольшие) возможные конечные экономические результаты при соответствующем решении (по строкам матрицы). Затем из всех элементов такого дополнительного столбца находится самый лучший (наибольший). По такому элементу и определяют оптимальное решение: им будет решение соответствующей строки матрицы полезностей.

Соответственно, в рамках указанного подхода функция, задающая семейство “линий уровня”, определяется равенством:

$$f(u;v;...z) = \max\{u;v.;..;z\}.$$

Применительно к обозначениям, принятым ранее для матрицы полезностей задача нахождения наилучшего решения при этом критерии формализуется следующим образом. Пусть

i – вариант возможного решения ЛПР $(i = 1,2,...,m)$;

j – вариант возможной ситуации $(j = 1,2,...n)$;

a_{ij} – доход ЛПР, если будет принято решение i, а ситуация сложится j-ая;

$A = (a_{ij})$ – матрица полезностей.

Целевая функция критерия:

$$Z_H = \max_i \{K_i\}, \text{ где } K_i = \max_j \{a_{ij}\}.$$

Аппарат линий уровня H-критерия в ситуации $n = 2$ представлен на рис. 1.2а. Он представляет собой семейство линий, «загнутых» вплотную к границам соответствующих антиконусов, причем такие линии соотносятся со всеми точками на биссектрисе первого координатного угла. Для линии уровня «К» обе координаты соответствующей «угловой» точки равны К («угловая» точка лежит на указанной биссектрисе). Соответственно и в этом случае, как видим, число К может использоваться для идентификации такой линии. Чтобы убедиться в этом, рассмотрите самостоятельно график функции

$$\text{Max } \{u, v\} = \text{К}.$$

Таким образом, решение задачи нахождения оптимального решения на основе H-критерия в ситуации $n = 2$ имеет следующую графическую интерпретацию. Пусть вдоль биссектрисы первого координатного угла передвигается специальный инструмент. Этот инструмент представляет собой прямой угол, центр которого лежит на указанной биссектрисе, а линии угла идут по границе соответствующего антиконуса. При этом движение осуществляется в направлении увеличения показателя «К» (увеличения конечного экономического результата). Тогда последняя (из анализируемых) точка в поле полезностей, которую «захватит» этот инструмент при указанном движении, как раз и будет соответствовать выбору H-критерия. Это иллюстрирует рис. 1.2а.

Дайте самостоятельно соответствующую графическую интерпретацию применительно к ситуации $n = 3$, когда при формализации полной группы случайных событий для задачи принятия решения в условиях неопределенности применительно к некоторой системе логистики будет выделено три таких события.

Графическая интерпретация и линии уровня критерия (n = 2).

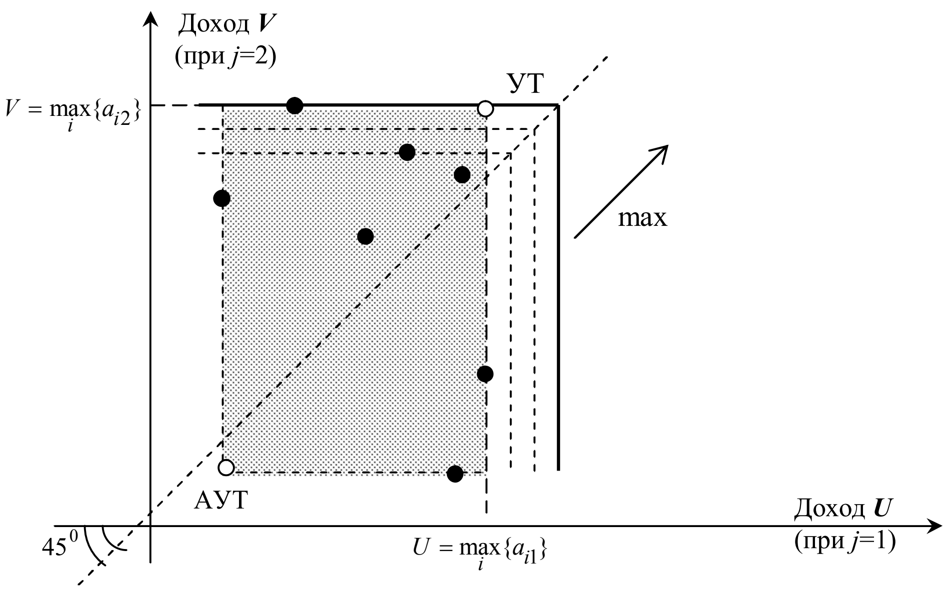


Рис 1.2а. Линии уровней H-критерия:

● - точки возможных решений ЛПР;

○ УТ - утопическая точка;

○ АУТ - антиутопическая точка;

- область поля полезностей;

↗ max - направление предпочтений;

- линия уровня ***H***-критерия.

Иллюстрацию процедур метода снова рассмотрим на условном примере, который уже был использован выше. Для удобства изложения приведем соответствующие исходные данные в рамках этого примера.

ПРИМЕР 1.2. Напомним, что после формализации задачи принятия решений в условиях неопределенности выделено множество $\{\theta_j, j=\overline{1,4}\}$ из 4-х случайных событий, которые образуют полную группу случайных событий. Кроме того, анализируются 5 альтернативных решений $\{X_i, i=\overline{1,5}\}$, из которых требуется выбрать наилучшее. Соответствующая матрица полезностей имеет вид:

Решения	Доходы при событиях:			
	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4
X_1	5	4	3	3
X_2	6	2	6	4
X_3	-3	6	2	12
X_4	3	9	1	5
X_5	7	1	5	3

Найдем наилучшее решение по *H*-критерию. Предварительно допишем к матрице полезностей один дополнительный столбец, в котором представим показатель *H*-критерия: самый «лучший» показатель дохода из всех возможных применительно к каждому решению (наибольший элемент по строке матрицы). Затем из всех найденных показателей дополнительного столбца выбираем наибольший. По этому показателю и определяем оптимальное решение: это – альтернативное решение соответствующей строки. Указанные процедуры представлены ниже:

Решения	Доходы при событиях:				*H* критерий
	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4	
X_1	5	4	3	3	5
X_2	6	2	6	4	6
X_3	-3	6	2	12	**12**
X_4	3	9	1	5	9
X_5	7	1	5	3	7

Как видим, самый большой показатель *H*-критерия в нашем примере соответствует решению X_3 (он составляет 12 и выделен в матрице). Таким образом, наилучшим решением по *H*-критерию применительно к рассматриваемой ситуации является решение X_3. Этому решению соответствует самый большой доход из всех возможных, но только в расчете на удачу. А именно, такой доход возможен только при реализации случайного события θ_4. Подчеркнем также, что *H*-критерий ранжирует альтернативы не так, как *ММ*-критерий:

$$X_3,\ X_4,\ X_5,\ X_2,\ X_1.$$

ЗАМЕЧАНИЕ. Выбор на основе *H*-критерия нацелен на максимально возможное в рамках матрицы полезностей значение величины дохода (выручки / прибыли). При этом ЛПР рассчитывает на самый благоприятный из всех вариантов реализации "внешних" условий. Ориентация на такой самый благоприятный из вариантов "внешних" условий при оптимизации решения соответствует крайне азартной позиции ЛПР при принятии решения. Отсюда и другое название для этого критерия – *критерий оптимизма* (крайнего оптимизма).

Дополнительная специфика процедур выбора наилучшего решения на основе Н-критерия. Как и в случае рассмотренного выше *ММ*-критерия, отметим здесь дополнительно важную особенность, характерную для процедур оптимального выбора по *Н*-критерию. Соответствующая особенность и в этом случае лишний раз подчеркнет, что термин *«крайний»*, но уже в характеристике *Н*- критерия (как крайне оптимистического критерия), также имеет дополнительно специфическую смысловую нагрузку, вполне аналогичную той, которая была отмечена выше для *ММ*-критерия.

Указанная особенность снова относится к ситуации, когда окажется, что максимальное значение целевой функции (теперь - функции Z_H) *Н*-критерия достигается не на одном единственном решении из множества X_1 - X_m , а одновременно на нескольких альтернативных решениях, представленных в матрице полезностей. Пусть, например, при нахождении оптимального решения на основе *Н*-критерия оказалось, что два решения X_H^* и X_H^{**} имеют одинаковый (наилучший среди всех анализируемых альтернативных решений) показатель целевой функции Z_H. Тогда снова, казалось бы, можно утверждать следующее.

1. Оба эти решения (X_H^* и X_H^{**}), с одной стороны, лежат на одной и той же линии уровня, т.е. они являются <u>*эквивалентными*</u> между собой в формате Н-критерия.

2. Соответственно, любая из этих альтернатив может быть принята в качестве <u>*оптимального*</u> решения, т.к. показатель целевой функции критерия у них максимальный.

Однако, как и в случае *ММ*-критерия, менеджеру также необходимо помнить и учитывать следующее. Из-за специфики «крайнего» положения линий уровня *Н*-критерия (уже по отношению к соответствующему антиконусу) может оказаться, что указанные и подчеркнутые выше положения *не будут выполняться*. Особенности, обусловливающие такое противоречие, иллюстрируют для рассматриваемой модели *Н*-критерия соответственно рис. 1.2б и рис. 1.2в. Эти рисунки наглядно показывают, что указанные решения (X_H^* и X_H^{**} - они представлены точками на одной и той же линии уровня *Н*-критерия) могут и не быть эквивалентными между собой.

Кроме того, приведенный ранее рис. 1.2а иллюстрирует ситуацию, когда соответствующего противоречия может и не быть, как раз, из-за единственности решения с максимальным значением показателя *Н*-критерия. Наконец, рис. 1.2г дополнительно иллюстрирует ситуацию, когда противоречия может и не быть, причем даже в случае, когда максимальное значение показателя *Н*-критерия достигается не на единственном решении. А именно, в этом случае точки X_H^* и X_H^{**} лежат на одной и той же линии уровня *Н*-критерия, но, тем не менее, ни одно из решений, представленных этими точками, очевидно, не доминирует другое.

СЛЕДСТВИЕ. Если при реализации алгоритма нахождения оптимального решения по *Н*-критерию предварительно не были отброшены доминируемые альтернативные решения, то необходимо учитывать следующее. Алгоритм выбора оптимального решения по критерию оптимизма должен быть дополнен специальной процедурой. Далее снова назовем ее процедурой идентификации оптимального решения. А именно, на последнем шаге алгоритма поиска наилучшего оптимистического решения должно быть выполнено следующее.

1. Если максимум целевой функции Z_H для *Н*-критерия достигается на единственном альтернативном решении (среди всех альтернатив, представленных в матрице полезностей), то оно и принимается в качестве оптимального решения по *Н*-критерию. В такой ситуации реализация дополнительных процедур идентификации оптимального решения не требуется.
2. Если максимум целевой функции Z_H для *Н*-критерия достигается на двух или более альтернативных решениях, то дополнительно требуется реализовать процедуры поиска *доминируемых решений* (применительно к указанным «оптимальным», которые выбраны по *Н*-критерию). Найденные *доминируемые* решения *не могут быть приняты в качестве оптимальных*. Они отбрасываются: в дальнейшем анализе не участвуют. Любое из оставшихся решений (не являющееся доминируемым) с максимальным значением показателя целевой функции *Н*-критерия (Z_H) может быть принято в качестве оптимального по этому критерию.

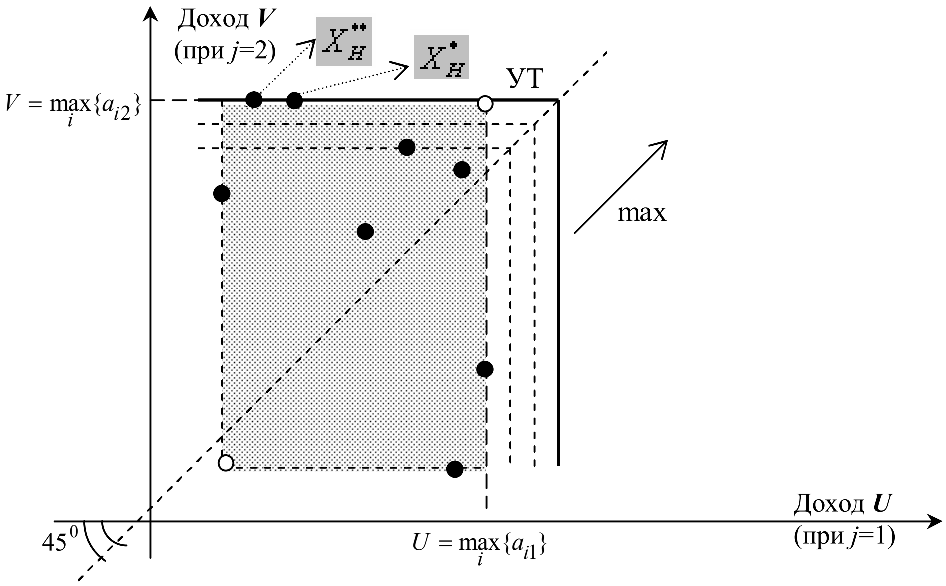


Рис 1.2б. Решение X_H^* доминирует решение X_H^{**} по H-критерию
(но при этом они расположены на одной линии уровня)

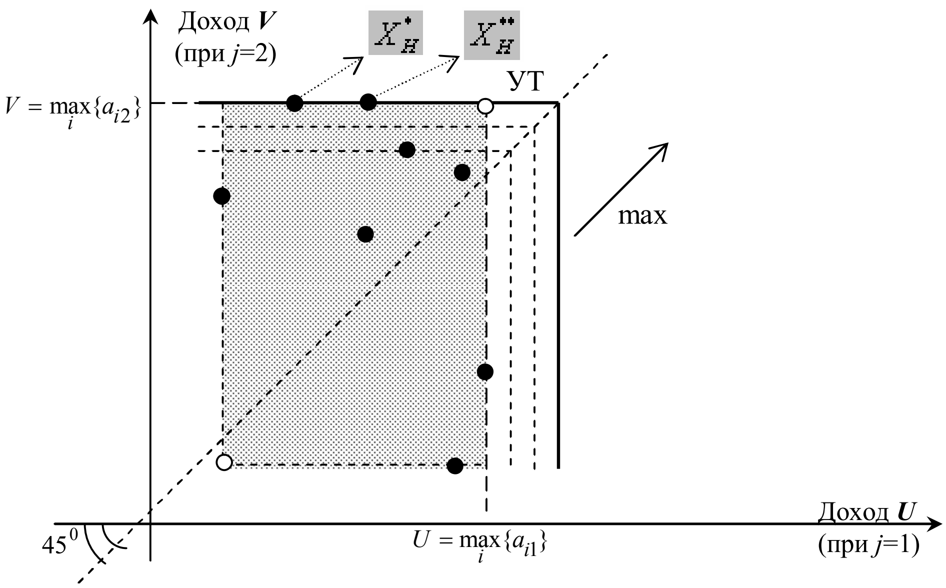


Рис 1.2в. Решение X_H^{**} доминирует решение X_H^* по H-критерию
(но при этом они расположены на одной линии уровня)

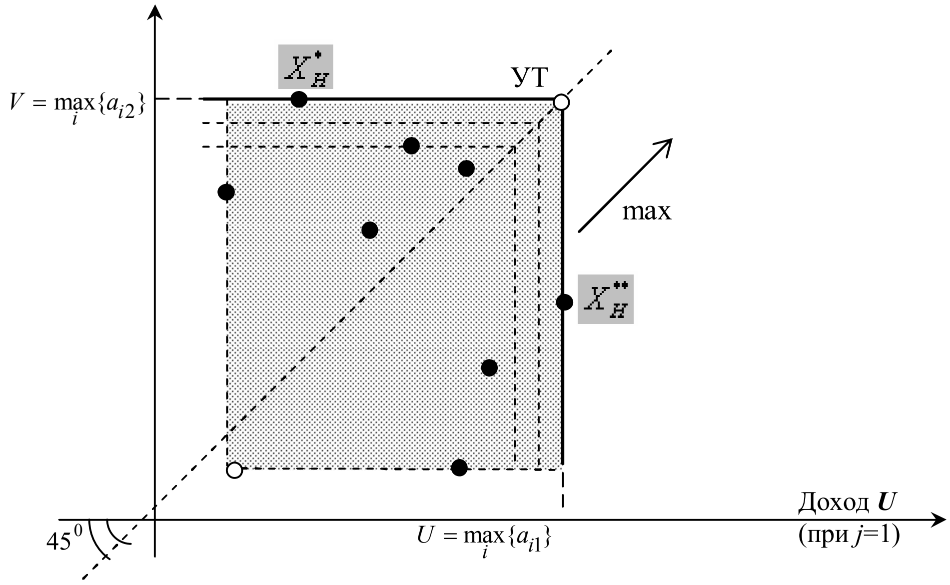


Рис 1.2г. Любое из решений X_H^* и X_H^{**} может быть выбрано в качестве оптимального по H-критерию.

ПРИМЕР 1.2 (Дополнение: иллюстрация процедур идентификации оптимального решения для Н-критерия). Пусть в условиях примера 1.2 множество анализируемых альтернативных решений содержит не пять, а восемь решений X_1 - X_8, которые представлены соответствующей матрицей полезностей:

Решения	Доходы при событиях:			
	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4
X_1	5	4	3	3
X_2	6	2	6	4
X_3	-3	6	2	12
X_4	3	9	1	5
X_5	7	1	5	3
X_6	4	4	3	3
X_7	2	5	-3	12
X_8	2	9	3	5

Реализуем процедуры H-критерия: допишем к этой матрице полезностей дополнительный столбец. В нем представим значения показателя критерия применительно к каждому решению:

Решения	Доходы при событиях:				Показатель H-критерия
	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4	
X_1	5	4	3	3	5
X_2	6	2	6	4	6
X_3	-3	6	2	12	**12**
X_4	3	9	1	5	9
X_5	7	1	5	3	7
X_6	4	4	3	3	4
X_7	2	5	-3	12	**12**
X_8	2	9	3	5	9

Наилучшее значение показателя *H*-критерия (см. дополнительный столбец матрицы полезностей) достигается одновременно у двух альтернативных решений: X_3 и X_7. Этот показатель равен 12 и выделен жирным шрифтом в дополнительном столбце матрицы. Поскольку указанный наилучший показатель достигается не при одном альтернативном решении, то далее реализуем процедуру идентификации на оптимальность. В данной ситуации ни одна из указанных альтернатив не доминирует над другой альтернативой. Поэтому любое из альтернативных решений X_3 и X_7 может быть принято ЛПР в качестве оптимального.

Пусть в рамках этого дополнения к примеру 1.2 рассматривается матрица полезностей с девятью решениями X_1 - X_9. Соответствующие процедуры *H*-критерия представлены матрицей:

Решения	Доходы при событиях:				Показатель *H*-критерия
	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4	
X_1	5	4	3	3	5
X_2	6	2	6	4	6
X_3	-3	6	2	12	**12**
X_4	3	9	1	5	9
X_5	7	1	5	3	7
X_6	4	4	3	3	4
X_7	2	5	-3	12	**12**
X_8	2	9	3	5	9
X_9	-3	5	2	12	**12**

В этой ситуации наилучшее значение показателя *H*-критерия достигается одновременно у трех альтернатив: X_3, X_7 и X_9 (показатель равен 12 и выделен в дополнительном столбце матрицы). Реализация указанных выше процедур идентификации этих решений на оптимальность приводит к следующему: альтернатива X_3 доминирует альтернативу X_9. Поэтому X_9 не может быть принято в качестве оптимального решения. Кроме того, альтернативы X_3 и X_7 не доминируют одна другую. Соответственно, в этой ситуации любая из них может быть принята в качестве оптимального решения.

3. Нейтральный критерий (*N*-критерий).

Этот критерий характеризуется нейтральной или средневзвешенной позицией отношения ЛПР к возможным значениям конечного экономического результата при случайных ситуациях, описываемых полной группой событий. При этом “веса” для учета соответствующих результатов принимаются ЛПР, априори, равными между собой (т.е. равными $1/n$). В рамках такого подхода при сравнении альтернативных решений за основу принимается среднее арифметическое значение доходов по всем возможным ситуациям, не зависящим от ЛПР при каждом анализируемом решении. Выбирается такая альтернатива, применительно к которой «средний ожидаемый» или «средневзвешенный» результат (с учетом возможных сценариев развития внешних событий по строке матрицы) будет наибольшим.

Формальные процедуры выбора решения - следующие. К матрице полезностей дописывается дополнительный столбец. Его элементы определяются как «средневзвешенные» конечные экономические результаты для каждого решения (по строкам матрицы). При гипотезе о равных вероятностях для случайных событий полной группы это соответствует средним ожидаемым экономическим результатам для анализируемых решений. Они («средневзвешенные» показатели) заносятся в дополнительный столбец. Затем из всех элементов такого дополнительного столбца находится самый лучший (наибольший). По этому элементу и определяют оптимальный выбор: им будет альтернативное решение соответствующей строки матрицы полезностей.

В рамках такого подхода функция, задающая семейство “линий уровня”, определяется равенством

$$f(u;v;\ldots;z) = \frac{1}{n} \cdot (u + v + \ldots + z).$$

Применительно к обозначениям, принятым ранее для матрицы полезностей задача нахождения наилучшего решения при этом критерии формализуется следующим образом. Пусть

i – вариант возможного решения ЛПР $(i = 1,2,...,m)$;

j – вариант возможной ситуации $(j = 1,2,...n)$;

a_{ij} – доход ЛПР, если будет принято решение X_i, а ситуация сложится j-ая;

$A = (a_{ij})$ – матрица полезностей.

Целевая функция критерия:

$$Z_N = \max_i \{K_i\}, \text{ где } K_i = \frac{1}{n} \cdot \sum_{j=1}^{n} a_{ij} .$$

Аппарат линий уровня N-критерия в ситуации $\boldsymbol{n = 2}$ приведен на рис. 1.3. Он представляет собой семейство прямых линий, которые перпендикулярны биссектрисе первого координатного угла. При этом система/семейство таких линий соотносится со всеми возможными точками на биссектрисе первого координатного угла. Подчеркнем, что для линии уровня «К» характерно следующее. Обе координаты соответствующей «угловой» точки равны К («угловая» точка лежит на указанной биссектрисе). Соответственно и в этом случае, как видим, число К может использоваться для идентификации такой линии.

Чтобы убедиться в этом, рассмотрите самостоятельно график функции

$$\frac{u+v}{2} = \text{К}.$$

Графическая интерпретация и линии уровня критерия (*n* = 2).

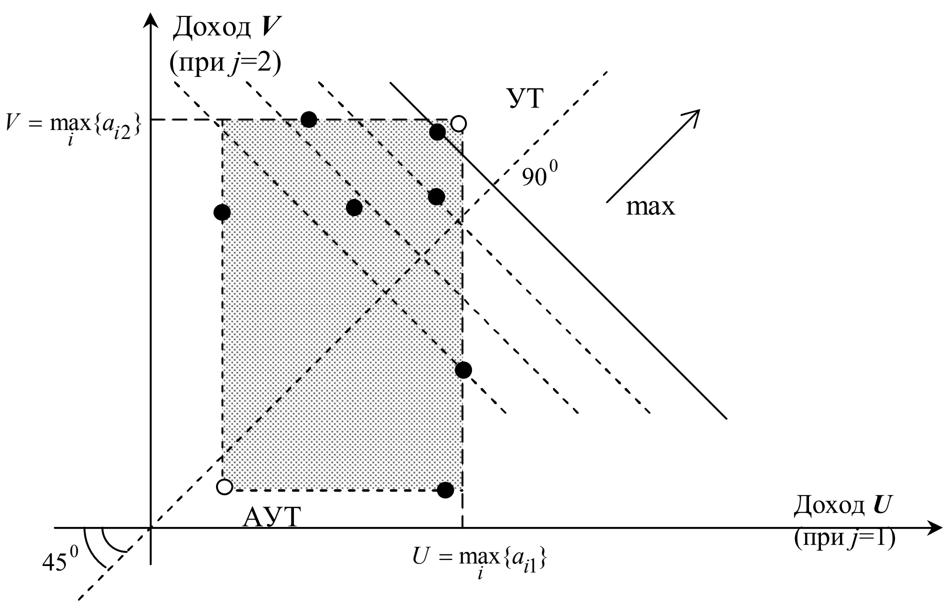


Рис. 1.3. Линии уровня N-критерия

● - точки возможных решений ЛПР;

○ УТ - утопическая точка;

○ АУТ - антиутопическая точка;

- область поля полезностей;

↗ max - направление предпочтений;

- линия уровня ***N***-критерия.

Таким образом, решение задачи нахождения оптимального решения на основе *N*-критерия в ситуации ***n* = 2** имеет следующую графическую интерпретацию. Пусть вдоль биссектрисы первого координатного угла передвигается специальный инструмент. Этот инструмент представляет собой прямую линию, перпендикулярную указанной биссектрисе. При этом движение осуществляется в направлении увеличения показателя К (увеличения дохода). Тогда последняя (из анализируемых) точка в поле полезностей, которую «захватит» этот инструмент при указанном движении, как раз и будет соответствовать выбору N-критерия. Это иллюстрирует рис. 1.3.

Дайте самостоятельно соответствующую графическую интерпретацию применительно к ситуации ***n* = 3** (выделено три события полной группы случайных событий).

Численную иллюстрацию процедур метода рассмотрим на условном примере, который уже был использован для иллюстрации ранее представленных классических критериев. Для удобства изложения снова приведем исходные данные в рамках этого примера.

ПРИМЕР 1.3. После формализации задачи принятия решений выделено множество $\{\theta_j, j = \overline{1,4}\}$ из 4-х случайных событий. Кроме того, анализируются 5 альтернативных решений $\{X_i, i = \overline{1,5}\}$, из которых требуется выбрать наилучшее. Соответствующая матрица полезностей имеет вид:

Решения	Доходы при событиях:			
	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4
X_1	5	4	3	3
X_2	6	2	6	4
X_3	-3	6	2	12
X_4	3	9	1	5
X_5	7	1	5	3

Найдем наилучшее решение по *N*-критерию. Для этого дополним матрицу полезностей одним столбцом, в котором представим показатель *N*-критерия (среднее арифметическое элементов строки).

Решения	Доходы при событиях:				Показатель *N*- критерия
	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4	
X_1	5	4	3	3	(5+4+3+3)/4=3.75
X_2	6	2	6	4	**(6+2+6+4)/4=4.5**
X_3	-3	6	2	12	(-3+6+2+12)/4=4.25
X_4	3	9	1	5	**(3+9+1+5)/4=4.5**
X_5	7	1	5	3	(7+1+5+3)/4=4.0

Самый большой показатель *N*-критерия в нашем примере соответствует двум решениям: X_2 и X_4 (он составляет 4,5 и выделен в дополнительном столбце матрицы). Оба эти решения имеют один и тот же самый большой среднеарифметический показатель дохода по всем возможным событиям полной их группы (влияющих на конечный результат). С точки зрения *N*-критерия эти решения лежат на одной и той же линии уровня этого критерия. Соответственно любое из них может быть выбрано ЛПР в качестве наилучшего / оптимального.

Обратим внимание на то, что анализируемые альтернативы ранжируются *N*-критерием «по-своему»:

X_2 и X_4, X_3, X_5, X_1.

Подчеркнем, что из-за отсутствия специфики «крайнего» положения линий уровня *N*-критерия (как по отношению к конусу предпочтений, так и по отношению к соответствующему антиконусу) альтернативы с одинаковыми показателями этого критерия уже не могут доминировать одна другую. Соответственно никакие дополнительные процедуры (типа процедуры идентификации на оптимальность) для ситуации, когда максимальный показатель *N*-критерия достигается одновременно на различных альтернативах, при определении оптимального решения в рамках рассматриваемого критерия не потребуются. Любое решение с максимальным показателем *N*-критерия может быть принято наилучшим для ЛПР.

ЗАМЕЧАНИЕ. Выбор *N*-критерия для оптимизации решения в условиях неопределенности как бы подразумевает следующее. ЛПР, априори, считает, что:

1. все случайные события, формализованные в задаче принятия решений, принимаются "равновозможными";
2. выбираемое решение будет реализовано неоднократно.

Соответственно при этом находится решение с наибольшим «средним ожидаемым» экономическим результатом.

4. Критерий Сэвиджа (*S*-критерий).

Этот критерий характеризуется крайней осторожной (пессимистической) позицией отношения ЛПР к возможным потерям из-за отсутствия достоверных сведений о том, какая из ситуаций, влияющих на экономический результат, будет иметь место в конкретном случае. При *S*-критерии указанная крайне осторожная позиция ЛПР (аналогичная позиции *ММ*-критерия) реализуется применительно к матрице рисков или потерь (а не применительно к матрице полезностей, как это имеет место в рамках *ММ*-критерия). А именно, свой выбор ЛПР реализует на основе анализа матрицы потерь (обозначим её далее через ***L***), которая строится по матрице полезностей следующим образом.

Сначала определяется условное решение $X_У$, которое соответствует утопической точке (*утопическому решению*) в поле полезностей. А именно: это – дополнительный вектор-строка, для которого элемент $a_{Уj}$ конечного результата, соответствующий ситуации θ_j $(j=\overline{1,n})$, определяется как максимально возможный доход в этой ситуации по всем анализируемым решениям. Подчеркнем, что доходы, соответствующие этому утопическому решению, можно было бы реализовать, но только в том случае, если иметь информацию о том, какое событие (из всех событий полной группы, влияющих на экономический результат) наступит. Таким образом,

$$X_У = (a_{У1}, a_{У2}, ..., a_{Уn}),$$

где $a_{Уj} = \max_i \{a_{ij}\}$.

При этом для матрицы потерь $\boldsymbol{L} = (l_{ij})$ в каждой её i-той строке в любом *j*-ом столбце выписываются потери, обуславливаемые решением X_i относительно условного утопического решения $X_У$. А именно:

$$l_{ij} = a_{Уj} - a_{ij}.$$

Далее, анализируя полученную матрицу потерь ***L*** при сравнении альтернативных решений, за основу принимаются их соответствующие самые неблагоприятные результаты для возможных потерь при различных ситуациях развития событий $\{\theta_j, j=\overline{1,n}\}$, не зависящих от ЛПР. Выбирается решение, применительно к которому такой самый неблагоприятный результат (для возможных ситуаций развития "внешних" событий) будет наиболее приемлемым.

Формальные процедуры выбора решения - следующие. К матрице потерь дописывается дополнительный столбец. Его элементы определяются как самые плохие (наибольшие) возможные значения потерь для конечного экономического результата при соответствующем решении (по строкам матрицы). Затем из всех элементов такого дополнительного столбца находится самый лучший (наименьший). По этому элементу и определяют оптимальное решение: им будет решение для соответствующей строки матрицы потерь.

Соответственно, в рамках такого подхода функция, задающая семейство "линий уровня", определяется равенством

$$f(u;v;...;z) = \max\ \{a_{У1} - u; a_{У2} - v;...; a_{Уn} - z\},$$

причем задача нахождения наилучшего решения формально рассматривается как задача минимизации значения этой функции на множестве анализируемых решений $\{X_i\}$: "из всех зол (это – возможные максимальные потери для каждого решения) выбирают наименьшее".

Применительно к обозначениям, принятым ранее для матрицы полезностей задача нахождения наилучшего решения при этом критерии формализуется следующим образом. Пусть:

i – вариант возможного решения ЛПР $(i = 1,2,...,m)$;

j – вариант возможной ситуации $(j = 1,2,...,n)$;

a_{ij} – доход ЛПР, если будет принято решение *i*, а ситуация сложится *j*-ая;

$A = (a_{ij})$ – матрица полезностей;

$L = (l_{ij})$ – соответствующая матрица потерь или рисков.

Целевая функция критерия:

$$Z_S = \min_i \{K_i\},$$

где

$$K_i = \max_j \{l_{ij}\};$$

$$l_{ij} = \max_i \{a_{ij}\} - a_{ij}.$$

Аппарат линий уровня *S*-критерия в ситуации ***n* = 2** (два случайных события в полной группе событий, влияющих на конечный экономический результат) иллюстрируется на рис. 1.4.

Указанный аппарат представляет собой семейство линий, «загнутых» вплотную к соответствующим конусам предпочтений. При этом такие линии соотносятся со всеми точками, которые расположены на «направляющей» линии, проходящей через утопическую точку УТ поля полезностей, причем параллельно биссектрисе первого координатного угла. Чтобы убедиться в этом, рассмотрите самостоятельно график функции

$$\max\{a_{У1} - u; a_{У2} - v\} = \text{К}.$$

Графическая интерпретация и линии уровня критерия (*n*=2).

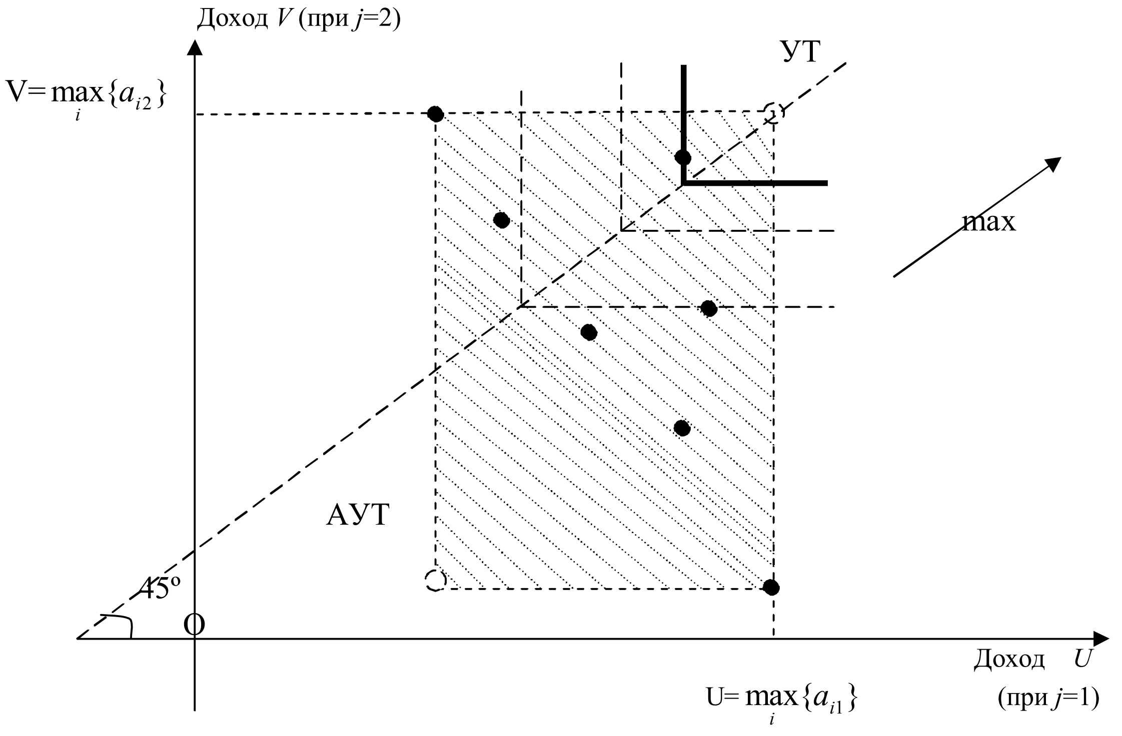
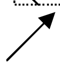
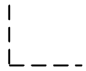


Рис.1.4. Линии уровня *S*-критерия:

● - точки возможных решений ЛПР;
○ УТ - утопическая точка;
○ АУТ - антиутопическая точка;
 - область поля полезностей;
 max - направление предпочтений;
 - линии уровня *S*-критерия.

Таким образом, решение задачи нахождения оптимального решения на основе *S*-критерия в ситуации ***n*** **= 2** имеет следующую графическую интерпретацию. Пусть вдоль линии, которая проходит через утопическую точку УТ поля полезностей, причем параллельно биссектрисе первого координатного угла, передвигается специальный инструмент. Этот инструмент представляет собой угол, вершина которого лежит на указанной биссектрисе, а стороны угла идут по границе соответствующего конуса предпочтений. При этом движение осуществляется именно в направлении к утопической точке УТ. Тогда последняя (из анализируемых) точка в поле полезностей, которую «захватит» этот инструмент при указанном движении, как раз и будет представлять решение, которое соответствует выбору *S*-критерия. Это иллюстрирует рис. 1.4.

Постарайтесь самостоятельно дать соответствующую графическую интерпретацию применительно к ситуации ***n*** **= 3**, когда при формализации полной группы случайных событий для задачи принятия решения в условиях неопределенности применительно к некоторой системе логистики на основе S-критерия будет выделено три таких события.

Иллюстрацию процедур метода рассмотрим на условном примере, который уже был использован выше.

ПРИМЕР 1.4. Для удобства изложения приведем исходные данные в рамках указанного примера. После формализации задачи принятия решений выделено множество $\{\theta_j,\ j=\overline{1,4}\}$ из 4-х случайных событий. Кроме того, анализируются 5 альтернативных решений $\{X_i, i = \overline{1,5}\}$, из которых требуется выбрать наилучшее. Соответствующая матрица полезностей с дополнительной строкой, в которой приведены координаты утопической точки (максимальные элементы по столбцам матрицы полезностей), имеет вид:

Решения	Доходы при событиях:			
	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4
X_1	5	4	3	3
X_2	6	2	6	4
X_3	-3	6	2	12
X_4	3	9	1	5
X_5	7	1	5	3
УТ	7	9	6	12

Найдем наилучшее решение по *S*-критерию. Для нахождения оптимального решения по указанному критерию предварительно переходим к соответствующей матрице потерь (Сэвиджа):

Решения	Потери при событиях:			
	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4
X_1	2	5	3	9
X_2	1	7	0	8
X_3	10	3	4	0
X_4	4	0	5	7
X_5	0	8	1	9

Напомним, что каждый элемент этой матрицы потерь указывает на потери дохода по отношению к соответствующей координате утопической точки *УТ* в «своем» столбце, т.е. по отношению к *утопической* или исключительно благоприятной ситуации, когда ЛПР заранее может знать или угадывает, какое из случайных событий полной группы наступит.

Далее дополним матрицу потерь одним столбцом. В этом столбце представим показатель *S*-критерия, который соответствует крайней пессимистической позиции при оценке потерь в рамках каждого решения. А именно, поскольку анализируются именно потери, то такой показатель будет представлять возможные наибольшие потери для каждого решения (по строке матрицы потерь). Среди элементов дополнительного столбца находим наилучший: наименьший. Другими словами «из всех зол выбираем наименьшее». Строка матрицы потерь с таким показателем определит наилучшее / оптимальное решение по критерию Сэвиджа. Соответствующие процедуры представлены ниже:

Решения	Потери при событиях:				*S* критерий
	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4	
X_1	2	5	3	9	9
X_2	1	7	0	8	8
X_3	10	3	4	0	10
X_4	4	0	5	7	**7**
X_5	0	8	1	9	9

Как видим, самый лучший (для данного критерия - наименьший) показатель *S*-критерия в нашем примере соответствует решению X_4 (он составляет 7 и выделен в дополнительном столбце матрицы). Наилучшим решением по *S*-критерию применительно к рассматриваемой ситуации является решение X_4.

Подчеркнем, что анализируемые альтернативы ранжируются *S* –критерием не так, как применительно ко всем предыдущим критериям:

$$X_4,\ \ X_2,\ \ X_1\ \ \text{и}\ \ X_5,\ \ X_3.$$

Кстати, обратите внимание на специфические особенности выбора по *S* –критерию (сравнивая с выбором *ММ*-критерия в примере 1.1) и соответствующего ранжирования анализируемых альтернатив. А именно, эти особенности обусловливаются тем, что линии уровня критерия теперь оказались «нацеленными» именно на утопическую точку соответствующего поля полезностей. Если выбор решения X_4 , как раз, и представляется для ЛПР более предпочтительным, чем выбор решения X_1, то указанные процедуры «нацеливания» линий уровня на утопическую точку могут для такого ЛПР лучше соответствовать требованиям адаптации линий уровня критерия применительно к имеющимся предпочтениям.

В общем случае, при выборе критерия, который наилучшим образом соответствует предпочтениям ЛПР, менеджер должен учитывать особенности ранжирования всех анализируемых альтернатив. Соответственно и арсенал рассматриваемых им критериев принятия решений в условиях неопределенности должен быть достаточно широким. Естественно, при этом необходимо знать все особенности соответствующих критериев. Поэтому в последующих пяти главах будет представлен целый ряд новых таких критериев (а также различные их модификации) и отмечены особенности их линий уровня в поле полезностей. Это даст менеджерам эффективный инструмент для адаптации выбора применительно к предпочтениям ЛПР.

ЗАМЕЧАНИЕ. Отметьте также следующее. Выбор на основе *S*-критерия обеспечивает нахождение такого решения, для которого значение наихудшего из всех возможных показателей случайных потерь (в случае наихудшего из вариантов «внешних» условий) будет гарантировано наилучшим (наименьшим). Подчеркнем, что *ориентация на матрицу потерь* в рамках критерия Сэвиджа при принятии решений в условии неопределенности (вместо использования матрицы полезностей) обусловливает важную отличительную особенность, которая может привлекать многих ЛПР. Такая ориентация «смещает» выбор ближе к утопической точке (по сравнению с *ММ*-критерием), хотя аппарат используемых линий уровня (по своей «крайней» загнутости) оказывается вполне аналогичным аппарату линий уровня *ММ*-критерия (линии уровня загнуты к границе соответствующего конуса предпочтения).

Дополнительная специфика процедур выбора наилучшего решения на основе S-критерия. Как уже было показано выше линии уровня *S*-критерия (Сэвиджа) имеют много общего с линиями уровня *ММ*-критерия. Они занимают «крайнее» положение по отношению к соответствующим конусам предпочтений. Тот факт, что вершины таких угловых линий уровня смещены относительно биссектрисы главного координатного угла (в отличие от *ММ*-критерия, чтобы «нацелить» выбор на утопическую точку поля полезностей), не устраняет отмеченную ранее особенность выбора наилучших решений, обусловливаемую соответствующим «крайним» положением для линий уровня критерия.

Указанная особенность относится к ситуации, когда окажется, что максимальное значение целевой функции (теперь - функции Z_S) для *S*-критерия достигается не на одном решении из множества X_1 - X_m , а одновременно на нескольких альтернативных решениях. Действительно, если при реализации алгоритма S-критерия будет найдено насколько альтернатив с одинаковым наилучшим значением показателя Z_S, то снова, как и для *ММ*-критерия, можно столкнуться с противоречивой ситуацией. А именно: пусть, например, оказалось, что решения X_S^* и X_S^{**} имеют одинаковый (наилучший для всего множества анализируемых альтернативных решений) показатель целевой функции Z_S. Тогда возможны следующие случаи.

1. Одно из этих решение может оказаться доминируемым. Разумеется, ЛПР никогда не захочет его использовать. Поэтому в такой ситуации в качестве оптимального решения всегда будет принято доминирующее его решение.

2. Среди этих решений X_S^* и X_S^{**} может не быть доминируемых. Соответственно, любая из этих альтернатив может быть принята в качестве оптимального решения по *S*-критерию.

Графические иллюстрации таких ситуаций приведите самостоятельно (они вполне аналогичны тем, которые были проиллюстрированы ранее применительно к *ММ*-критерию).

Соответственно и алгоритм выбора оптимального решения на основе *S*-критерия должен быть дополнен процедурой идентификации решения на оптимальность. Ее формализация здесь опускается. Такая процедура также полностью соответствует приведенной выше процедуре применительно к *ММ*-критерию.

ПРИМЕР 1.4 (Дополнение: иллюстрация процедур идентификации оптимального решения для S-критерия). Пусть в условиях примера 1.4 множество анализируемых альтернативных решений содержит не пять, а восемь решений X_1 - X_8, которые представлены соответствующей матрицей полезностей (для которой в последней строке уже формализованы координаты утопической точки):

Решения	Доходы при событиях:			
	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4
X_1	5	4	3	3
X_2	6	2	6	4
X_3	-3	6	2	12
X_4	3	9	1	5
X_5	7	1	5	3
X_6	4	4	3	3
X_7	2	5	-3	12
X_8	2	9	3	5
УТ	***7***	***9***	***6***	***12***

Реализуем процедуры нахождения оптимального решения по критерию Сэвиджа. Сначала переходим к соответствующей матрице потерь. Затем дополним найденную матрицу потерь дополнительным столбцом. В нем представим значения показателя *S*-критерия применительно к каждому решению:

Решения	Потери при событиях:				Показатель *S*-критерия
	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4	
X_1	2	5	3	9	9
X_2	1	7	0	8	8
X_3	10	3	4	0	10
X_4	4	0	5	7	**7**
X_5	0	8	1	9	9
X_6	3	5	3	9	9
X_7	5	4	9	0	9
X_8	5	0	3	7	**7**

Как видим, наилучшее значение показателя *S*-критерия (см. дополнительный столбец матрицы потерь) достигается одновременно у двух альтернативных решений: X_4 и X_8. Этот показатель равен 7 и выделен в дополнительном столбце матрицы. Поскольку этот показатель достигается не при одном альтернативном решении, то далее реализуем процедуру идентификации на оптимальность. В данной ситуации ни одна из указанных альтернатив не является доминируемой (какой либо другой альтернативой). Поэтому любое из альтернативных решений X_4 и X_8 может быть принято ЛПР в качестве оптимального.

Пусть в рамках этого дополнения к примеру 1.4 рассматривается следующая матрица полезностей с девятью решениями X_1 - X_9 (для которой в последней строке уже формализованы координаты утопической точки):

Решения	Доходы при событиях:			
	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4
X_1	5	4	3	3
X_2	6	2	6	4
X_3	-3	6	2	12
X_4	3	9	1	5
X_5	7	1	5	3
X_6	4	4	3	3
X_7	2	5	-3	12
X_8	2	9	3	5
X_9	0	8	3	5
УТ	7	9	6	12

Соответствующая матрица потерь Сэвиджа и показатели *S*-критерия для каждого из решений представлены матрицей:

Решения	Потери при событиях:				Показатель *S*-критерия
	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4	
X_1	2	5	3	9	9
X_2	1	7	0	8	8
X_3	10	3	4	0	10
X_4	4	0	5	7	**7**
X_5	0	8	1	9	9
X_6	3	5	3	9	9
X_7	5	4	9	0	9
X_8	5	0	3	7	**7**
X_9	7	1	3	7	**7**

В этой ситуации наилучшее значение показателя *S*-критерия достигается одновременно у трех альтернатив: X_4, X_8 и X_9 (показатель равен 7 ; он выделен в дополнительном столбце матрицы потерь). Реализация указанных выше процедур идентификации этих решений на оптимальность приводит к следующему: альтернатива X_8 доминирует альтернативу X_9. Поэтому альтернатива X_9 не может быть принята в качестве оптимального решения. Кроме того альтернативы X_4 и X_8 не доминируют одна другую. Соответственно, в этой ситуации любая из них может быть принята в качестве оптимальной.

5. Модификация максиминного критерия: привязка выбора к утопической точке ($MM_{mod(УТ)}$ -критерий)

Рассматриваемый ниже критерий (обозначаемый через $MM_{mod(УТ)}$ -критерий), как и представленные выше *ММ*- и *S* – критерии, характеризуется также весьма осторожной или, как говорят, пессимистической позицией отношения ЛПР к неопределённости экономического результата. В рамках такого критерия при сравнении альтернативных решений за основу снова принимаются их соответствующие самые неблагоприятные результаты для возможных ситуаций развития “внешних” событий, не зависящих от ЛПР. Однако, в формате представляемого здесь подхода к оптимизации решения в условиях неопределенности соответствующие процедуры (напомним, их можно характеризовать словами «из всех зол выбирается наименьшее») реализуются применительно к специальным образом модифицированной матрице полезностей, а не просто к исходной матрице полезностей и тем более не применительно к матрице потерь Сэвиджа. Модификация, которая будет формализована ниже, предназначена только для того, чтобы линии уровня классического *ММ*-критерия «нацелить» на утопическую точку поля полезностей, причем, не используя матрицы потерь.

Естественно, при этом выбор будет всегда совпадать с выбором *S*-критерия Сэвиджа. Возникает вопрос: зачем же тогда нужна соответствующая модификация *ММ*-критерия. С одной стороны, очевидная особенность такой модификации состоит в том, что при реализации такого подхода не потребуется переход к матрице потерь. С другой стороны, соответствующий подход к модификации процедур выбора решений затем можно будет использовать для построения новых критериев (они будут представлены в последующих главах), которые априори будут «нацелены» на утопическую точку поля полезностей, причем в ряде случаев такой подход будет единственным, чтобы реализовать указанное «нацеливание». Его цель понятна всем менеджерам и лицам, принимающим решения, поскольку выбор будет приближен именно к большим значениям показателей доходов (которые характеризуют утопическую точку).

Интересующая нас модификация матрицы полезностей в рамках рассматриваемого здесь подхода подразумевает, что показатели конечного экономического результата приводятся к новой системе координат. Новая система координат выбирается так, чтобы координаты утопической точки поля полезностей были совпадающими между собой, т.е. равными применительно к любой координатной оси. Другими словами, центр начала системы координат соответствующего многомерного пространства переносится в такую точку, из которой УТ будет «видна» под одинаковым углом к любой координатной оси. Такой подход к модификации матрицы полезностей на формальном уровне означает следующее. К каждому элементу любого отдельного столбца матрицы полезностей добавляется одно и тоже число (зависящее от столбца), причем такое, чтобы максимальный элемент такого столбца после указанной процедуры стал равным наибольшей координате УТ в исходной матрице полезностей.

Обозначим указанную «добавку» применительно к *j*-му столбцу исходной матрицы полезностей через Δ_j ($\Delta_j \geq 0$). Тогда легко видеть, что «добавки» к элементам *j*-го столбца в рамках описанных процедур следует определять по формулам

$$\Delta_j = \max_i \left\{ \max_j \left(a_{ij} \right) \right\} - \max_i \left(a_{ij} \right).$$

После такой модификации матрицы полезностей для принятия решения реализуются указанные выше процедуры классического *ММ*-критерия. А именно, как уже было отмечено, в рамках такого подхода при сравнении альтернативных решений за основу принимаются их соответствующие самые неблагоприятные результаты для возможных ситуаций развития “внешних” событий. Выбирается решение, применительно к которому такой самый неблагоприятный результат будет наилучшим. Формальные процедуры выбора - следующие. К «новой» модифицированной матрице полезностей дописывается дополнительный столбец. Его элементы определяются как самые плохие (наименьшие) возможные конечные экономические результаты при соответствующем решении (по строкам модифицированной матрицы). Затем из всех элементов дополнительного столбца находится самый лучший (наибольший). По этому элементу и определяют оптимальное решение: им будет решение соответствующей строки матрицы полезностей.

В рамках такого критерия функция, задающая семейство “линий уровня” определяется равенством:

$$f(u; v; ...; z) = \min\{u + \Delta_1; v + \Delta_2; ...; z + \Delta_n\}.$$

Ее график будет повторять график такой функции применительно к *ММ*-критерию, но с учетом уже соответствующих указанных сдвигов по каждой координатной оси.

Применительно к обозначениям, принятым нами ранее для матрицы полезностей задача нахождения наилучшего решения при этом критерии формализуется следующим образом.

Пусть

i – вариант возможного решения ЛПР $(i = 1,2,...,m)$;

j – вариант возможной ситуации $(j = 1,2,...,n)$;

a_{ij} – доход / прибыль для ЛПР, если будет принято решение *i*, а ситуация сложится *j*-ая;

$A = (a_{ij})$ – соответствующая матрица полезностей;

Δ_j – показатели указанных выше «добавок» применительно к элементам *j*-го столбца исходной матрицы полезностей для реализации соответствующих процедур ее модификации;

$A = (a_{ij} + \Delta_j) = (\hat{a}_{ij})$ – модифицированная матрица полезностей, элементы которой обозначаются через $(\hat{a}_{ij})$.

Целевая функция критерия:

$$Z_{MM\,\mathrm{mod}(УТ)} = \max_i \{K_i\},$$

где

$$K_i = \min_j \{\hat{a}_{ij}\}.$$

Графическая интерпретация и линии уровня критерия (n = 2). Как уже было отмечено, соответствующая модификация была реализована для того, чтобы «нацелить» линии уровня ММ-критерия именно на утопическую точку УТ поля полезностей. Соответственно получаем графическую интерпретацию вполне аналогичную критерию Сэвиджа. Она представлена на рис. 1.5.

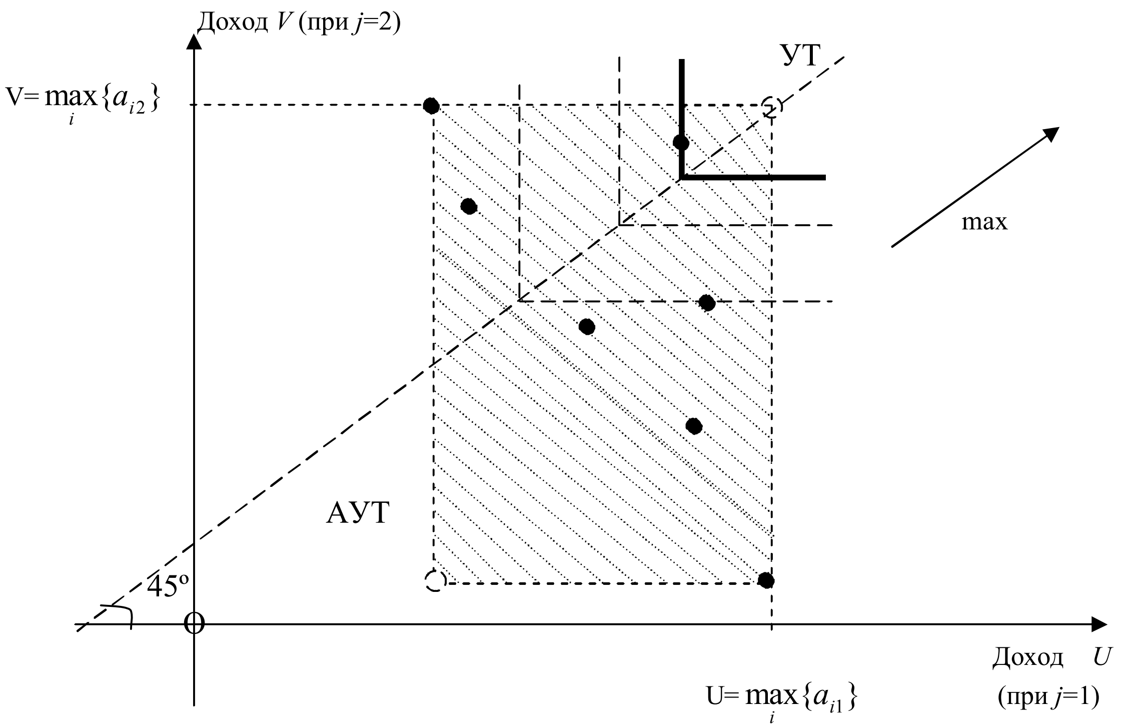


Рис.1.5. Линии уровня $MM_{mod(УТ)}$-критерия:

- ● - точки возможных решений ЛПР;
- ○ УТ - утопическая точка;
- ○ АУТ - антиутопическая точка;
- - область поля полезностей;
- max - направление предпочтений;
- - линии уровня $MM_{mod(УТ)}$-критерия.

Таким образом, как видим, аппарат линий уровня $MM_{mod(УТ)}$-критерия представляет собой в поле полезностей такое семейство линий, которые полностью аналогичны линиям S-критерия.

При этом решение задачи нахождения оптимального решения на основе представленного $MM_{mod(УТ)}$ - критерия в ситуации $\boldsymbol{n} = 2$ имеет также аналогичную графическую интерпретацию. А именно, надо «передвигать специальный инструмент» вдоль линии, которая проходит через утопическую точку УТ поля полезностей, причем параллельно биссектрисе первого координатного угла. Этот инструмент, как и для S–критерия, представляет собой прямой угол, центр которого лежит на указанной биссектрисе, а линии угла идут по границе соответствующего конуса предпочтений. При этом движение осуществляется именно по направлению к утопической точке УТ. Последняя (из анализируемых) точка в поле полезностей, которую «захватит» этот инструмент при указанном движении, будет соответствовать выбору $MM_{mod(УТ)}$ -критерия (впрочем, и выбору S-критерия). Это, как раз, и иллюстрирует рис. 1.5.

Дайте самостоятельно соответствующую графическую интерпретацию применительно к ситуации $\boldsymbol{n} = 3$, когда при формализации полной группы случайных событий для задачи принятия решения в условиях неопределенности применительно к некоторой системе логистики на основе $MM_{mod(УТ)}$ -критерия будет выделено три таких события.

Для иллюстрации процедур метода вернемся к тому же условному примеру, который уже был использован ранее.

ПРИМЕР 1.5. Для удобства изложения напомним необходимые исходные данные. После формализации задачи принятия решений выделено соответственно множество $\{\theta_j, j = \overline{1,4}\}$ из 4-х случайных событий. Кроме того, анализируются 5 альтернативных решений $\{X_i, i = \overline{1,5}\}$, из которых требуется выбрать наилучшее. Соответствующая матрица полезностей (с учетом дополнительной строки, которая представляет координаты утопической точки) имеет вид:

Решения	Доходы при событиях:			
	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4
X_1	5	4	3	3
X_2	6	2	6	4
X_3	-3	6	2	12
X_4	3	9	1	5
X_5	7	1	5	3
УТ	7	9	6	12

Для нахождения оптимального решения предварительно реализуем соответствующие $MM_{mod(УТ)}$ - критерию процедуры модификации матрицы полезностей. А именно, сначала определяем требуемые «добавки» Δ_j, для элементов j-го столбца, чтобы заданную матрицу полезностей привести к новой системе координат. Самая большая из координат утопической точки в этом примере равна 12. При этом для первого столбца матрицы полезностей максимально возможный результат дохода составляет 7 (координата утопической точки применительно к событию θ_1). Поэтому для элементов первого столбца требуемая «добавка» составляет 12 – 7 = 5. Аналогично находим все такие показатели «добавок»:

$$\Delta_1 = 5\ ; \quad \Delta_2 = 3\ ; \quad \Delta_3 = 6\ ; \quad \Delta_4 = 0\ .$$

Реализуя процедуры модификации для «привязки матрицы к утопической точке», получаем следующую модифицированную матрицу полезностей

Решения	Доходы при событиях: в новой системе координат			
	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4
X_1	10	7	9	3
X_2	11	5	12	4
X_3	2	9	8	12
X_4	8	12	7	5
X_5	12	4	11	3

В новой системе координат, к которой приведено изображение матрицы полезностей, линии уровня *ММ*-критерия окажутся «нацеленными» именно на утопическую точку поля полезностей в рамках рассматриваемого примера. Поэтому далее просто применяем процедуры классического *ММ*-критерия к полученной модифицированной матрице полезностей.

Для этого введем дополнительный столбец, в котором представим показатели *ММ*-критерия, но уже применительно к новой модифицированной матрице. А именно, это – показатели крайней осторожной или пессимистической позиции: самые плохие возможные значения дохода по строкам матрицы. По наилучшему (наибольшему, поскольку оценивается доход, а не потери) из таких показателей и будет реализован выбор ЛПР при рассматриваемом критерии. Соответствующие процедуры представлены ниже:

Решения	Доходы при событиях: в новой системе координат				Позиция крайнего пессимизма
	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4	
X_1	10	7	9	3	3
X_2	11	5	12	4	4
X_3	2	9	8	12	2
X_4	8	12	7	5	**5**
X_5	12	4	11	3	3

Самый большой показатель $MM_{mod(УТ)}$ -критерия применительно к последней матрице в нашем примере соответствует решению X_4 (он составляет 5 и выделен в дополнительном столбце матрицы). Таким образом, наилучшим решением по модифицированному $MM_{mod(УТ)}$ -критерию применительно к рассматриваемой ситуации является решение X_4.

Сравните результаты выбора для рассмотренного здесь $MM_{mod(УТ)}$ –критерия с результатами выбора в рамках такой же задачи, но применительно к *S*–критерию (см. пример 1.4). Обратите внимание на полное совпадение оптимальных решений. Более того, обратите также внимание на полное совпадение результатов соответствующего ранжирования анализируемых в этом примере альтернатив по модифицированному $MM_{mod(УТ)}$ –критерию и по *S*–критерию.

Объясните самостоятельно причины такого совпадения. При этом также отметьте, что в рассматриваемом здесь случае при нахождении оптимального решения оказалось возможным обойтись без процедур формализации матрицы потерь Сэвиджа.

ЗАМЕЧАНИЕ. Обратите внимание на следующее. Выбор на основе $MM_{mod(УТ)}$ -критерия (как и выбор на основе *S*-критерия) обеспечивает наименьшее гарантированное значение для наихудших показателей возможных случайных потерь (в случае наихудшего из вариантов «внешних» условий). Подчеркнем, что представленные выше процедуры модификации матрицы полезностей, позволяющие «*нацеливать» выбор на утопическую точку* (вместо использования матрицы потерь Сэвиджа) могут привлекать многих менеджеров или ЛПР, поскольку последующие процедуры нахождения оптимального решения (без перехода к анализу матрицы потерь) имеют естественную интерпретацию в контексте максимизации непосредственно показателей дохода. А именно, обратите внимание на то, что такое «нацеливание» приводит к «смещению» выбора ближе к утопической точке (в данном случае - по сравнению с *ММ*-критерием), причем может быть реализовано и применительно к другим критериям, которые формализуются применительно к матрице полезностей. Более того, реализация именно этого подхода в некоторых случаях может быть *единственно возможным способом* для «нацеливания» выбора на утопическую точку применительно к другим критериям, которые формализуются на основе матрицы полезностей. Это будет продемонстрировано в четвертой главе.

Дополнительная специфика процедур выбора наилучшего решения на основе модифицированного $MM_{mod(УТ)}$ –критерия. Как и было задумано, в поле полезностей линии уровня модифицированного $MM_{mod(УТ)}$ -критерия просто совпадают с линиями уровня критерия Сэвиджа. Соответственно, и в этом случае полученные линии уровня занимают «крайнее» положение по отношению к соответствующим конусам предпочтений. Тот факт, что вершины таких угловых линий уровня смещены относительно биссектрисы главного координатного угла (в отличие от *ММ*-критерия, чтобы «нацелить» выбор на утопическую точку поля полезностей), как мы уже знаем, не устраняет подчеркнутую ранее особенность выбора наилучших решений, обусловливаемую указанным «крайним» положением для линий уровня критерия. Поэтому дополнительно подчеркнем здесь следующее.

Если максимальное значение целевой функции соответствующего модифицированного $MM_{mod(УТ)}$ - критерия достигается не на одном единственном решении из множества X_1 - X_m , а одновременно на нескольких альтернативных решениях (представленных в матрице полезностей), то и в рамках этого критерия не исключены противоречивые ситуации. Если например, окажется, что два решения имеют одинаковый (наилучший для всего множества анализируемых альтернативных решений) показатель целевой функции модифицированного $MM_{mod(УТ)}$ –критерия, тогда потребуется уже знакомый нам соответствующий дополнительный анализ на доминирование.

1. Если одно из этих решение доминируется другим, то применительно к такой ситуации в качестве оптимального решения никогда нельзя выбирать доминируемое решение.

2. Если среди этих альтернативных решений нет доминируемых, то соответственно, любое из них может быть принято в качестве оптимального.

Графическую иллюстрацию таких ситуаций оставляем в качестве упражнения (она вполне аналогична тем, которые были проиллюстрированы ранее).

Соответственно и алгоритм выбора оптимального решения на основе модифицированного $MM_{mod(УТ)}$ –критерия должен, в свою очередь, быть дополнен процедурой идентификации решения на оптимальность. Такая процедура вполне аналогична той, которая была представлена ранее для *ММ*-критерия. Поэтому ее формализация здесь также опускается.

ПРИМЕР 1.5 (Дополнение: иллюстрация процедур идентификации оптимального решения для модифицированного $MM_{mod(УТ)}$-критерия). Пусть в условиях примера 1.5 множество анализируемых альтернативных решений содержит не пять, а восемь решений X_1 - X_8, которые представлены соответствующей матрицей полезностей (в последней строке уже формализованы координаты утопической точки):

Решения	Доходы при событиях:			
	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4
X_1	5	4	3	3
X_2	6	2	6	4
X_3	-3	6	2	12
X_4	3	9	1	5
X_5	7	1	5	3
X_6	4	4	3	3
X_7	2	5	-3	12
X_8	2	9	3	5
УТ	***7***	***9***	***6***	***12***

Реализуем процедуры нахождения оптимального решения по модифицированному $MM_{mod(УТ)}$ – критерию. Сначала найдем требуемые «добавки» Δ_j, для каждого элемента j-го столбца, чтобы заданную матрицу полезностей привести к новой системе координат в рамках процедур ее «привязки к утопической точке». Обратите внимание на то, что самая большая из координат утопической точки в этом примере достигается на элементах четвертого столбца матрицы полезностей и равна 12. При этом для первого столбца матрицы максимально возможный результат дохода составляет 7 , для второго - 9, а для третьего - 6. Поэтому для искомых «добавок» получаем следующие значения:

$$\Delta_1 = 5 ; \quad \Delta_2 = 3 ; \quad \Delta_3 = 6 ; \quad \Delta_4 = 0 .$$

Реализуя требуемые процедуры модификации для «привязки матрицы полезностей к утопической точке», получаем следующую модифицированную матрицу полезностей

Решения	Доходы при событиях: в новой системе координат			
	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4
X_1	10	7	9	3
X_2	11	5	12	4
X_3	2	9	8	12
X_4	8	12	7	5
X_5	12	4	11	3
X_6	9	7	9	3
X_7	7	8	3	12
X_8	7	12	9	5

В новой системе координат, к которой оказалось приведенным изображение матрицы полезностей, соответствующие линии уровня классического *ММ*-критерия окажутся «нацеленными» именно на утопическую точку поля полезностей в рамках рассматриваемого примера. Поэтому далее, как и требуется, просто применяем процедуры *ММ*-критерия к модифицированной матрице полезностей.

Для этого в дополнительном столбце представим соответствующие показатели *ММ*-критерия, но уже применительно к новой модифицированной матрице. Это – показатели крайней осторожной или пессимистической позиции: самые плохие возможные значения дохода по строкам матрицы. По наилучшему (наибольшему, поскольку оценивается доход, а не потери) из таких показателей и будет реализован выбор ЛПР при рассматриваемом критерии. Соответствующие процедуры представлены ниже:

Решения	Доходы при событиях: в новой системе координат				Позиция крайнего пессимизма
	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4	
X_1	10	7	9	3	3
X_2	11	5	12	4	4
X_3	2	9	8	12	2
X_4	8	12	7	5	**5**
X_5	12	4	11	3	3
X_6	9	7	9	3	3
X_7	7	8	3	12	3
X_8	7	12	9	5	**5**

Самый большой показатель $MM_{mod(УТ)}$ -критерия применительно к последней матрице соответствует двум решениям: X_4 и X_8 (он снова составляет 5 и выделен в дополнительном столбце матрицы). Поскольку этот наилучший показатель достигается не при одном альтернативном решении, то далее реализуем соответствующую процедуру идентификации на оптимальность. Нетрудно видеть, что любое из этих решений не является доминируемым. Таким образом, наилучшим решением по модифицированному $MM_{mod(УТ)}$ -критерию применительно к рассматриваемой ситуации может быть принято каждое из них.

Сравните результаты выбора для рассмотренного здесь модифицированного $MM_{mod(УТ)}$ –критерия с результатами выбора в рамках такой же задачи, но применительно к *S*–критерию (см. пример 1.4 Дополнение). Как и требуется, в соответствии с концепцией $MM_{mod(УТ)}$ –критерия, получаем полное совпадение оптимальных решений. Подчеркнем, что в последнем случае при нахождении оптимального решения оказалось возможным обойтись без процедур формализации матрицы потерь Сэвиджа.

Пусть также в рамках этого дополнения к примеру 1.5 рассматривается матрица полезностей с девятью решениями X_1 - X_9. Матрица полезностей (в последней строке уже формализованы координаты утопической точки) - следующая:

Решения	Доходы при событиях:			
	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4
X_1	5	4	3	3
X_2	6	2	6	4
X_3	-3	6	2	12
X_4	3	9	1	5
X_5	7	1	5	3
X_6	4	4	3	3
X_7	2	5	-3	12
X_8	2	9	3	5
X_9	0	8	3	5
УТ	**7**	**9**	**6**	**12**

В этой ситуации «добавки» Δ_j для элементов j-го столбца (приведение матрицы полезностей к новой системе координат) оказываются такими же, как и в предыдущем случае: Δ_1= 5; Δ_2= 3; Δ_3= 6; Δ_4= 0. После «привязки к утопической точке», получаем следующую модифицированную матрицу полезностей:

Решения	Доходы при событиях: в новой системе координат			
	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4
X_1	10	7	9	3
X_2	11	5	12	4
X_3	2	9	8	12
X_4	8	12	7	5
X_5	12	4	11	3
X_6	9	7	9	3
X_7	7	8	3	12
X_8	7	12	9	5
X_9	5	11	9	5

Применительно к новой территории «поля полезностей» (после соответствующего сдвига системы координат в пространстве доходов) соответствующие линии уровня максиминного критерия уже «нацелены» именно на утопическую точку. Для нахождения наилучшего решения теперь просто применяем процедуры *ММ*-критерия к полученной модифицированной матрице полезностей. Соответственно в дополнительном столбце представим показатели крайней осторожной или пессимистической позиции:

Решения	Доходы при событиях: в новой системе координат				Позиция крайнего пессимизма
	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4	
X_1	10	7	9	3	3
X_2	11	5	12	4	4
X_3	2	9	8	12	2
X_4	8	12	7	5	**5**
X_5	12	4	11	3	3
X_6	9	7	9	3	3
X_7	7	8	3	12	3
X_8	7	12	9	5	**5**
X_9	5	11	9	5	**5**

Самый большой показатель $MM_{mod(УТ)}$ -критерия в последней матрице соответствует уже трем решениям: X_4 , X_8 и X_9 (он снова составляет 5 и выделен в дополнительном столбце матрицы). Этот наилучший показатель достигается не при одном единственном альтернативном решении. Поэтому далее реализуем соответствующую процедуру идентификации на оптимальность. Отметим, что альтернатива X_8 доминирует альтернативу X_9. Кроме того, ни одно из остальных интересующих нас альтернативных решений (X_4 и X_8) не доминирует другое. Таким образом, наилучшим решением по модифицированному $MM_{mod(УТ)}$ -критерию применительно к этой ситуации может быть принято как решение X_4 , так и решение X_8 .

Сравните и эти результаты выбора для рассмотренного здесь модифицированного $MM_{mod(УТ)}$ – критерия с результатами выбора в рамках такой же задачи, но применительно к *S*–критерию (см. пример 1.4 Дополнение). Сделайте соответствующие выводы самостоятельно.

6. Иллюстрации и приложения к задаче выбора способа поставки товара

Для иллюстрации методов оптимизации решений в условиях неопределенности рассмотрим упрощенную модель задачи, связанной с оптимизацией выбора способа доставки товара. Пусть некоторая фирма, располагающая свободным капиталом, например, в объеме 800 000$, рассматривает возможность участия в следующей сделке или проекте. Некоторая партия товара (объем партии не подлежит изменению) может быть куплена за 500 000$ и оптово продана за 560 000$. Неопределенность экономического результата связана только с необходимостью доставки товара.

Анализируются следующие способы доставки:

1. ***Авиатранспорт:*** стоимость составляет 22 000$, включая страховку по цене приобретения (вероятность авиакатастрофы, по мнению ЛПР, составляет 0,001, но доверия к этому показателю нет, т.е. необходимо реализовать процедуры оптимизации решения в условиях неопределенности);
2. ***Автотранспорт:*** стоимость составляет 8 000$, неопределенность обусловлена только возможностью ограбления (вероятность нападения с целью ограбления, по мнению ЛПР, составляет 0,1, но как и в предыдущем случае, доверия к этому показателю нет, т.е. необходимо реализовать процедуры оптимизации решения в условиях неопределенности).

Приведем дополнительные возможности на рынке услуг, которые требуется учесть в рамках анализируемой модели задачи принятия решений в условиях непределенности.

1. ***Объявить страховку.*** Известно, что отношение страхового возмещения к цене страхового полиса составляет 40:1. При этом ЛПР предлагает рассмотреть только два варианта объявления страховки: по цене приобретения и по цене реализации.
2. ***Нанять охрану.*** Стоимость составляет 7 000$. Известно, что в 10% случаях наличие охраны не помогает (доверия к этому показателю также нет). Кроме того, ЛПР не будет использовать охрану, если оформляется страховой контракт.

Дополнительно отметим, что при формализации модели известно, что депозитная ставка на период реализации проекта составляет 2%.

ТРЕБУЕТСЯ: найти наилучшее решение, формализовав и решив эту задачу как задачу принятия решений в условиях неопределенности (т.е. в условиях недоверия к предоставленным статистическим данным), – в частности, реализовать следующие процедуры.

1. Составить весь перечень ситуаций, которые влияют на экономические результаты решений, которые необходимо анализировать.
2. Составить перечень анализируемых альтернативных решений.
3. Составить матрицу полезностей.
4. Найти наилучшее решение в рамках каждого из рассмотренных выше соответствующих классических критериев принятия решений в условиях полной неопределенности: *MM*-критерий; *H*-критерий; *N*-критерий и *S*-критерий. Кроме того, представить процедуры оптимизации по модифицированному $MM_{mod(УТ)}$-критерию.

ЗАМЕЧАНИЕ. Атрибуты задачи не претендуют на общность. Они упрощены для удобства иллюстрации представленных выше подходов к оптимизации логистических систем в условиях неопределенности.

Решение.

ЭТАПЫ ФОРМАЛИЗАЦИИ МОДЕЛИ

1. Составим весь перечень ситуаций, влияющих на экономические результаты решений, которые требуется анализировать. Предварительно отметим следующее. В ситуации с охраной, когда груз доставляется автотранспортом, нападение с целью ограбления может привести или не привести к потере груза. Это необходимо учесть в структуре матрицы полезностей. Поэтому далее для формализации модели удобно использовать следующую интерпретацию. Считаем, что нападающие могут принадлежать к одной из двух категорий: «крутые» - соответственно груз будет потерян, несмотря на наличие охраны; не крутые – соответственно при наличии охраны груз не будет потерян (при отсутствии охраны он будет потерян). Тогда интересующий нас перечень ситуаций можно синтезировать следующим образом:

Q_1 – {самолет, который мог бы доставлять товар, - долетел} × {машина, которая могла бы доставлять товар, - доезжает без нападения};

Q_2 – {самолет, который мог бы доставлять товар, - долетел} × {на машину, которая могла бы доставлять товар, - напали, но не “крутые”};

Q_3 – {самолет, который мог бы доставлять товар, - долетел} × {на машину, которая могла бы доставлять товар, -напали, причем “крутые”};

Q_4 – {самолет, который мог бы доставлять товар, - не долетел} × {машина, - которая могла бы доставлять товар, - доезжает без нападения};

Q_5 – {самолет, который мог бы доставлять товар, - не долетел} × {на машину, которая могла бы доставлять товар, - напали, но не “крутые”};

Q_6 – {самолет, который мог бы доставлять товар, - не долетел} × {на машину, которая могла бы доставлять товар, - напали “крутые”}.

2. Составим перечень анализируемых альтернативных решений в формате этой задачи оптимизации в условиях неопределенности с учетом требований ЛПР:

X_0 – отказаться от участия в сделке и положить деньги на депозит;

X_1 – вступить в сделку, причем груз доставлять авиатранспортом;

X_2 – вступить в сделку, причем груз доставлять автотранспортом без использования указанных дополнительных услуг (т.е. без охраны и без объявления страховки);

X_3 – вступить с сделку, причем груз доставлять автотранспортом, объявляя страховку – по цене приобретения;

X_4 – вступить в сделку, причем груз доставлять автотранспортом, объявляя страховку – по цене реализации;

X_5 – вступить в сделку, причем груз доставлять автотранспортом и дополнительно воспользоваться – только услугами охраны

(подчеркнем, что, вообще говоря, возможны и другие решения, но в соответствии с условием далее учитываем, что ЛПР желает рассмотреть именно указанные здесь альтернативы).

3. Для поставленной задачи оптимизации в условиях неопределенности составим соответствующую матрицу полезностей. Для ее атрибутов уже имеем:

- $\{Q_1; Q_2; Q_3; Q_4; Q_5; Q_6\}$ – перечень возможных ситуаций, влияющих на конечный экономический результат предложения / проекта и образующих соответствующую полую группу случайных событий.
- $\{X_0; X_1; X_2; X_3; X_4; X_5\}$ – перечень альтернативных решений, которые ЛПР требует анализировать в рамках рассматриваемого предложения / проекта.

Для формализации матрицы полезностей оценим соответствующие показатели конечного экономического результата (дохода) в формате анализируемых решений при указанных выше конкретных внешних ситуациях.

Решение X_0 при ситуациях Q_1, Q_2, Q_3, Q_4, Q_5, Q_6:

$$800.000*(1+0,02)=816.000$$

Решение X_1 при ситуациях Q_1, Q_2, Q_3:

$$(800.000-500.000-22.000)*1,02+560.000 = 843.560$$

Решение X_1 при ситуациях Q_4, Q_5, Q_6:

(800.000-500.000-22.000)*1,02+500.000 = 783.560

Решение X_2 при ситуациях Q_1, Q_4:

(800.000-500.000-8.000)*1,02+560.000 = 857.840

Решение X_2 при ситуациях Q_2, Q_3, Q_5, Q_6:

(800.000-500.000-8.000)*1,02 = 297.840

Решение X_3 при ситуациях Q_1, Q_4:

(800.000-500.000-8.000-12.500)*1,02+560.000 = 845.090

Решение X_3 при ситуациях Q_2, Q_3, Q_5, Q_6:

(800.000-500.000-8.000-12.500)*1,02+500.000 = 785.090

Решение X_4 при ситуациях Q_1, Q_2, Q_3, Q_4, Q_5, Q_6:

(800.000-500.000-8.000-14.000)*1,02+560.000 = 843.560

Решение X_5 при ситуациях Q_1, Q_2, Q_4, Q_5:

(800.000-500.000-8.000-7.000)*1,02+560.000 = 850.700

Решение X_5 при ситуациях Q_3, Q_6:

(800.000-500.000-8.000-7.000)*1,02 = 290.700

Таким образом, матрица полезностей в рамках рассматриваемого здесь условного примера имеет следующий вид:

	Q_1	Q_2	Q_3	Q_4	Q_5	Q_6
X_0	816.000	816.000	816.000	816.000	816.000	816.000
X_1	843.560	843.560	843.560	783.560	783.560	783.560
X_2	857.840	297.840	297.840	857.840	297.840	297.840
X_3	845.090	785.090	785.090	845.090	785.090	785.090
X_4	843.560	843.560	843.560	843.560	843.560	843.560
X_5	850.700	850.700	290.700	850.700	850.700	290.700

ЭТАП ВЫБОРА ОПТИМАЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

Найдем наилучшее решение применительно к каждому из представленных в этой главе критериев принятия решений в условиях неопределенности. Для удобства изложения в каждом случае далее предварительно напоминается соответствующий вид целевой функции реализуемого критерия, на основе которого определяется оптимальное решение.

***ММ*-критерий:**

$$Z_{MM} = \max_i \{K_i\}, \text{ где } K_i = \min_j \{a_{ij}\}$$

Необходимые процедуры выбора наилучшего решения представлены ниже:

	Q_1	Q_2	Q_3	Q_4	Q_5	Q_6	K_i
X_0	816.000	816.000	816.000	816.000	816.000	816.000	816.000
X_1	843.560	843.560	843.560	783.560	783.560	783.560	783.560
X_2	857.840	297.840	297.840	297.840	297.840	297.840	297.840
X_3	845.090	785.090	785.090	785.090	785.090	785.090	785.090
X_4	843.560	843.560	843.560	843.560	843.560	843.560	**843.560**
X_5	850.700	850.700	290.700	850.700	850.700	290.700	290.700

В дополнительном столбце матрицы выделено наилучшее значение показателя K_i для *ММ*-критерия. Таким образом, в рамках классического *ММ*-критерия (критерий пессимизма) для данной задачи принятия решений в условиях неопределенности (т.е. в условиях, когда имеется недоверие к предоставленным статистическим данным о вероятностях событий $Q_1 \div Q_6$) в качестве оптимального будет выбрано решение X_4. Напомним, что указанное решение подразумевает: «вступить в сделку, причем товар доставлять автотранспортом с объявлением страховки по цене реализации». Конечный гарантированный результат дохода составит 843,56 тыс. у.е. Подчеркнем, что при этом ранжирование анализируемых альтернатив (в порядке убывания предпочтения) оказывается следующим:

$$X_4,\ X_0,\ X_5,\ X_3,\ X_2,\ X_1.$$

Отметим, дополнительно, что применительно к рассматриваемому примеру оказалось, что наилучший показатель *ММ*-критерия достигается именно на одном из анализируемых альтернативных решений. Соответственно, реализация процедур идентификации оптимального решения не требуется. Кроме того, подчеркнем, что указанный выше гарантированный доход (843,56 тыс. у.е.), в частности, реализуется также и в любой из ситуаций $Q_1 \div Q_6$.

***Н*-критерий:**

$$Z_H = \max_i \{K_i\}, \text{ где } \quad K_i = \max_j \{a_{ij}\}\ .$$

Соответствующие процедуры выбора наилучшего решения представлены ниже:

	Q_1	Q_2	Q_3	Q_4	Q_5	Q_6	K_i
X_0	816.000	816.000	816.000	816.000	816.000	816.000	816.000
X_1	843.560	843.560	843.560	783.560	783.560	783.560	843.560
X_2	857.840	297.840	297.840	857.840	297.840	297.840	**857.840**
X_3	845.090	785.090	785.090	785.090	785.090	785.090	845.090
X_4	843.560	843.560	843.560	843.560	843.560	843.560	843.560
X_5	850.700	850.700	290.700	850.700	850.700	290.700	850.700

В дополнительном столбце матрицы выделено наилучшее значение показателя K_i для *Н*-критерия. В рамках классического *Н*-критерия (оптимизма) для данной задачи принятия решений в условиях неопределенности будет выбрано решение X_2: «вступить в сделку, причем груз доставлять автотранспортом без охраны и без оформления страхового контракта для операций доставки». Естественно, такое решение ориентирует ЛПР на самый благоприятный исход применительно к доставке автотранспортом: события Q_1 и Q_4. Легко видеть, что только в этом случае можно получить соответствующий доход. При этом и ранжирование анализируемых альтернатив соответствует более оптимистической позиции:

$$X_2,\ X_5,\ X_3,\ X_1, \text{ и } X_4,\ X_0.$$

Подчеркнем также, что применительно к рассматриваемому примеру оказалось, что наилучший показатель *H*-критерия достигается именно на одном из анализируемых альтернативных решений. Соответственно, реализация процедур идентификации оптимального решения здесь не требуется.

N-критерий:

$$Z_N = \max_i \{K_i\}, \text{ где } K_i = \frac{1}{n} \cdot \sum_{j=1}^{n} a_{ij} .$$

Соответствующие процедуры выбора наилучшего решения представлены ниже:

	Q_1	Q_2	Q_3	Q_4	Q_5	Q_6	K_i
X_0	816.000	816.000	816.000	816.000	816.000	816.000	816.000
X_1	843.560	843.560	843.560	783.560	783.560	783.560	613.560
X_2	857.840	297.840	297.840	857.840	297.840	297.840	484.840
X_3	845.090	785.090	785.090	785.090	785.090	785.090	805.090
X_4	843.560	843.560	843.560	843.560	843.560	843.560	**843.560**
X_5	850.700	850.700	290.700	850.700	850.700	290.700	664.030

В дополнительном столбце матрицы выделено наилучшее значение показателя K_i для *N*-критерия. Таким образом, в рамках классического *N*-критерия (нейтрального критерия) для данной задачи принятия решений в условиях неопределенности будет выбрано именно решение X_4: «вступить в сделку, причем товар доставлять автотранспортом с объявлением страховки по цене реализации». При этом ранжирование анализируемых альтернатив более соответствует осторожной позиции ЛПР (хотя и отличается от всех предыдущих):

$$X_4, \quad X_0, \quad X_3, \quad X_5, \quad X_1, \quad X_2.$$

Если, априори считать, что все события полной группы случайных событий $Q_1 \div Q_6$ равновозможны (имеют одинаковые вероятности), то указанное решение обеспечит самый большой ожидаемый доход в среднем на одну сделку. Обратим внимание на то, что значение целевой функция критерия, как раз, и указывает на величину такого среднего ожидаемого дохода.

***S*-критерий:**

$$Z_S = \min_i \{Ki\}\text{ , где } Ki = \max_j \{l_{ij}\}\text{ ,}$$

$$l_{ij} = \max_i \{a_{ij}\} - a_{ij}.$$

Соответствующие процедуры выбора будут представлены ниже. По заданной матрице полезностей в рамках этого критерия сначала надо построить соответствующую матрицу потерь. Для удобства снова представим матрицу полезностей:

	Q_1	Q_2	Q_3	Q_4	Q_5	Q_6
X_0	816.000	816.000	816.000	816.000	816.000	816.000
X_1	843.560	843.560	**843.560**	783.560	783.560	783.560
X_2	**857.840**	297.840	297.840	**857.840**	297.840	297.840
X_3	845.090	785.090	785.090	845.090	785.090	785.090
X_4	843.560	843.560	**843.560**	843.560	843.560	**843.560**
X_5	850.700	**850.700**	290.700	850.700	**850.700**	290.700

Здесь в каждом столбце матрицы жирным шрифтом выделено наибольшее значение дохода, которое ЛПР могло бы реализовать при удачном выборе решения из заданного доступного для ЛПР перечня решений. Именно такие доходы (применительно к заданным «внешним» событиям, влияющим на конечный экономический результат) ЛПР могло бы получать, если бы всегда угадывало (или каким-то другим образом узнавало), какое из событий полной группы наступит. Эти выделенные жирным шрифтом значения возможных доходов определяют утопическую точку, применительно к которой строится матрица потерь для критерия Сэвиджа.

Мы уже отметили, что данный критерий оперирует не с матрицей полезности $A = (a_{ij})$, а с матрицей рисков или потерь $L = (l_{ij})$. Поэтому от имеющейся матрицы полезностей, т.е. матрицы *A*, далее переходим к матрице рисков или потерь. Соответствующие потери определяются применительно к каждому элементу исходной матрицы полезностей на основе максимального элемента соответствующего столбца. Другими словами, потери для каждого решения X_i применительно к каждой ситуации θ_j $(j = 1,2,...,n)$ определяются на основе «эталонного» условного решения $X_{УТ}$, параметры которого характеризуют утопическую точку для исходной матрицы полезностей. В нашем примере для такого «эталонного» условного решения имеем:

События	Q_1	Q_2	Q_3	Q_4	Q_5	Q_6
Утопический доход при «решении» $X_{УТ}$	857.840	850.700	843.560	857.840	850.700	843.560

(именно такие доходы можно было бы реализовать при указанных внешних случайных событиях / ситуациях, если бы заранее знать, какое из них наступит).

Матрица потерь и соответствующие процедуры нахождения оптимального решения на основе такой матрицы представлены ниже:

	Q_1	Q_2	Q_3	Q_4	Q_5	Q_6	K_i
X_0	41.840	34.700	27.560	41.840	34.700	27.560	41.840
X_1	14.280	7.140	0	74.280	67.140	60.000	74.280
X_2	0	552.860	545.720	0	552.860	545.720	552.860
X_3	12.750	65.610	58.470	12.750	65.610	58.470	65.610
X_4	14.280	7.140	0	14.280	7.140	0	14.280
X_5	7.140	0	552.860	7.140	0	552.860	552.860

В дополнительном столбце матрицы потерь выделено наилучшее значение показателя K_i для S-критерия. Таким образом, в рамках критерия Сэвиджа для данной задачи принятия решений в условиях неопределенностей будет выбрано решение X_4: «вступить в сделку, причем товар доставлять автотранспортом с объявлением страховки по цене реализации».

Подчеркнем, что при этом ранжирование анализируемых альтернатив (в порядке убывания предпочтения) оказывается весьма близким к ранжированию по MM-критерию:

$$X_4,\ X_0,\ X_3,\ X_1,\ X_2 \text{ и } X_5.$$

Отметим также, что применительно к рассматриваемому примеру оказалось, что наилучший показатель S-критерия достигается именно на одном из анализируемых альтернативных решений. Соответственно, реализация процедур идентификации оптимального решения не требуется.

Как видим, оптимальный выбор на основе критерия Сэвиджа оказался таким же, как и в представленных выше случаях *ММ*-критерия и *N*-критерия. Но в данной ситуации такой выбор подчеркивает, прежде всего, следующее. При указанном решении самая большая величина возможных потерь будет гарантировано меньшей. А именно, она не превысит 14,280 (тыс. у.е.).

$MM_{mod(УТ)}$ -критерий:

$$Z_{MM\,\mathrm{mod}(УТ)} = \max_i \{K_i\},$$

где

$$K_i = \min_j \{\hat{a}_{ij}\},$$

причем $\hat{a}_{ij} = a_{ij} + \Delta_j$, $\Delta_j = \max_i \{\max_j (a_{ij})\} - \max_i (a_{ij})$.

Предварительно, в рамках указанного критерия необходимо выполнить процедуры модификации матрицы полезностей. Для этого применительно к исходной матрице полезностей дописываем две дополнительные строки. А именно:

- первая – с координатами утопической точки *УТ* (максимумы по соответствующим столбцам исходной матрицы полезностей);
- вторая – с показателями требуемых для модификации «добавок» Δ_j к элементам соответствующих столбцов исходной матрицы полезностей (недостачи максимумов по столбцам до максимальной из координат утопической точки, которая выделена далее жирным шрифтом).

Эти процедуры соответственно представлены ниже:

	Q_1	Q_2	Q_3	Q_4	Q_5	Q_6
X_0	816.000	816.000	816.000	816.000	816.000	816.000
X_1	843.560	843.560	843.560	783.560	783.560	783.560
X_2	857.840	297.840	297.840	857.840	297.840	297.840
X_3	845.090	785.090	785.090	785.090	785.090	785.090
X_4	843.560	843.560	843.560	843.560	843.560	843.560
X_5	850.700	850.700	290.700	850.700	850.700	290.700
УТ	**857.840**	850.700	843.560	**857.840**	850.700	843.560
Добавки Δ_j	0	7.140	14.280	0	7.140	14.280

Теперь можем выписать модифицированную матрицу полезностей, добавляя к каждому элементу исходной матрицы полезностей соответствующую добавку Δ_j, которая указана в том столбце, где и расположен элемент. После этого реализуем процедуры выбора, аналогичные классическому *ММ*-критерию.

Соответствующие процедуры оптимизации решения в условиях неопределенности в формате модифицированного $MM_{mod(УТ)}$ -критерия представлены ниже:

	Q_1	Q_2	Q_3	Q_4	Q_5	Q_6	K_i
X_0	816.000	823.140	830.280	816.000	823.140	830.280	816.000
X_1	843.560	850.700	857.840	783.560	790.800	797.840	783.560
X_2	857.840	304.980	312.120	877.840	304.980	312.120	304.980
X_3	845.090	792.230	799.370	785.090	792.230	799.370	785.090
X_4	843.560	850.700	857.840	843.560	850.700	857.840	**843.560**
X_5	850.700	857.840	304.980	850.700	857.840	304.980	304.980

В дополнительном столбце матрицы потерь выделено наилучшее значение показателя K_i для $MM_{mod(YT)}$ -критерия. Таким образом, в формате модифицированного $MM_{mod(YT)}$ - критерия для данной задачи принятия решений в условиях неопределенности (т.е. в условиях, когда имеется недоверие к предоставленным статистическим данным о вероятностях событий $Q_1 \div Q_6$) будет выбрано именно решение X_4: «вступить в сделку, причем товар доставлять автотранспортом с объявлением страховой суммы по цене реализации». Как и следовало ожидать, этот выбор совпал с выбором S-критерия (по матрице потерь Сэвиджа). подчеркнем, что аналогичным образом совпадает и ранжирование анализируемых альтернатив.

ВОПРОСЫ (к главе 1)

1.1. Задачи какого типа, относятся к задачам принятия решений в условиях неопределенности? Отметьте основные отличительные особенности задач этого типа. В частности, укажите, почему в рамках одной и той же задачи оптимизации решений для системы логистики в условиях неопределенности различные ЛПР могут выбирать разные оптимальные решения.

1.2. Приведите формальную постановку задачи принятия решений в условиях неопределенности. В частности, отметьте:

- особенности и ограничения, накладываемые при формализации модели на множество возможных случайных ситуаций, учитываемых в рамках соответствующей модели;
- структуру матрицы полезностей.

1.3. Для какого случая задача принятия решений в условиях неопределенности имеет простую и наглядную графическую интерпретацию? Для каких других случаев такая интерпретация также возможна? В частности, отметьте интерпретацию следующих понятий:

- поле полезности;
- утопическая точка;
- антиутопическая точка.

1.4. Что именно обуславливает трудности выбора наилучшей альтернативы в задачах принятия решений в условиях неопределенности? В частности, дайте определения и графическую интерпретацию для следующих понятий:

- конус предпочтений;
- антиконус;
- конуса неопределённости.

1.5. Дайте формальное определение понятия семейства «линий уровня» применительно к конкретному ЛПР. Уточните, с какой целью вводится это понятие. Приведите соответствующую графическую интерпретацию для простейшего случая анализа неопределенности, когда экономический результат любого из решений ЛПР зависит только от двух возможных вариантов случайного развития событий. Как изменится такая интерпретация применительно к 3-мерному случаю, когда для анализа выделяется множество $\{Q_1;\ Q_2;\ Q_3\}$? На основе этих понятий сформулируйте задачу оптимизации для нахождения наилучшего решения в условиях неопределенности при заданном семействе «линий уровня» конкретного ЛПР.

1.6. Приведите атрибуты классического *ММ*-критерия для нахождения наилучшего решения в условиях неопределенности. Уточните его отличительные особенности, отметив, в частности:

- Вид соответствующих «линий уровня»;
- Почему применительно к этому критерию говорят о «крайней» пессимистической позиции отношения ЛПР к неопределенности результатов решения?
- Преимущество и недостатки этого критерия в сравнении с другими классическими критериями принятия решений в условиях полной неопределенности.

1.7. Приведите атрибуты классического *H*-критерия для нахождения наилучшего решения в условиях неопределенности. Уточните его отличительные особенности, отметив, в частности:

- Вид соответствующих «линий уровня»;
- Почему применительно к этому критерию говорят о «крайней» оптимистической позиции отношения ЛПР к неопределенности результатов решения?
- Преимущество и недостатки этого критерия в сравнении с другими классическими критериями принятия решений в условиях полной неопределенности.

1.8. Приведите атрибуты классического *N*-критерия для нахождения наилучшего решения в условиях неопределенности. Уточните его отличительные особенности, отметив, в частности, следующее.

- Вид соответствующих «линий уровня»;
- Почему применительно к этому критерию говорят о нейтральной позиции отношения ЛПР к неопределенности результатов решения?
- Преимущество и недостатки этого критерия в сравнении с другими классическими критериями принятия решений в условиях полной неопределенности.

1.9. Приведите атрибуты классического *S*-критерия для нахождения наилучшего решения в условиях неопределённости. Уточните его отличительные особенности, отметив, в частности:

- необходимость анализа соответствующих потерь в рамках такого подхода к нахождению наилучшего решения;
- относительно какой ситуации (и какого условного решения), оцениваются такие потери в рамках *S*-критерия;
- структуру соответствующей матрицы потерь или рисков;
- вид соответствующих “линий уровня” этого критерия;
- почему применительно к *S*-критерию можно говорить о “крайней” пессимистической позиции отношения ЛПР к неопределённости результатов потерь соответствующего решения;
- преимущества и недостатки этого критерия в сравнении с другими классическими критериями принятия решений в условиях полной неопределенности.

1.10. Укажите, можно ли реализовать выбор наилучшей альтернативы, причем такой же, как и по критерию Сэвиджа, но, чтобы при этом не пришлось обращаться к формату матрицы потерь. Приведите атрибуты модифицированного $MM_{mod(УТ)}$ -критерия. Уточните его отличительные особенности, отметив, в частности, следующее.

- Вид соответствующих «линий уровня»;
- Преимущество и недостатки этого критерия в сравнении с другими классическими критериями принятия решений в условиях полной неопределенности.

Глава 2. ПРОИЗВОДНЫЕ КРИТЕРИИ ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЁННОСТИ. ОСОБЕННОСТИ ИХ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ПРИ ОПТИМИЗАЦИИ СИСТЕМ ЛОГИСТИКИ

К производным критериям оптимизации решений в условиях неопределенности, как правило, относят критерии, которые модифицируют или обобщают классические критерии. Вообще говоря, среди таких критериев выделяют также и так называемые составные критерии принятия решений в условиях неопределённости, - они будут представлены в следующей главе. В этой главе в краткой форме рассмотрены следующие критерии:

- критерий Гурвица;
- критерий произведений;
- критерий Гермейера и его модификация;
- критерий наиболее вероятного исхода.

При формализации этих критериев используются специальные методы и приемы, которые были разработаны в теории, чтобы позволить ЛПР более эффективно адаптировать линии уровня в поле полезностей применительно к особенностям своего бизнеса, специфике решаемой задачи оптимизации и имеющимся собственным предпочтениям при сравнении альтернатив в условиях неопределенности.

Отдельно подчеркнем, что сегодня любой менеджер должен свободно владеть соответствующими методами и приемами, а также и непосредственно указанными производными критериями принятия решений в условиях неопределенности. Это позволит в дальнейшем создавать соответствующие модификации, чтобы обеспечить такой выбор альтернативного решения в условиях неопределенности, который действительно будет наилучшим образом соответствовать предпочтениям и требованиям ЛПР.

1. Критерий Гурвица (*HW*-критерий).

Этот критерий характеризуется, как говорят, *взвешенной позицией* “пессимизма-оптимизма”, отражающей отношение ЛПР к неопределённости экономического результата. В рамках такого подхода при сравнении альтернатив за основу принимаются следующие возможные их конечные экономические результаты дохода / прибыли применительно к случайным реализациям событий, не зависящим от ЛПР:

а) самый неблагоприятный;

б) самый благоприятный.

Эти “крайние” (самый благоприятный и самый неблагоприятный) результаты учитываются с определёнными “весами”, выбираемыми непосредственно самим ЛПР. При таком подходе их синтез будет характеризовать приемлемый для ЛПР баланс между готовностью рисковать и склонностью к осторожным решениям. Другими словами, при этом критерии ЛПР как бы “взвешивает” оценки, которые используются двумя “крайними” классическими критериями. А именно, -

А) критерием “крайнего” пессимизма (*MM*-критерием);

Б) критерием “крайнего” оптимизма (*H*-критерием).

Выбирается решение, применительно к которому такая “взвешенная” оценка будет наиболее приемлемой (наибольшей, т.к. она относится к показателю дохода). Формальные процедуры выбора решения - следующие. При указанном подходе к нахождению наилучшего решения в условиях неопределенности удобно для матрицы полезностей вводить три дополнительных столбца. А именно:

1. первый – для оценок по *MM*-критерию (напомним, что его элементы определяются как самые плохие, т.е. наименьшие, возможные конечные экономические результаты для каждого решения);
2. второй – для оценок по *H*-критерию (напомним, что его элементы определяются как самые хорошие, т.е. возможные наибольшие конечные экономические результаты для каждого решения);
3. третий – для результирующих “взвешенных” оценок по *HW*-критерию с учетом выбранных «весов» применительно к первым двум из указанных выше типов оценок.

Затем из всех элементов такого дополнительного третьего столбца находится самый лучший (наибольший). По этому элементу и определяют оптимальный выбор: им будет альтернативное решение соответствующей строки матрицы полезностей.

В рамках такого подхода функция, задающая семейство “линий уровня” определяется равенством

$$f(u;v;...;z) = c \cdot \min\{u,v,...,z\} + (1-c) \cdot \max\{u,v,...,z\},$$

где

- $c\ (0 \le c \le 1)$ - “вес”, с которым учитывается оценка классического *ММ*-критерия;
- $(1-c)$ - “вес”, с которым учитывается оценка классического *Н*-критерия.

Применительно к обозначениям, принятым ранее для матрицы полезностей, задача нахождения наилучшего решения при сравнении альтернатив в условиях неопределённости формализуется как следующая задача оптимизации.

Пусть

i – вариант возможного решения ЛПР $(i = 1,2,...,m)$;

j – вариант возможной ситуации $(j = 1,2,...,n)$;

a_{ij} – доход ЛПР, если будет принято решение X_i, причем ситуация сложится именно j-ая (т.е. в соответствии с событием θ_j);

Тогда целевая функция критерия может быть представлена следующим образом:

$$Z_{HW} = \max_i \{K_i\},$$

где

$$K_i = c \cdot \min_j \{a_{ij}\} + (1-c) \cdot \max_j \{a_{ij}\},$$

c - соответствующий “весовой” коэффициент, который выбирается ЛПР.

ЗАМЕЧАНИЕ. Очевидно, что при $c = 1$ рассматриваемый *HW*-критерий (Гурвица) просто соответствует *ММ*-критерию (пессимизма), а при $c = 0$ он соответствует *Н*-критерию (оптимизма). Кроме того, при $c = 0{,}5$ для случая $n = 2$ (когда всего два исхода θ_1 и θ_2 влияют на экономический результат) он полностью соответствует нейтральному *N*-критерию. Таким образом, *HW*-критерий обобщает эти классические критерии в указанном смысле.

Графическая интерпретация и линии уровня критерия (*n* = 2).

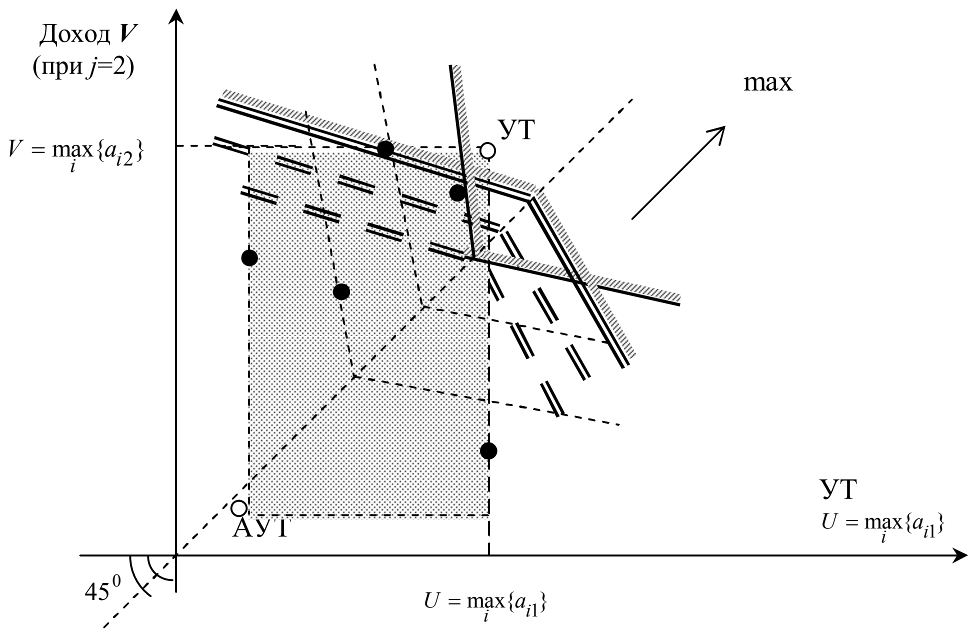


Рис. 2.1. Линии уровней для *HW*-критерия:

● - точки возможных решений ЛПР;

○ УТ - утопическая точка;

○ АУТ - антиутопическая точка;

- область поля полезностей;

max - направление предпочтений;

- линия уровня *HW*-критерия $(c = 3/4)$;

- линия уровня *HW*-критерия $(c = 1/4)$

Аппарат линий уровня *HW*-критерия в ситуации ***n* = 2**, как видим из рис. 2.1, представляет собой семейство линий, каждая из которых составлена из двух отрезков прямых. Эти отрезки соединены на биссектрисе первого координатного угла. Они либо «загнуты» под одинаковым углом к границе конуса предпочтения (случай, когда ЛПР выбирает значение 0,5 < c < 1), либо «загнуты» под одинаковым углом к границе антиконуса (случай, когда ЛПР выбирает значение 0 < c < 0,5). При этом направляющая для системы указанных линий совпадает с биссектрисой первого координатного угла. Кроме того, для линии уровня «К» обе координаты соответствующей «угловой» точки равны К («угловая» точка лежит на указанной биссектрисе). Соответственно число К может использоваться для идентификации такой линии. Чтобы убедиться в этом, рассмотрите самостоятельно график функции

$$C\cdot\text{Min}\,\{u, v\} + (1\text{-}C)\cdot\text{Max}\,\{u, v\} = \text{К}$$

(при различных значениях C из интервала [0; 1]).

Таким образом, решение задачи нахождения оптимального решения на основе *HW*-критерия в ситуации ***n* = 2** имеет следующую графическую интерпретацию. Пусть вдоль биссектрисы первого координатного угла передвигается специальный инструмент. Этот инструмент представляет собой угол, вершина которого лежит на указанной биссектрисе, а стороны идут под одинаковым углом к границе соответствующего конуса предпочтений. При этом движение осуществляется в направлении увеличения показателя «К». Тогда последняя (из анализируемых) точка в поле полезностей, которую «захватит» этот инструмент при указанном движении, как раз и будет соответствовать выбору *ММ*-критерия. Это иллюстрирует рис. 2.1.

Дайте самостоятельно соответствующую графическую интерпретацию применительно к ситуации ***n* = 3**, когда при формализации полной группы случайных событий для задачи принятия решения в условиях неопределенности применительно к некоторой системе логистики будет выделено три таких события.

ЗАМЕЧАНИЕ. В рамках рассматриваемого *HW*-критерия никаких теоретических рекомендаций по выбору “весов” c и $(1-c)$ не даётся. Этот выбор остаётся непосредственно за ЛПР, позволяя ему реализовать своё отношение к риску или к возможности отклонения конечного экономического результата применительно к своим собственным предпочтениям. Иногда соответствующий факт относят к недостаткам *HW*-критерия. На наш взгляд указанную особенность, скорее всего, следует относить к достоинствам этого критерия. Действительно, возможность выбора параметра c (0 < c < 1) дает ЛПР дополнительный управляющий параметр для адаптации линий уровня этого критерия применительно к «своим» предпочтениям в каждой конкретной практической ситуации при анализе альтернативных вариантов решений для звена/звеньев цепи поставок соответствующей системы логистики. Рис. 2.1, как раз, и иллюстрирует такую возможность.

Иллюстрацию процедур метода рассмотрим на условном примере, который уже был использован в предыдущей главе.

ПРИМЕР 2.1. Для удобства изложения приведем исходные данные в рамках этого примера. А именно, после формализации задачи принятия решений выделено множество $\{\theta_j, j = \overline{1,4}\}$ из 4-х случайных событий, которые необходимо учитывать в рамках соответствующих решений. Кроме того, анализируются 5 альтернативных решений $\{X_i, i=\overline{1,5}\}$, из которых требуется выбрать наилучшее. Соответствующая матрица полезностей имеет вид:

Решения	Доходы при событиях:			
	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4
X_1	5	4	3	3
X_2	6	2	6	4
X_3	-3	6	2	12
X_4	3	9	1	5
X_5	7	1	5	3

Найдем наилучшее альтернативное решение по *HW*-критерию, например, применительно к ситуации, когда для параметра «c» ЛПР выбирает значение c = 0,4. Такой выбор, в частности, может быть обусловлен, например, тем, что ЛПР доверяет или чувствует себя склонным доверится показателю осторожного *ММ*-критерия на 40%, а показателю оптимистического *Н*-критерия – на 60%. Для нахождения оптимального решения предварительно дополним матрицу полезностей тремя столбцами. В первом представим показатель *ММ*-критерия. Во втором – показатель *Н*-критерия. В третьем – искомый показатель *HW*-критерия при заданном значении «весового» коэффициента c = 0,4. Соответствующие процедуры представлены ниже:

Решения	Доходы при событиях:				ММ критерий	Н критерий	Показатель HW критерия
	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4			
X_1	5	4	3	3	3	5	*0,4*·3+0,6·5= 4,2
X_2	6	2	6	4	2	6	*0,4*·2+0,6·6= 4,4
X_3	-3	6	2	12	-3	12	**0,4· (-3)+ *0,6*· 12= 6,0**
X_4	3	9	1	5	1	9	*0,4*·1+0,6·9= 5,8
X_5	7	1	5	3	1	7	*0,4*·1+0,6·7= 4,6

Самый большой показатель *HW*-критерия в нашем примере соответствует альтернативному решению X_3 (он составляет 0,4· (-3)+ *0,6*· 12= 6,0 и выделен в дополнительном столбце матрицы). Таким образом, наилучшей альтернативой по *HW*-критерию применительно к рассматриваемой ситуации, когда ЛПР для весового коэффициента «c» выбирает значение c = 0,4, является альтернатива X_3. Естественно, при других значениях «весового» коэффициента выбор, вообще говоря, будет другим. В частности, убедитесь самостоятельно в том, что при c = 1 будет выбрано решение X_1; при c = 0 будет выбрано решение X_3; при c = 0,5 будет выбрано решение X_4 и т.д. Кроме того, обратим внимание на то, что анализируемые альтернативы в формате *HW*-критерия при c = 0,4 ранжируются (по убыванию предпочтения) таким же образом, как и при *Н*-критерии:

$$X_3, \quad X_4, \quad X_5, \quad X_2, \quad X_1.$$

Естественно, при других значениях «весового» коэффициента анализируемые альтернативы могут ранжироваться, вообще говоря, по-иному. Менеджер должен понимать, какие возможности для адаптации к предпочтениям ЛПР дает указанный критерий.

Возможность оценки и выбора параметра С для конкретного ЛПР в рамках критерия Гурвица. Дополнительно в этом пункте отметим ещё одну особенность, связанную с возможностями использования *HW*-критерия. А именно, зная выбор конкретного ЛПР, который был сделан им применительно к определённой задаче принятия решений в условиях неопределённости, можно получать оценки для допустимых значений параметра c применительно к системе предпочтений этого ЛПР. Другими словами, можно определять, какой «вес» имеет осторожная позиция в его системе предпочтений, а какой – оптимистическая позиция. Такой подход позволяет оценивать и уточнять применительно к конкретному ЛПР (по результатам известных имевших место результатов выборов решений) соответствующий характер его линий уровня. В частности, - степень склонности ЛПР к осторожным решениям и степень склонности к крайне оптимистическим решениям или риску. Для иллюстрации соответствующего подхода к оценке параметра «*с*» вернемся к условиям нашего примера.

Рассмотрим упрощенную ситуацию, которая обсуждалась выше в качестве условного примера, когда после формализации задачи принятия решений в условиях неопределенности было выделено множество $\{\theta_j, j=\overline{1,4}\}$ из 4-х случайных событий. При этом выбиралось лучшее решение из 5 альтернатив $\{X_i, i=\overline{1,5}\}$.

Пусть, например, в рамках этой ситуации известно, что некоторое ЛПР выбрало именно альтернативу X_4. Оценим возможный диапазон значений для параметра «*с*» применительно к этому ЛПР. Для этого предварительно дополним матрицу тремя столбцами. В первом представим слагаемое для показателя критерия Гурвица, обусловливаемое учетом *ММ*-критерия. Во втором – слагаемое, обусловливаемое учетом *H*-критерия. В третьем – результирующий показатель *HW*-критерия, по наибольшему значению которого, как раз и осуществляется выбор наилучшего решения в рамках этого критерия. Соответствующие процедуры представлены ниже:

Решения	Доходы при событиях:				Учет *ММ* критерия	Учет *H* критерия	Показатель *HW* критерия
	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4			
X_1	5	4	3	3	$c\cdot 3$	$(1-c)\cdot 5$	$c\cdot 3+(1-c)\cdot 5$
X_2	6	2	6	4	$c\cdot 2$	$(1-c)\cdot 6$	$c\cdot 2+(1-c)\cdot 6$
X_3	-3	6	2	12	$c\cdot (-3)$	$(1-c)\cdot 12$	$c\cdot (-3)+(1-c)\cdot 12$
X_4	3	9	1	5	$c\cdot 1$	$(1-c)\cdot 9$	$c\cdot 1+(1-c)\cdot 9$
X_5	7	1	5	3	$c\cdot 1$	$(1-c)\cdot 7$	$c\cdot 1+(1-c)\cdot 7$

Теперь воспользуемся тем, что согласно условию, ЛПР выбрало альтернативу X_4. В контексте данного критерия это означает, что показатель $c\cdot 1+(1-c)\cdot 9$ оказался самым большим из всех показателей третьего дополнительного столбца (по крайней мере, не меньшим, чем любой из них). Следовательно, можно выписать следующую систему линейных неравенств относительно неизвестного значения c:

$$c\cdot 1+(1-c)\cdot 9 \ \geq\ c\cdot 3+(1-c)\cdot 5$$
$$c\cdot 1+(1-c)\cdot 9 \ \geq\ c\cdot 2+(1-c)\cdot 6$$
$$c\cdot 1+(1-c)\cdot 9 \ \geq\ c\cdot (-3)+(1-c)\cdot 12$$
$$c\cdot 1+(1-c)\cdot 9 \ \geq\ c\cdot 1+(1-c)\cdot 7$$

Эта система неравенств легко решается. Для возможных значений интересующего нас параметра c находим:

$$2/3 \ \geq\ c\ \geq\ 3/7.$$

Или, округляя до 10^{-3}, имеем

$$0{,}667\ \geq\ c\ \geq\ 0{,}429.$$

Другими словами, данное ЛПР, подбирая подходящие «веса» для показателей *ММ*-критерия и *H*-критерия в рамках подхода критерия Гурвица (для описания своих предпочтений) будет ориентироваться на такие значения «весового» коэффициента «*с*», которые лежат в указанной выше окрестности точки 0,5. Разумеется, получая от ЛПР новую информацию такого типа, нетрудно уточнять соответствующий интервал возможных значений параметра «*с*».

ЗАМЕЧАНИЕ. Может оказаться, что альтернативное решение, которое предпочитает ЛПР, будет обладать следующими свойствами. С одной стороны, это будет решение, не доминируемое никаким другим решением из матрицы полезностей. С другой стороны, оно будет представлено в соответствующем «поле полезностей» такой точкой, которая окажется «заблокированной» для выбора на основе *HW*-критерия. Другими словами, ни при каком значении параметра «*с*» выбор интересующего ЛПР решения по *HW*-критерию окажется невозможным. Например, возможную ситуацию с такой блокировкой выбора для предпочитаемого ЛПР решения может создать в поле полезностей пара точек, которые представляют выбор решения по *ММ*-критерию и выбор по *H*-критерию. Примеры обсуждения таких и других ситуаций указанного типа будут представлены в главах 4 - 6. В частности, в главе 5 будет проведен анализ и даны иллюстрации соответствующих особенностей для стратегий диверсификации годового объема поставок между поставщиками при управлении запасами. Естественно, в таких случаях (с указанной «блокировкой» выбора для предпочитаемого ЛПР решения) применительно к предпочтениям указанного ЛПР потребуется соответственно дополнительная адаптация линий уровня *HW*-критерия. Возможности такой адаптации и соответствующие иллюстрации будут рассмотрены в главах 4 - 6. Здесь, в качестве иллюстрации, приведем пример упомянутой выше ситуации, когда интересующее ЛПР альтернативное решение не будет выбрано критерием Гурвица ни при каком значении параметра «*c*». При этом указанное решение не будет доминироваться никаким другим альтернативным решением. Кроме того, соответствующая интересующая ЛПР альтернатива не будет выбрана также и ни каким из классических критериев.

ПРИМЕР 2.1 (Дополнение: иллюстрация «блокировки» выбора интересующей ЛПР альтернативы). Для удобства сравнения используем исходные данные в рамках примера 2.1. А именно, пусть после формализации задачи принятия решений в условиях неопределенности выделено множество из 4-х случайных событий, которые необходимо учитывать при оптимизации решения. Кроме того, пусть при анализе альтернативных решений к прежним 5 альтернативам $\{X_i, i = \overline{1,5}\}$ дополнительно добавлена еще одна альтернатива X_6. При этом соответствующая матрица полезностей имеет вид:

Решения	Доходы при событиях:			
	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4
X_1	5	4	3	3
X_2	6	2	6	4
X_3	-3	6	2	12
X_4	3	9	1	5
X_5	7	1	5	3
X_6	6	6	1	4

Известно, что ЛПР предпочитает именно альтернативу X_6. Подчеркнем, что указанное альтернативное решение X_6, которое предпочитает ЛПР, *не является доминируемым* ни одним из ранее анализируемых решений (это легко проверить; сделайте это самостоятельно). Рассмотрим следующий вопрос: какой критерий соответствует предпочтениям этого ЛПР? Может быть *HW*-критерий? Оказывается, что нет. Покажем, что решение X_6 не будет выбрано критерием Гурвица ни при каком значении параметра «*c*». Действительно, как и в предыдущей ситуации (в рамках условий примера 2.1), оценим возможный диапазон значений для параметра «*c*» применительно к этому ЛПР для условий представленного примера.

Для этого снова предварительно дополним матрицу тремя столбцами. В первом представим слагаемое для показателя критерия Гурвица, которое обусловлено учетом *MM*-критерия. Во втором – слагаемое, обусловливаемое учетом *H*-критерия. В третьем – результирующий показатель *HW*-критерия, по наибольшему значению которого осуществляется выбор наилучшего решения по *HW*-критерию. Соответствующие процедуры представлены ниже:

Решения	Доходы при событиях:				Учет *MM* критерия	Учет *H* критерия	Показатель *HW* критерия
	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4			
X_1	5	4	3	3	$c\cdot 3$	$(1-c)\cdot 5$	$c\cdot 3+(1-c)\cdot 5$
X_2	6	2	6	4	$c\cdot 2$	$(1-c)\cdot 6$	$c\cdot 2+(1-c)\cdot 6$
X_3	-3	6	2	12	$c\cdot (-3)$	$(1-c)\cdot 12$	$c\cdot (-3)+ (1-c)\cdot 12$
X_4	3	9	1	5	$c\cdot 1$	$(1-c)\cdot 9$	$c\cdot 1+(1-c)\cdot 9$
X_5	7	1	5	3	$c\cdot 1$	$(1-c)\cdot 7$	$c\cdot 1+(1-c)\cdot 7$
X_6	6	6	1	4	$c\cdot 1$	$(1-c)\cdot 6$	$c\cdot 1+(1-c)\cdot 6$

Теперь воспользуемся тем, что согласно условию, ЛПР выбрало решение X_6. В контексте данного критерия это означает, что показатель $c\cdot 1+(1-c)\cdot 6$ оказался самым большим из всех показателей третьего дополнительного столбца (по крайней мере, не меньшим, чем любой из них). Следовательно, можно выписать следующую систему линейных неравенств относительно неизвестного значения c:

$$c\cdot 1+(1-c)\cdot 6 \ \geq \ c\cdot 3+(1-c)\cdot 5$$
$$c\cdot 1+(1-c)\cdot 6 \geq c\cdot 2+(1-c)\cdot 6$$
$$c\cdot 1+(1-c)\cdot 6 \geq c\cdot (-3)+ (1-c)\cdot 12$$
$$c\cdot 1+(1-c)\cdot 6 \geq c\cdot 1+(1-c)\cdot 9$$
$$c\cdot 1+(1-c)\cdot 6 \geq c\cdot 1+(1-c)\cdot 7$$

После элементарных упрощений получаем следующую систему линейных неравенств (напомним, - в области $c \in [0;1]$):

$$c \leq 1/3$$
$$0 \leq c$$
$$c \geq 0,6$$
$$c \geq 1$$
$$c \geq 1$$

Очевидно, что эта система является несовместной (сравните, например, первое и последнее неравенства). Другими словами, применяя критерий Гурвица, указанное ЛПР в приведенной ситуации при оптимизации решения в условиях неопределенности не сможет выбрать именно то альтернативное решение, которое предпочитает. Ни при каком из значений параметра $c \in [0;1]$ выбор HW-критерия не попадет на альтернативу X_6.

Тогда, все-таки, может быть интересующая ЛПР альтернатива будет выбрана, каким либо из классических критериев? Оказывается, что снова – нет. Проверьте самостоятельно, что применительно к указанной ситуации выбор на основе классических критериев оказывается следующим:

- для *ММ*-критерия - решение X_1;
- для *Н*-критерия - решение X_3;
- для *N*-критерия - решения X_2 и X_4;
- для *S*-критерия - решение X_4.

Чтобы упростить такую проверку применительно к *S*-критерию, приведем соответствующую матрицу потерь Сэвиджа с дополнительным столбцом, в котором представлен показатель *S*-критерия (выбирается альтернатива X_4):

Решения	Доходы при событиях:				Показатель S-критерия
	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4	
X_1	2	5	3	9	9
X_2	1	7	0	8	8
X_3	10	3	4	0	10
X_4	4	0	5	7	**7**
X_5	0	8	1	9	9
X_6	1	3	4	8	8

Как видим, интересующее ЛПР альтернативное решение в этом примере не будет выбрано, если использовать критерии, представленные в главах I и II. Соответственно, чтобы исключать такие ситуации применительно к реальным задачам принятия решений в условиях неопределенности для систем логистики потребуется:

1) исследовать и понять причины, которые могут приводить к указанным «блокировкам» выбора тех или иных решений, интересующих ЛПР;
2) для адаптации выбора применительно к предпочтениям конкретного ЛПР разработать дополнительно либо другие критерии, либо новые подходы к модификации уже известных критериев. Они должны позволить в рамках системы линий уровня критерия добиться лучшей адаптации к предпочтениям ЛПР.

К этим вопросам мы вернемся в главах 4 - 6. Здесь же, завершая этот пункт, отметим следующую особенность.

Подчеркнем, что линии уровня представленного *HW*-критерия, вообще говоря, не «нацелены» на утопическую точку поля полезностей. Рис. 2.1, как раз, иллюстрирует эту особенность. Понятно, что некоторых ЛПР это может не устраивать. Напомним, что мы уже знаем такие средства, которые позволяют по требованию ЛПР сместить выбор ближе к утопической точке.

1) С одной стороны, это – переход к анализу матрицы потерь вместо матрицы полезностей, причем оставляя неизменными в рамках такого анализа принципы критерия Гурвица: «взвешивая» показатели самого худшего и самого лучшего исходов по строке. При этом надо также дополнительно учитывать, что в рамках такого показателя речь пойдет именно о потерях, а это меняет направление оптимизации целевой функции.

2) С другой стороны, это – реализация соответствующей специальной технологии модификации матрицы полезностей, представленной в первой главе, которая приводит к такому смещению системы координат, когда утопическая точка «видна» под одинаковым углом к каждой координатной оси. При этом (после такой модификации) далее можно просто применять представленный выше критерий Гурвица к новой модифицированной матрице полезностей. При этом направление оптимизации целевой функции не изменится, т.к. соответствующий показатель будет относиться к оценке дохода / прибыли.

Оба эти подхода позволяют по требованию ЛПР «нацелить» линии уровня *HW*-критерия именно на утопическую точку. Они будут представлены в главе 4 в виде соответствующих специальных модификаций *HW*-критерия.

2. Критерий произведений (*P*-критерий).

Этот критерий характеризуется менее пессимистической позицией отношения ЛПР к неопределённости экономического результата, чем, например, при *MM*-критерии, но более пессимистической, чем при *N*-критерии. Обратим внимание на то, что нейтральный классический критерий, показатель которого учитывает все возможные экономические результаты применительно к полной группе событий (а не только “крайние”), приводит к простейшему линейному “балансу” между потерями в одной из ситуаций и соответствующей компенсацией – в другой (см. рис. 1.3). А именно, в соответствии с линиями уровня *N*-критерия при сравнении некоторого решения X_0 с иными, устанавливается и принимается в качестве приемлемого для ЛПР следующий баланс. Если в одной из ситуаций (например, θ_1) для указанного альтернативного решения ожидается убыток (по отношению к X_0), а в другой – “компенсация”, причем именно такой же величины, то соответствующее альтернативное решение принимается эквивалентным решению X_0.

Для многих ЛПР такой простейший линейный “баланс” может оказаться неприемлемым. Требуемый ими баланс, может устанавливаться с учетом более сложных рассуждений. А именно: чем больше величина ожидаемых потерь в одной из ситуаций, тем более значительной может быть соответствующая требуемая ЛПР “компенсация “ в другой ситуации.

Указанную особенность в предпочтениях ЛПР позволяет учитывать (в некоторой степени) критерий, называемый критерием произведений (*P*-критерий). Согласно этому критерию при нахождении параметра K_i, характеризующего “линии уровня” для альтернативного решения X_i, элементы матрицы полезностей соответствующей строки *перемножаются*, а не суммируются, как при *N*-критерии. Естественно, при этом необходимо учитывать следующее ограничение.

ОГРАНИЧЕНИЕ. Предполагается, что все элементы соответствующей матрицы полезностей являются положительными:

$$\forall(i;j) \qquad a_{ij} > 0\,.$$

При этом если указанное условие не выполняется для исходной матрицы полезностей, то предварительно её «модифицируют на положительность элементов», добавляя ко всем элементам матрицы одно и то же минимально возможное приемлемое число a >0, такое, чтобы требуемое ограничение было удовлетворено. Другими словами, используют преобразование всех элементов матрицы полезностей к виду $a_{ij} + a$ (следует, однако, иметь в виду, что оптимальный выбор может зависеть от a). В пространстве доходов эта процедура соответствует сдвигу всех координатных осей влево на величину a. Таким образом, соответствующее поле полезностей после указанной «модификации на положительность» рассматривается в новой системе координат. Далее считаем, что такая процедура уже реализована (если это потребовалось).

Обратим внимание на одну особенность, важную при формализации *P*-критерия. При формальном определении этого критерия контекст соответствующих правил теории принятия решений в условиях неопределенности требует иного представления процедур оптимизации. А именно, при теоретическом представлении этого критерия процедуры нахождения параметра «K_i» (для решения X_i), характеризующие его аппарат “линий уровня”, задаются не как произведение элементов строки матрицы полезностей, а следующим образом. По элементам соответствующей строки матрицы полезностей находится показатель, который является *средним геометрическим* для элементов строки матрицы полезностей, а не просто их произведением. Поскольку затем выбирается решение, для которого такой показатель будет максимальным, то переход к использованию (на практике) именно показателя произведения (а не среднего геометрического) не изменит выбора. Тем не менее, теоретический материал, связанный с представлением аппарата линий уровня этого критерия удобно представлять именно на основе указанного среднего геометрического показателя. Далее используется именно такой подход для представления аппарата линий уровня критерия.

В рамках указанного подхода учитываются все возможные результаты полной группы событий, не зависящих от ЛПР, причём функция, задающая семейство “линий уровня” определяется равенством:

$$f(u;v;...;z) = \sqrt[n]{u \cdot v \cdot \cdots \cdot z}$$

Применительно к обозначениям, принятым ранее для матрицы полезностей, задача нахождения наилучшего решения формализуется как следующая задача оптимизации.

Пусть

i – вариант возможного решения ЛПР $(i = 1,2,...,m)$;

j – вариант возможной ситуации $(j = 1,2,...,n)$;

a_{ij} – доход ЛПР, если будет принято решение X_i, а ситуация сложится j-ая;

Целевая функция критерия:

$$Z_P = \max_i \{K_i\},$$

где

$$K_i = \sqrt[n]{\prod_{j=1}^{n} a_{ij}},$$

причем $(a_{ij} > 0)$.

Графическая интерпретация и линии уровня критерия (n = 2).

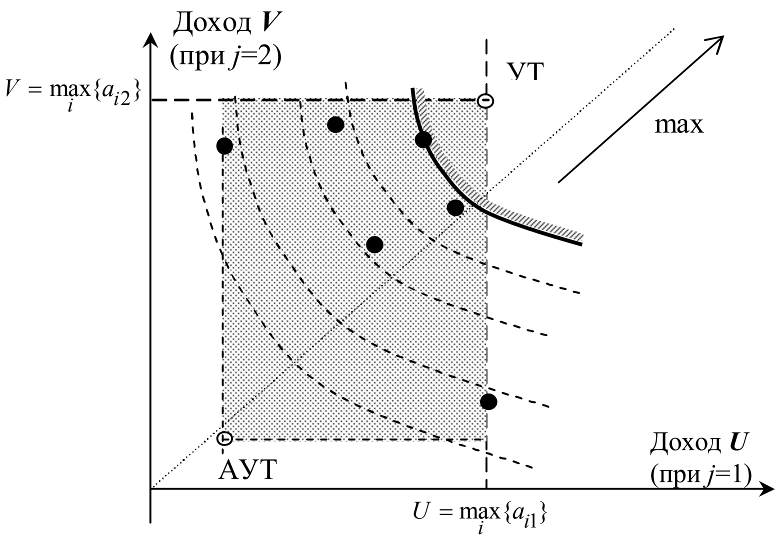


Рис. 2.2. Линии уровня для P-критерия:

● - точки возможных решений ЛПР;

○ УТ - утопическая точка;

○ АУТ - антиутопическая точка;

▒ - область поля полезностей;

↗ max - направление предпочтений;

- семейство линий уровня P-критерия.

Аппарат линий уровня *P*-критерия в ситуации ***n* = 2**, как показывает рис. 2.2, представляет собой семейство гипербол, для которых их центры симметрии расположены именно на биссектрисе первого координатного угла. Число «К» может использоваться для идентификации такой линии. Чтобы убедиться в этом, рассмотрите самостоятельно график функции

$$\sqrt{u \cdot v} = \text{К}.$$

Процедуры нахождения оптимального решения на основе *P*-критерия в ситуации ***n* = 2** имеет следующую графическую интерпретацию. В соответствии с «переходом» к более предпочтительным для ЛПР альтернативам вдоль биссектрисы первого координатного угла рассматриваются представленные выше гиперболы. Их центры симметрии лежат на указанной биссектрисе. При этом «переход» к новой такой гиперболе осуществляется в направлении увеличения показателя «К», т.е. увеличения дохода. Тогда последняя (из анализируемых) точка в поле полезностей, которую можно «захватить» соответствующей гиперболой при указанной процедуре, как раз и будет соответствовать выбору *P*-критерия. Это иллюстрирует рис. 2.2.

Дайте самостоятельно соответствующую графическую интерпретацию применительно к ситуации ***n* = 3**.

Иллюстрацию процедур метода рассмотрим на том же условном примере, который уже был использован ранее.

ПРИМЕР 2.2. После формализации некоторой задачи принятия решений в условиях неопределенности выделено соответственно множество случайных событий и анализируются 5 альтернативных решений, из которых требуется выбрать наилучшее. При этом матрица полезностей имеет вид:

Решения	Доходы при событиях:			
	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4
X_1	5	4	3	3
X_2	6	2	6	4
X_3	-3	6	2	12
X_4	3	9	1	5
X_5	7	1	5	3

Найдем наилучшее решение по *P*-критерию. Предварительно обратим внимание на то, что данная матрица полезностей содержит отрицательный элемент (-3). Поэтому, для реализации *P*-критерия ее предварительно необходимо «модифицировать на положительность»: к каждому элементу матрицы добавим число 4 (после такой операции все ее элементы будут положительными). Еще раз подчеркнем, что с точки зрения векторной алгебры эта операция приводит к сдвигу «влево» каждой координатной оси на 4 в соответствующем пространстве, где представлены анализируемые решения. Итак, получаем следующую модифицированную матрицу полезностей (после указанного сдвига координатных осей):

Решения	Доходы при событиях:			
	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4
X_1	9	8	7	7
X_2	10	6	10	8
X_3	1	10	6	16
X_4	7	13	5	9
X_5	11	5	9	7

Для нахождения оптимального или наилучшего решения по критерию произведений далее дополнительно к этой матрице допишем один столбец, координаты которого «K_i» будут представлять собой именно произведения соответствующих элементов строки. По наибольшему такому показателю и будет выбрано оптимальное альтернативное решение. А именно:

Решения	Доходы при событиях:				*P* критерий
	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4	
X_1	9	8	7	7	3528
X_2	10	6	10	8	**4800**
X_3	1	10	6	16	960
X_4	7	13	5	9	4095
X_5	11	5	9	7	3465

Самое большое значение показателя *P*-критерия в нашем примере соответствует второй строке матрицы, т.е. альтернативе X_2 (оно составляет 4800 и выделено в дополнительном столбце матрицы). Таким образом, в рамках рассматриваемого примера наилучшим выбором по *P*-критерию является альтернатива X_2. Кроме того, обратим внимание на то, что анализируемые альтернативы ранжируются (по убыванию предпочтения) в рамках этого критерия уже следующим образом:

$$X_2,\ \ X_4,\ \ X_1,\ \ X_5,\ \ X_3.$$

Такое ранжирование отличается от всех, представленных ранее. Соответствующая специфика, естественно, должна быть учтена менеджером при выборе критерия.

ЗАМЕЧАНИЕ. Завершая этот пункт, подчеркнем, что линии уровня представленного *P*-критерия, вообще говоря, не «нацелены» на утопическую точку поля полезностей. Рис. 2.2 вполне отчетливо иллюстрирует эту особенность. Естественно, некоторых ЛПР это может не устраивать. В частности, например, потому, что применительно к рассмотренному здесь критерию может оказаться, что альтернативное решение, которое предпочитает ЛПР, не будет выбрано *P*-критерием. Такое несоответствие предпочтениям ЛПР может устранить соответствующая модификация *P*-критерия, позволяющая «нацелить» его линии уровня на утопическую точку поля полезностей. Но даже и в таком случае применительно к предпочтениям конкретного ЛПР может потребоваться несколько иная дополнительная адаптация линий уровня *P*-критерия. Специальные возможности адаптации и соответствующие иллюстрации будут рассмотрены позже в главах 4 - 6. Здесь в качестве иллюстрации возвратимся к ситуации примера 2.1 (дополнение) и покажем, что отмеченное там интересующее ЛПР альтернативное решение, не будет выбрано *P*-критерием.

ПРИМЕР 2.2 (Дополнение: ситуация несоответствия линий уровня Р-критерия предпочтениям ЛПР). Для удобства сравнения используем исходные данные в рамках примера 2.1 (дополнение). Пусть после формализации задачи принятия решений в условиях неопределенности выделено множество из 4-х случайных событий, которые необходимо учитывать при оптимизации решения. Кроме того, пусть при анализе решений к прежним 5 альтернативам $\{X_i, i = \overline{1{,}5}\}$ дополнительно добавлено еще одно альтернативное решение X_6. При этом соответствующая матрица полезностей имеет вид:

Решения	Доходы при событиях:			
	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4
X_1	5	4	3	3
X_2	6	2	6	4
X_3	-3	6	2	12
X_4	3	9	1	5
X_5	7	1	5	3
X_6	6	6	1	4

Пусть известно, что ЛПР предпочитает именно альтернативу X_6. Снова подчеркнем, что указанное альтернативное решение X_6, предпочитаемое ЛПР, не является доминируемым ни одним из анализируемых решений (проверьте это самостоятельно). Какой критерий соответствует предпочтениям этого ЛПР? Может быть P-критерий? Оказывается, что нет. Покажем, что альтернатива X_6 не будет выбрана P-критерием. Для этого предварительно, как и в примере 2.2 модифицируем матрицу полезностей, прибавив к каждому ее элементу число 4 (после этого все элементы матрицы будут положительными). Далее введем дополнительный столбец, в котором представим показатели произведения элементов по строкам модифицированной матрицы. По наибольшему значению этого показателя, как раз и осуществляется выбор наилучшей альтернативы в формате P-критерия. Соответствующие процедуры представлены ниже:

Решения	Доходы при событиях:				Показатель Р-критерия
	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4	
X_1	9	8	7	7	3528
X_2	10	6	10	8	**4800**
X_3	1	10	6	16	960
X_4	7	13	5	9	4095
X_5	11	5	9	7	3465
X_6	10	10	5	8	4000

Самое большое значение показателя P-критерия и в этом случае соответствует второй строке матрицы, т.е. оно соответствует альтернативе X_2 (составляет 4800 и выделено в дополнительном столбце матрицы). Таким образом, наилучшим решением по P-критерию применительно к рассматриваемой (в этом дополнении к примеру 2.2) ситуации снова является альтернатива X_2. Итак, как видим, P-критерий не выбрал альтернативное решение X_6, которое предпочитает ЛПР. Какая модификация P-критерия может реализовать именно тот выбор, который соответствует предпочтениям ЛПР? Мы вернемся к этому вопросу в главах 4 - 6.

Наконец, завершая этот пункт, обратим внимание на следующую особенность. Линии уровня представленного здесь P-критерия «нацелены» не на утопическую точку поля полезностей. Рис. 2.2, как раз, иллюстрирует эту особенность. Как уже отмечалось выше, некоторых ЛПР такая особенность может не устраивать. Применительно к указанным ЛПР потребуется адаптация линий уровня критерия. Мы уже отмечали, что имеется средство, которое позволяет по требованию ЛПР «нацелить» выбор на утопическую точку поля полезностей. При этом можно даже не переходить к матрице потерь. А именно, это – реализация соответствующей специальной технологии модификации матрицы полезностей, которая приводит к такому смещению системы координат, когда утопическая точка «видна» под одинаковым углом к каждой координатной оси. После такой модификации можно далее просто применять P-критерий к новой модифицированной матрице полезностей. При этом характер линий уровня ЛПР не изменится, а также не изменится и направление оптимизации соответствующей целевой функции.

Указанный подход будет изложен в главе 4 на основе специальной модификации P-критерия. Затем он будет обобщен в главе 6.

Представленные далее производные критерии принятия решений в условиях неопределенности требуют привлечения некоторой дополнительной информации, в частности, относящейся к оценкам для вероятностей “внешних” случайных событий, не зависящих от ЛПР и влияющих на конечный экономический результат анализируемых решений. Наличие такой дополнительной информации, пусть даже субъективной, позволит предложить новые технологии (существенно отличающиеся от приведенных выше), которые можно использовать для адаптации линий уровня используемых критериев применительно к предпочтениям ЛПР в задачах принятия решений в условиях неопределенности.

Какие из технологий предпочесть? Какие критерии лучше? Как уже отмечалось, теория принятия решений условиях неопределенности аксиоматически принимает, что ответ на эти и другие вопросы для разных ЛПР будет, вообще говоря, различным. Таким образом, ответ на них дает непосредственно ЛПР. Для этого ему необходимо понимать структуру аппарата линий уровня соответствующих критериев, чтобы выбирать для себя наиболее приемлемую. Кроме того, ЛПР должно иметь возможность на основе модификаций уже разработанных критериев создавать новую, адаптированную к своим предпочтениям, систему линий уровня в соответствующем поле полезностей. Поэтому для каждого предложенного далее критерия обязательно представлен аппарат его линий уровня.

3. Критерий Гермейера (*G*-критерий).

Указанный критерий характеризует такую позицию отношения ЛПР к неопределённости экономического результата, которая в некотором смысле обладает большей эластичностью, чем представленные ранее критерии. Прежде всего, отметим, что критерий Гермейера ориентирован на отрицательные значения элементов векторов-строк в матрице полезностей, характеризующих анализируемые решения. В экономических и логистических приложениях, когда имеют дело с затратами и издержками это условие обычно легко удовлетворить. Например, если при формализации матрицы полезностей учитывать соответствующие издержки относительно идеальной наиболее благоприятной ситуации. Таким образом, *G*-критерий, фактически, ориентирован на величины потерь. Но все процедуры в рамках такого критерия реализуются применительно к матрице полезностей. Это обуславливает следующее ограничение.

ОГРАНИЧЕНИЕ. Предполагается, что все элементы матрицы полезностей отрицательны:

$$\forall(i;j) \qquad a_{ij} < 0.$$

В противном случае можно реализовать процедуры, которые мы назовем «модификацией на отрицательность». А именно: надо перейти к модифицированной матрице с помощью преобразования всех её элементов к виду $\boldsymbol{a_{ij} - a}$, где $\boldsymbol{a}$>0 (следует, однако, учитывать, что оптимальный выбор, вообще говоря, может зависеть от величины $\boldsymbol{a}$).

В рамках указанного подхода при сравнении альтернатив решение принимается на основе самого большого “вклада” (в виде отдельного слагаемого) в средние ожидаемые «потери» для каждого решения. Напомним, что решение принимается не на основе матрицы потерь Сэвиджа, а на основе матрицы полезностей. Потому реализация такого подхода – следующая. Далее через q_j будем обозначать вероятности внешних случайных событий $\theta_j \ (j = \overline{1,n})$ из полной группы таких событий (влияющих на конечный экономический результат). Подчеркнем, что в рамках подхода, который реализован применительно к критерию Гермейера, указанные вероятности внешних случайных событий могут быть и субъективными оценками ЛПР для возможности наступления таких событий.

Кроме того, напомним, что в соответствии с методами теории вероятностей сумма вида

$$\sum_j q_j \cdot a_{ij}$$

представляет средние ожидаемые потери применительно к решению X_i (однако, с учетом атрибутов критерия Гермейера, здесь надо ее учитывать с противоположным знаком, т.к. элементы матрицы полезности отрицательны). В этой сумме отдельное слагаемое вида

$$K_i = \min_j \{q_j \cdot a_{ij}\}$$

характеризует самый большой (по модулю) “вклад” в такие средние ожидаемые потери применительно к решению X_i. Ориентация на этот показатель в рамках рассматриваемого подхода для учёта “внешних” событий, не зависящих от ЛПР и влияющих на экономический результат, как раз и характерна для критерия Гермейера. Такая ориентация приводит к следующей функции, задающёй семейство “линий уровня” в соответствующем «поле полезностей»:

$$f(u;v;...;z) = \min\{q_1 \cdot u; q_2 \cdot v;...;q_n \cdot z\}.$$

Отметим, что ее задание потребует от ЛПР дополнительной информации (требуется формализовать указанные выше вероятности, например, на основе субъективных оценок самого ЛПР). Такая информация позволит определить или оценить соответствующий самый большой (по модулю) указанный “вклад” в ожидаемые потери.

Итак, задача нахождения наилучшего решения в рамках представленного здесь подхода критерия Гермейера формализуется как следующая задача оптимизации.

Пусть

i – вариант возможного решения $(i = 1,2,...,m)$;

j – вариант возможной ситуации $(j = 1,2,...,n)$;

q_j – вероятность ситуации j ($\sum q_j = 1,\ 0 \le q_j \le 1$);

a_{ij} – доход, если будет принято решение X_i, и ситуация сложится j – ая, причём все $\boldsymbol{a_{ij}} < 0$.

Целевая функция критерия:

$$Z_G = \max_i \{K_i\},\ \text{где}\ K_i = \min_j \{q_j \cdot a_{ij}\}.$$

Графическая интерпретация и линии уровня критерия (*n* = 2).

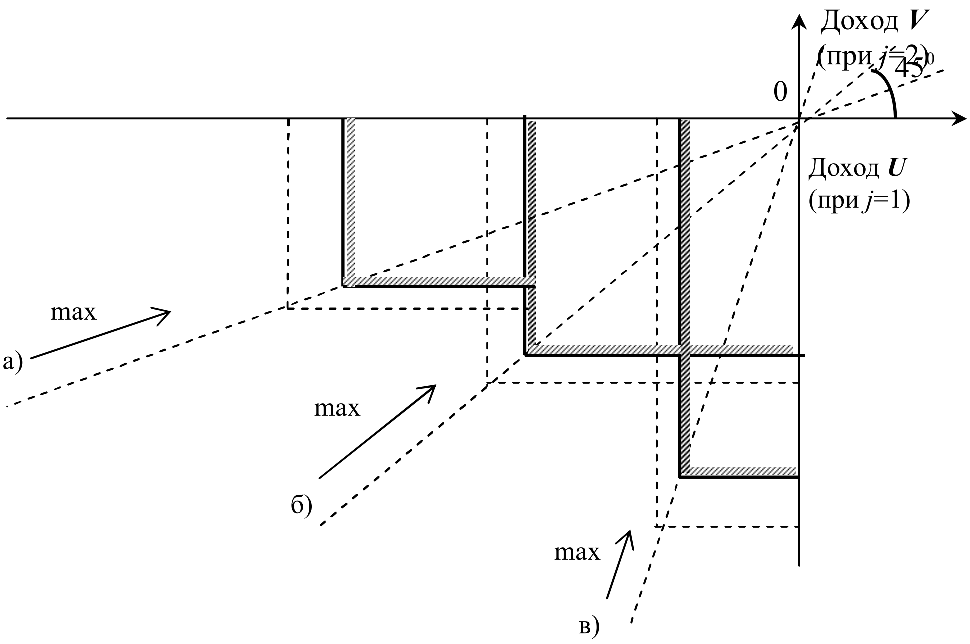


Рис. 2.3. Линии уровня для *G*-критерия:

а) *Опорная/направляющая* прямая для ситуации, когда $q_2 >> q_1$;

б) *Опорная/направляющая* прямая для ситуации, когда $q_2 = q_1$;

в) *Опорная/направляющая* прямая для ситуации, когда $q_1 >> q_2$;

↗ max - соответствующее направление предпочтений;

- линия уровня.

Аппарат линий уровня *G*-критерия в ситуации $\boldsymbol{n} = \mathbf{2}$, как видим из рис. 2.3, представляет собой семейство линий, «загнутых» вплотную (как и у *ММ*-критерия) к границе соответствующих конусов предпочтений. При этом точки, где соединяются стороны угла для соответствующей линии уровня, расположены следующим образом. А именно, они расположены вдоль некоторой прямой (далее называем ее *направляющей* прямой). Такая направляющая прямая находится именно внутри третьего координатного угла. Последнее понятно, т.к. и само поле полезностей применительно к задачам принятия решений в условиях неопределенности такого типа (с отрицательными элементами матрицы полезностей) также будет полностью находиться внутри третьего координатного угла. Критерий Гермейера позволяет учитывать следующую специфику применительно к линиям уровня в поле полезностей. Угол наклона такой направляющей прямой зависит именно от того, какая из вероятностей q_1 или q_2 будет большей (и насколько большей). На содержательном уровне обратите внимание на следующее.

А именно, если $q_1 >> q_2$, то для ЛПР более важно не допустить решений, для которых элемент матрицы полезностей, соответствующий ситуации θ_1, будет весьма значительным (по модулю). Соответственно в указанном случае угол наклона указанной выше направляющей прямой должен быть таким, чтобы приблизить эту линию к оси «OV» (см. рис. 2.3). Это, как раз, и установит требуемый баланс для решений в поле полезностей.

Кроме того, в противном случае, когда $q_2 >> q_1$, для ЛПР более важно не допустить решений, для которых элемент матрицы полезностей, соответствующий ситуации θ_2, будет по модулю весьма значительным. В указанном случае угол наклона указанной выше направляющей прямой должен быть таким, чтобы соответственно приблизить эту линию к оси «OU» (см. рис. 2.3). Это приведет к своему конкретному балансу для решений в поле полезностей.

Применяя *G*-критерий, ЛПР может не задумываться о проблемах технической реализации такой особенности, связанной

1) с установлением конкретного баланса для решений в поле полезностей;
2) с установлением конкретного угла наклона для направляющей прямой.

Все указанные процедуры будут реализованы автоматически при выполнении соответствующих процедур по матрице полезностей. Приведенные здесь интерпретации помогают понять менеджеру и ЛПР соответствующие отличительные и специфические особенности выбора оптимального альтернативного решения, свойственные только технологиям выбора по G-критерию.

Чтобы убедиться в этом, рассмотрите самостоятельно график функции

$$\min\{u \cdot q_1; v \cdot q_2\} = \text{К}$$

в области $u<0$ и $v<0$ при $q_1+q_2 = 1$.

Таким образом, решение задачи нахождения оптимального решения на основе *G*-критерия в ситуации $\boldsymbol{n} = \mathbf{2}$ имеет следующую графическую интерпретацию. Пусть вдоль указанной выше направляющей прямой в третьем координатном угле передвигается специальный инструмент. Этот инструмент представляет собой угол, вершина которого лежит на указанной направляющей прямой, а стороны угла идут по границе соответствующего конуса предпочтений. При этом движение осуществляется в направлении увеличения показателя «К» этого критерия (в третьем квадранте это соответствует направлению к началу координат, - см. рис. 2.3). Тогда последняя (из анализируемых) точка в поле полезностей, которую «захватит» этот инструмент при указанном движении, как раз и будет соответствовать выбору *G*-критерия.

Дайте самостоятельно соответствующую графическую интерпретацию применительно к ситуации $\boldsymbol{n} = \mathbf{3}$.

Формальные процедуры выбора решения по критерию Гермейера - следующие. При указанном подходе к нахождению наилучшего решения в условиях неопределенности удобно для матрицы полезностей вводить один дополнительный столбец. А именно: в этом столбце выписывают самое плохое из возможных «зол»: наименьшее (но это будет самое крупное значение по модулю) для каждой строки выражение, которое имеет следующую структуру. Это – произведение элемента строки матрицы полезностей на вероятность соответствующего случайного события, которому соответствует этот элемент.

Затем из всех выражений такого дополнительно вводимого столбца (т.е. из всех «зол») находится самое наименьшее по модулю (т.е. наибольшее по абсолютной величине). По этому элементу и определяют оптимальный выбор: им будет альтернативное решение соответствующей строки матрицы полезностей.

Иллюстрацию процедур метода рассмотрим на том же условном примере, который уже был использован ранее.

ПРИМЕР 2.3. Для удобства изложения, напомним, что анализируется соответствующая матрица полезностей, которая имеет следующий вид. После формализации задачи принятия решений выделено соответственно множество $\{\theta_j, j = \overline{1,4}\}$ из 4-х случайных событий. Кроме того, анализируются 5 альтернативных решений $\{X_i, i=\overline{1,5}\}$, из которых требуется выбрать наилучшее. При этом дополнительно заданы субъективные оценки для вероятностей указанных выше событий $\{\theta_j, j=\overline{1,4}\}$. Они представлены в матрице полезностей (в ячейках с обозначениями событий полной группы):

Решения	Доходы при событиях:			
	θ_1 $q_1=0,1$	θ_2 $q_2=0,7$	θ_3 $q_3=0,15$	θ_4 $q_3=0,05$
X_1	5	4	3	3
X_2	6	2	6	4
X_3	-3	6	2	12
X_4	3	9	1	5
X_5	7	1	5	3

Найдем наилучшую альтернативу по *G*-критерию. Предварительно обратим внимание на то, что не все элементы данной матрицы полезностей являются отрицательными. Поэтому для реализации *G*-критерия ее необходимо «модифицировать на отрицательность». Это можно сделать, например, анализируя конечный экономический результат относительно некоторого идеального события, которое заведомо является нереальным (в смысле недостижимым по показателям дохода). Фактически это означает, что к каждому элементу матрицы полезностей добавляется некоторое (одно и то же) отрицательное число, причем такое, что все результаты будут отрицательными.

Пусть, например, в нашей ситуации соответствующий анализ дает возможность при указанной модификации к каждому элементу матрицы добавить число -13 (после такой операции все ее элементы будут отрицательными). Тогда получаем новую «исправленную» матрицу полезностей (после соответствующего сдвига координатных осей) с «исправленными» значениями доходов, причем в соответствии с требованиями *G*-критерия. Эта матрица приведена ниже:

Решения	«Исправленные» значения доходов при событиях:			
	θ_1 $q_1=0,1$	θ_2 $q_2=0,7$	θ_3 $q_3=0,15$	θ_4 $q_3=0,05$
X_1	-8	-9	-10	-10
X_2	-7	-11	-7	-9
X_3	-16	-7	-11	-1
X_4	-10	-4	-12	-8
X_5	-6	-12	-8	-10

Для нахождения оптимального или наилучшего альтернативного решения по критерию Гермейера далее дополнительно к этой матрице допишем один столбец, координаты которого «K_i» будут представлять собой именно такое из произведений элементов строки на вероятность соответствующего события, которое будет иметь наибольшее по модулю значение среди анализируемых по строке выражений указанного типа. По наибольшему такому показателю (соответственно имеющему наименьшее по модулю значение среди всех элементов указанного дополнительного столбца) и будет выбрано наилучшее / оптимальное альтернативное решение в рамках критерия Гермейера. А именно:

Решения	«Исправленные» значения доходов при событиях:				*G* критерий (K_i)
	θ_1 $q_1=0,1$	θ_2 $q_2=0,7$	θ_3 $q_3=0,15$	θ_4 $q_3=0,05$	
X_1	-8	-9	-10	-10	-9·0,7= -6,3
X_2	-7	-11	-7	-9	-11·0,7= -7,7
X_3	-16	-7	-11	-1	-7·0,7= -4,9
X_4	-10	-4	-12	-8	-4·0,7= **-2,8**
X_5	-6	-12	-8	-10	-12·0,7= -8,4

Как видим, самый большой (но при этом - наименьший по модулю) показатель дополнительного столбца в нашем примере соответствует решению X_4 (он составляет -2,8 и выделен в дополнительном столбце матрицы). Таким образом, наилучшим выбором по *G*-критерию является альтернатива X_4. Кроме того, подчеркнем также, что *G*-критерий дает иное ранжирование (отличное от всех предыдущих критериев) анализируемых альтернатив:

$$X_4,\quad X_3,\quad X_1,\quad X_2,\quad X_5.$$

Проиллюстрируем дополнительно также то, что выбор отрицательно числа в качестве «добавки» к элементам матрицы полезностей при ее «исправлении» может мало влиять на выбор альтернативного решения по этому критерию. Для этого рассмотрим решение этой же задачи нахождения наилучшего решения по *G*-критерию, но теперь применительно к случаю, когда ЛПР при указанной модификации к каждому элементу матрицы будет добавлять не число -13, а скажем, число -21 (при этом отклонение для элементов матрицы полезностей составит более 60%). Соответственно в этом случае решение будет выглядеть следующим образом:

Решения	«Исправленные» значения доходов при событиях:				*G* критерий (K_i)
	θ_1 q_1=0,1	θ_2 q_2=0,7	θ_3 q_3=0,15	θ_4 q_3=0,05	
X_1	-16	-17	-18	-18	-17·0,7 = -11,9
X_2	-15	-19	-15	-17	-19·0,7 = -13,3
X_3	-24	-15	-19	-9	-15·0,7 = -10,5
X_4	-18	-12	-20	-16	-12·0,7 = -8,4
X_5	-14	-20	-16	-18	**-20·0,7 = -14**

Самый большой (но наименьший по модулю) показатель *G*-критерия в этом случае снова соответствует альтернативе X_4 (он составляет -8,4 и снова выделен в дополнительном столбце матрицы). Таким образом, наилучшим решением по *G*-критерию и в этом случае, несмотря на значительное отличие реализованных при «модификации на отрицательность» матрицы процедур приведения всех ее элементов к отрицательным значения, является альтернатива X_4. Более того, ранжирование анализируемых альтернатив также не изменилось. Итак, 60%-ное отклонение в выборе параметра сдвига для координатных осей, чтобы обеспечить ограничения обуславливаемые требованиями критерия Гермейера, в рассматриваемом случае не повлияли на результат выбора для ЛПР и результат ранжирования альтернатив. Кстати, и значительно большие такие отклонения не приведут в нашем примере к иному выбору по критерию Гермейера. Убедитесь в этом самостоятельно.

Дополнительная специфика процедур выбора наилучшего решения на основе G –критерия. Как было показано и проиллюстрировано выше, в случае *G*-критерия линии уровня в поле полезностей занимают «крайнее» положение по отношению к соответствующим конусам предпочтений. При этом вершины таких угловых линий уровня уже не обязательно расположены вдоль биссектрисы главного координатного угла. Это отличает их от линий уровня *ММ*-критерия и, кроме того, позволяет учесть субъективные суждения ЛПР относительно вероятностей наступления тех или иных событий в рамках соответствующего бизнеса. Указанный факт, как мы уже знаем, не устраняет отмеченную ранее особенность выбора наилучших решений, обусловливаемую соответствующим «крайним» положением для линий уровня критерия. Поэтому дополнительно подчеркнем здесь следующее.

Если максимальное значение целевой функции соответствующего *G*-критерия достигается не на одном единственном решении из множества X_1 - X_m , а одновременно на нескольких альтернативных решениях (представленных в матрице полезностей), то на последнем шаге реализации процедур этого критерия не исключены противоречивые ситуации. В частности, если, например, окажется, что два решения имеют одинаковый (наилучший для всего множества анализируемых альтернативных решений) показатель целевой функции *G*–критерия, тогда потребуется дополнительный анализ на идентификацию оптимального решения. При этом необходимо руководствоваться следующими положениями.

1. Если одно из этих решение доминируется другим, то применительно к такой ситуации в качестве оптимального решения никогда нельзя выбирать доминируемое решение.

2. Если среди этих альтернативных решений нет доминируемых, то соответственно, любое из них может быть принято в качестве оптимального.

Графическую иллюстрацию таких ситуаций оставляем в качестве упражнения (она вполне аналогична тем, которые были проиллюстрированы ранее).

Соответственно и алгоритм выбора оптимального решения на основе *G*–критерия должен, в свою очередь, быть дополнен соответствующей процедурой идентификации решения на оптимальность. Такая процедура вполне аналогична той, которая была представлена ранее для ММ-критерия. Поэтому ее формализация здесь также опускается.

ПРИМЕР 2.3 (Дополнение: иллюстрация процедур идентификации оптимального решения для G-критерия). Пусть в условиях примера 2.3 множество анализируемых альтернативных решений содержит не пять, а восемь решений X_1 - X_8. При этом дополнительно заданы те же субъективные оценки для вероятностей указанных выше событий $\{\theta_j, j = \overline{1,4}\}$. Они представлены в соответствующей таблице:

Решения	Доходы при событиях:			
	θ_1 $q_1=0,1$	θ_2 $q_2=0,7$	θ_3 $q_3=0,15$	θ_4 $q_3=0,05$
X_1	5	4	3	3
X_2	6	2	6	4
X_3	-3	6	2	12
X_4	3	9	1	5
X_5	7	1	5	3
X_6	4	4	3	3
X_7	2	9	1	5
X_8	2	9	3	5

Реализуем процедуры нахождения наилучшего / оптимального альтернативного решения по *G*–критерию. Предварительно снова обратим внимание на то, что не все элементы данной матрицы полезностей являются отрицательными. Поэтому для реализации *G*-критерия ее необходимо «модифицировать на отрицательность». В частности, в формате этой ситуации при указанной модификации к каждому элементу матрицы снова добавим число -13 (после такой операции все ее элементы будут отрицательными). Тогда получаем новую «исправленную» матрицу полезностей (после соответствующего сдвига всех координатных осей «вправо» на 13) с «исправленными» значениями доходов, причем в соответствии с требованиями рассматриваемого *G*-критерия. Эта матрица приведена ниже.

Решения	«Исправленные» значения доходов при событиях:			
	θ_1 $q_1=0,1$	θ_2 $q_2=0,7$	θ_3 $q_3=0,15$	θ_4 $q_3=0,05$
X_1	-8	-9	-10	-10
X_2	-7	-11	-7	-9
X_3	-16	-7	-11	-1
X_4	-10	-4	-12	-8
X_5	-6	-12	-8	-10
X_6	-9	-9	-10	-10
X_7	-11	-4	-12	-8
X_8	-11	-4	-10	-8

Для нахождения оптимального или наилучшего альтернативного решения по критерию Гермейера далее, как и в примере 2.3, дополнительно к этой матрице допишем один столбец, координаты которого «K_i» будут представлять собой именно соответствующие показатели критерия для анализируемых альтернативных решений. Это будут наименьшие значения среди следующих выражений применительно к каждой строке: произведений элементов строки на вероятность соответствующего события (при этом - наибольшие по модулю, т.к. все элементы матрицы полезностей отрицательны). А именно:

Решения	«Исправленные» значения доходов при событиях:				Показатель G-критерия (K_i)
	θ_1 $q_1=0,1$	θ_2 $q_2=0,7$	θ_3 $q_3=0,15$	θ_4 $q_3=0,05$	
X_1	-8	-9	-10	-10	-9·0,7= -6,3
X_2	-7	-11	-7	-9	-11·0,7= -7,7
X_3	-16	-7	-11	-1	-7·0,7= -4,9
X_4	-10	-4	-12	-8	-4·0,7= **-2,8**
X_5	-6	-12	-8	-10	-12·0,7= -8,4
X_6	-9	-9	-10	-10	-9·0,7= -6,3
X_7	-11	-4	-12	-8	-4·0,7= **-2,8**
X_8	-11	-4	-10	-8	-4·0,7= **-2,8**

Как видим, самый большой (но наименьший по модулю) показатель дополнительного столбца здесь соответствует трем альтернативным решениям: X_4 , X_7 и X_8 (он составляет -2,8 и выделен в дополнительном столбце матрицы). Итак, этот наилучший показатель G-критерия в этом примере достигается не при одном единственном альтернативном решении. Поэтому далее необходимо реализовать процедуру идентификации на оптимальность для указанных трех альтернатив. Нетрудно видеть, что альтернатива X_4 доминирует альтернативу X_7. Кроме того, ни одно из остальных интересующих нас альтернативных решений (X_4 и X_8) не доминирует другое. Таким образом, наилучшим выбором по G-критерию применительно к этой ситуации может быть как альтернатива X_4 , так и альтернатива X_8 .

Проиллюстрируем и в рамках этого примера дополнительно также то, что выбор отрицательно числа в качестве «добавки» к элементам матрицы полезностей при ее «исправлении» может мало влиять на выбор решения по этому критерию. Для этого рассмотрим решение этой же задачи нахождения наилучшего выбора по G-критерию, но теперь применительно к случаю, когда ЛПР при указанной модификации к каждому элементу матрицы будет добавлять не число -13, а скажем, число -33. Подчеркнем, что при этом отклонение для элементов матрицы полезностей в новой (после такой модификации) системе координат составит уже более 250%. Соответственно в этом случае решение будет выглядеть следующим образом:

Решения	«Исправленные» значения доходов при событиях:				G критерий (K_i)
	θ_1 $q_1=0,1$	θ_2 $q_2=0,7$	θ_3 $q_3=0,15$	θ_4 $q_3=0,05$	
X_1	-28	-29	-30	-30	-29·0,7= -20,3
X_2	-27	-31	-27	-29	-31·0,7= -21,7
X_3	-36	-27	-31	-21	-27·0,7= -18,9
X_4	-30	-24	-32	-28	-24·0,7= **-16,8**
X_5	-26	-32	-28	-30	-32·0,7= -22,4
X_6	-29	-29	-30	-30	-29·0,7= -20,3
X_7	-31	-24	-32	-28	-24·0,7= **-16,8**
X_8	-31	-24	-30	-28	-24·0,7= **-16,8**

Наилучший показатель дополнительного столбца применительно к последней матрице в нашем примере соответствует снова тем же трем альтернативам: X_4 , X_7 и X_8 (в этой ситуации он составляет -16,8 и выделен в дополнительном столбце матрицы). Далее требуется реализовать процедуру идентификации на оптимальность для этих альтернатив. Как мы уже знаем, альтернатива X_4 доминирует альтернативу X_7. Кроме того, ни одно из остальных интересующих нас альтернативных решений (X_4 и X_8) не доминирует другое. Таким образом, наилучшим выбором по G-критерию применительно к этой ситуации снова может быть как альтернатива X_4 , так и альтернатива X_8 .

ЗАМЕЧАНИЕ. В заключение этого пункта подчеркнем особо, что структура линий уровня *G*-критерия позволяет учитывать оценки ЛПР, относящиеся к вероятностям (возможно, и субъективным) отдельных случайных событий, влияющих на конечный экономический результат. Процедуры такого учета, как мы убедились, приводят к изменению угла наклона «направляющей» прямой, вдоль которой систематизируются линии уровня критерия. Рассмотренные ранее критерии такой особенностью не обладали и таких возможностей для адаптации линий уровня применительно к предпочтениям конкретного ЛПР не предоставляли. Понимание этой особенности дает менеджеру специальный инструмент для более гибкой адаптации линий уровня критерия к предпочтениям ЛПР.

4. Модифицированный *G(mod)*-критерий Гермейера

Желание сохранить особенность описанной выше структуры линий уровня, присущую *G*-критерию, но уже применительно к анализу решений с положительными элементами в матрице полезностей, привело к формализации специального критерия, который называют модификацией критерия Гермейера. Будем обозначать его далее через *G(mod)*. Указанная модификация была формализована аналитически. Поэтому не стоит искать каких-либо специальных иллюстраций в виде теоретических положений, объясняющих специфику процедур этого критерия. В рамках соответствующего модифицированного *G(mod)*-критерия анализируются решения, которые будут представлены именно положительными значениями соответствующих элементов a_{ij} матрицы полезностей. При указанной ниже модификации структура линий уровня *G*-критерия сохранится, причем уже применительно к первому квадранту, а не к третьему (сравните с рис.2.6). Естественно, при этом требуется принять условие $a_{ij} > 0$.

ОГРАНИЧЕНИЕ. В рамках соответствующей модификации критерия Гермейера принимается, что все элементы матрицы полезностей положительны:

$$\forall(i; j) \qquad a_{ij} > 0.$$

Можно доказать (оставим это для самостоятельного анализа в качестве упражнения), что для сохранения структуры “линий уровня”, присущей *G*-критерию, но применительно к анализу решений с положительными элементами в матрицах полезностей, задача нахождения наилучшего решения должна быть формализована как следующая задача оптимизации.

Пусть

i – вариант возможного решения $(i = 1,2,...,m)$;
j – вариант возможной ситуации $(j = 1,2,...,n)$;
q_j – оценка для вероятности события θ_j ($\sum q_j = 1,\ 0 \le q_j \le 1$);
a_{ij} – доход, если будет принято решение X_i, и ситуация сложится j-ая, причём все $a_{ij} > 0$.

Целевая функция критерия:

$$Z_{G(МОД)} = \max_i \{K_i\},$$

где

$$K_i = \min_j \left\{ a_{ij} \cdot \frac{1}{q_j} \right\}.$$

(напомним, что $a_{ij} > 0$ при всех i и j).

Графическая интерпретация и линии уровня критерия (*n* = 2).

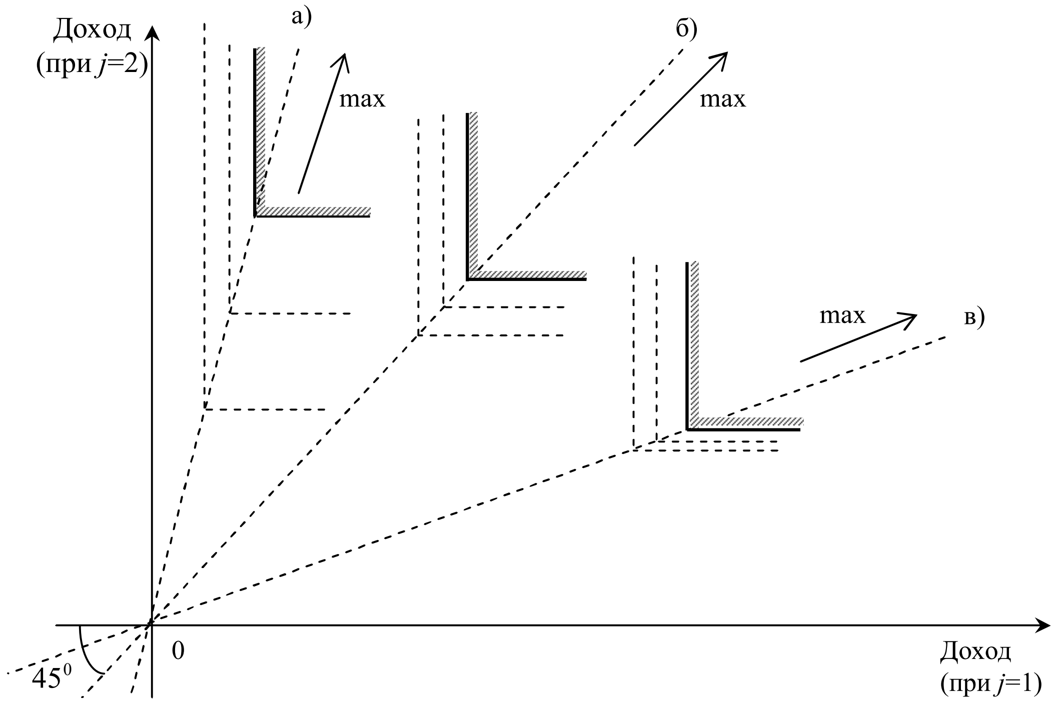


Рис. 2.4. Линии уровня для *G(мод)*-критерия:

а) *Опорная/направляющая* прямая для ситуации, когда $q_2 >> q_1$;

б) *Опорная/направляющая* прямая для ситуации, когда $q_2 = q_1$;

в) *Опорная/направляющая* прямая для ситуации, когда $q_1 >> q_2$;

max - соответствующее направление предпочтений;

- линия уровня.

Аппарат линий уровня *G(mod)*-критерия в ситуации ***n* = 2**, как показывает рис. 2.4, представляет собой семейство линий, «загнутых» вплотную (как и у *ММ*-критерия, а так же, как и у *G*-критерия) к границе конусов предпочтений. При этом точки, где соединяются стороны угла для соответствующей линии уровня, располагаются следующим образом. А именно, они расположены вдоль некоторой прямой (далее снова называем ее направляющей прямой). Такая направляющая прямая находится именно внутри первого координатного угла. Последнее понятно, т.к. поле полезностей применительно к задачам оптимизации решений в условиях неопределенности такого типа (с положительными элементами матрицы полезностей) также полностью находится внутри первого координатного угла. Угол наклона соответствующей направляющей прямой зависит (см. также рис. 2.4) именно от того, какая из вероятностей q_1 или q_2 будет большей (и насколько большей). На содержательном уровне применительно к данной модификации обратите внимание на следующее.

Если $q_1 >> q_2$, то для ЛПР более важно выбирать решения, для которых первая координата (элемент матрицы полезностей, соответствующий ситуации θ_1) будет значительной (не смотря на возможные малые значения второй координаты). Соответственно в указанном случае угол наклона указанной выше опорной прямой должен быть изменен таким образом, чтобы приблизить эту линию к оси «OU» (см. рис. 2.4). Это, как раз, и обеспечит определенный, необходимый с точки зрения ЛПР, баланс для решений в поле полезностей.

Кроме того, в противном случае, если $q_2 >> q_1$, для ЛПР более важно выбирать решения, для которых вторая координата (элемент матрицы полезностей, соответствующий ситуации θ_2) будет значительной (не смотря на возможные малые значения второй координаты). Соответственно в указанном случае угол наклона указанной выше направляющей прямой должен быть таким, чтобы приблизить эту линию к оси «OV» (см. рис. 2.4). Это, в свою очередь, обеспечит уже иной баланс для решений в поле полезностей, который будет соответствовать требованиям ЛПР для указанной в этом случае ситуации.

Все указанные процедуры реализуются автоматически в рамках представленной модификации *G(mod)*-критерия. Менеджер, применяя такой критерий, может не заботиться о том, как представить соответствующую графическую иллюстрацию.

Чтобы убедиться в этом, рассмотрите самостоятельно график функции

$$\min\{\frac{u}{q_1};\frac{v}{q_2}\} = \text{К}$$

в области $u<0$ и $v<0$ при $q_1+q_2 = 1$.

Таким образом, решение задачи нахождения оптимального решения на основе *G(mod)*-критерия в ситуации $\boldsymbol{n} = \mathbf{2}$ имеет следующую графическую интерпретацию. Пусть вдоль указанной направляющей прямой в первом координатном угле передвигается специальный инструмент. Этот инструмент представляет собой угол, центр которого лежит именно на направляющей прямой, а линии угла идут по границе соответствующего конуса предпочтений. При этом движение осуществляется в направлении увеличения показателя «К» этого критерия (соответствует направлению от начала координат к большим координатам доходов на рис. 2.4). Тогда последняя (из анализируемых) точка в поле полезностей, которую «захватит» этот инструмент при указанном движении, как раз и будет соответствовать выбору *G(mod)*-критерия.

Формальные процедуры выбора решения по модифицированному критерию Гермейера - следующие. Сначала, если это необходимо, реализуются процедуры «модификации на положительность» применительно к исходной матрице полезностей. Будем считать, что все элементы матрицы уже положительны. Далее при указанном подходе к нахождению наилучшего решения в условиях неопределенности удобно для матрицы полезностей вводить один дополнительный столбец. А именно: в этом столбце для каждой строки выписывают самое маленькое значение специального выражения, которое имеет следующую структуру. Это – частное от деления элемента строки матрицы полезностей на вероятность того случайного события, которому соответствует этот элемент. Затем из всех выражений указанного столбца находится самое большое. По этому элементу и определяют оптимальный выбор: им будет альтернативное решение соответствующей строки матрицы полезностей.

Иллюстрацию процедур метода снова рассмотрим на том же условном примере, который уже был использован ранее.

ПРИМЕР 2.4. Для удобства изложения, напомним, что анализируется соответствующая матрица полезностей, которая имеет следующий вид. После формализации задачи принятия решений выделено соответственно множество $\{\theta_j, j=\overline{1,4}\}$ из 4-х случайных событий, которые необходимо учитывать в рамках соответствующих решений. Кроме того, анализируются 5 альтернативных решений $\{X_i, i=\overline{1,5}\}$, из которых требуется выбрать наилучшее. При этом дополнительно заданы субъективные оценки для вероятностей указанных выше событий $\{\theta_j, j=\overline{1,4}\}$. Они представлены в соответствующей матрице полезностей:

Решения	Доходы при событиях:			
	θ_1 $q_1=0,1$	θ_2 $q_2=0,7$	θ_3 $q_3=0,15$	θ_4 $q_3=0,05$
X_1	5	4	3	3
X_2	6	2	6	4
X_3	-3	6	2	12
X_4	3	9	1	5
X_5	7	1	5	3

Найдем наилучший выбор по *G(mod)*-критерию.

Предварительно обратим внимание на то, что не все элементы данной матрицы полезностей являются положительными. Для реализации *G(mod)*-критерия необходимо реализовать процедуры «модификации на положительность», чтобы все элементы были именно положительными. Это можно сделать таким же образом, как и ранее в случае, *P*-критерия. Пусть, например, в нашей ситуации соответствующий анализ дает возможность при соответствующей модификации к каждому элементу матрицы добавить число 4 (после такой операции все ее элементы будут положительными). Тогда получаем новую «исправленную» матрицу полезностей (после соответствующего сдвига координатных осей). Эта матрица приведена ниже:

Решения	Доходы при событиях:			
	θ_1 $q_1=0,1$	θ_2 $q_2=0,7$	θ_3 $q_3=0,15$	θ_4 $q_3=0,05$
X_1	9	8	7	7
X_2	10	6	10	8
X_3	1	10	6	16
X_4	7	13	5	9
X_5	11	5	9	7

Для нахождения оптимального или наилучшего альтернативного решения по *G(mod)*-критерию далее дополнительно к этой матрице допишем один столбец. Элементы «K_i» этого дополнительного столбца будут представлять собой самые маленькие выражения среди всех возможных (в рамках каждой строки) анализируемых значений частного, которое получается при делении каждого отдельного элемента строки на вероятность (субъективную) соответствующего события. По наибольшему такому показателю, но уже применительно к дополнительному столбцу матрицы полезностей, как раз и будет, затем выбрано оптимальное альтернативное решение в формате модифицированного *G(mod)*-критерия. А именно, соответствующие процедуры представлены ниже:

Решения	Доходы при событиях:				G(*mod*) критерий (K_i)
	θ_1 $q_1=0,1$	θ_2 $q_2=0,7$	θ_3 $q_3=0,15$	θ_4 $q_3=0,05$	
X_1	9	8	7	7	8/0.7
X_2	10	6	10	8	6/0.7
X_3	1	10	6	16	10/0.7
X_4	7	13	5	9	**13/0.7**
X_5	11	5	9	7	5/0.7

Как видим, самый большой показатель *G(mod)*-критерия в нашем примере соответствует решению X_4 (он составляет 13/0,7= 18,57 и выделен в дополнительном столбце матрицы). Таким образом, наилучшим выбором по G(*mod*)-критерию является альтернатива X_4. Более того, подчеркнем, что ранжирование анализируемых альтернатив осталось таким же, как и непосредственно при *G*-критерии (без указанной модификации).

Проиллюстрируем и в этом примере дополнительно следующую особенность. Покажем, что выбор положительного числа в качестве «добавки» к элементам матрицы полезностей при ее «исправлении» может мало влиять на выбор решения по этому критерию. Для этого рассмотрим решение этой же задачи нахождения наилучшего решения по *G(mod)*-критерию, но применительно к случаю, когда ЛПР при указанной модификации к каждому элементу матрицы будет добавлять не число 4, а скажем, число 9 (отклонение для поправки более чем на 100%). Соответственно решение будет выглядеть следующим образом:

Решения	Доходы при событиях:				G(*mod*) критерий (K_i)
	θ_1 $q_1=0,1$	θ_2 $q_2=0,7$	θ_3 $q_3=0,15$	θ_4 $q_3=0,05$	
X_1	14	13	12	12	13/0.7
X_2	15	11	15	13	11/0.7
X_3	6	15	11	21	15/0.7
X_4	12	18	10	14	**18/0.7**
X_5	16	10	14	12	10/0.7

Как видим, наибольший показатель *G(mod)*-критерия в этом случае снова соответствует решению X_4 (он составляет 18/0,7= 25,71 и снова выделен в дополнительном столбце матрицы). Таким образом, наилучшим выбором по *G(mod)*-критерию и в этом случае, несмотря на значительное отличие реализованных при модификации матрицы процедур приведения всех ее элементов к положительным значения, является альтернатива X_4. Более того, убедитесь самостоятельно, что сохранилось прежним и ранжирование анализируемых альтернатив. Итак, более чем 100%-ное отклонение в выборе сдвига для координатных осей, чтобы обеспечить ограничения, обуславливаемые требованиями модифицированного критерия Гермейера, не повлияло на результат выбора для ЛПР. Кстати, отметим, что в нашем примере оптимальные решения /выборы на основе предложенного Гермейером похода и на основе его модификации совпадают. В данном случае это объясняется структурой элементов матрицы полезностей с учетом заданных значений субъективных вероятностей для полной группы случайных событий.

Дополнительная специфика процедур выбора наилучшего решения на основе G(mod) – критерия. Как было отмечено выше, указанная модификация критерия Гермейера направлена на то, чтобы сохранить специфику линий уровня, но уже применительно к первому координатному углу (т.е. для матриц полезностей с положительными элементами). Поэтому, естественно, в случае *G(mod)*-критерия линии уровня в поле полезностей также занимают «крайнее» положение по отношению к соответствующим конусам предпочтений. Соответственно имеет место отмеченная ранее особенность выбора наилучших решений, обусловливаемая спецификой «крайнего» положения для линий уровня критерия, которая отмечалась выше. Поэтому и применительно к *G(mod)*-критерию дополнительно подчеркнем здесь следующее.

Если максимальное значение целевой функции соответствующего *G(mod)*-критерия достигается не на одном единственном альтернативном решении из множества X_1 - X_m , а одновременно на нескольких альтернативных решениях (представленных в матрице полезностей), то и в рамках этого критерия не исключены противоречивые ситуации. В частности, возможны ситуации, когда, например, окажется, что два или более решения имеют одинаковый (причем, - наилучший для всего множества анализируемых альтернативных решений) показатель целевой функции *G(mod)*–критерия. Тогда потребуется соответствующий дополнительный анализ для идентификации указанных решений на оптимальность. При этом необходимо руководствоваться теми же положениями, которые были оговорены выше для *G*-критерия.

Соответственно и алгоритм выбора оптимального альтернативного решения на основе *G(mod)*–критерия должен, в свою очередь, быть дополнен соответствующей процедурой идентификации альтернативы на оптимальность. Такая процедура вполне аналогична той, которая была представлена ранее для *ММ*-критерия. Поэтому ее формализация здесь также опускается.

ПРИМЕР 2.4 (Дополнение: иллюстрация процедур идентификации оптимального решения для G(mod)**-критерия).** Пусть в условиях примера 2.4 множество анализируемых альтернативных решений содержит не пять, а восемь решений X_1 - X_8. При этом дополнительно заданы те же субъективные оценки для вероятностей указанных выше событий $\{\theta_j, j=\overline{1,4}\}$. Для удобства изложения они снова представлены в соответствующей матрице полезностей:

Решения	Доходы при событиях:			
	θ_1 $q_1=0,1$	θ_2 $q_2=0,7$	θ_3 $q_3=0,15$	θ_4 $q_3=0,05$
X_1	5	4	3	3
X_2	6	2	6	4
X_3	-3	6	2	12
X_4	3	9	1	5

X_5	7	1	5	3
X_6	4	4	3	3
X_7	2	9	1	5
X_8	2	9	3	5

Реализуем процедуры нахождения оптимального выбора по *G(mod)*–критерию.

Предварительно снова обратим внимание на то, что не все элементы данной матрицы полезностей являются положительными. Поэтому для реализации *G(mod)*-критерия ее необходимо «модифицировать на положительность». К каждому элементу матрицы снова добавим число 4 (после такой операции все ее элементы будут положительными). Тогда получаем новую «исправленную» матрицу полезностей (после соответствующего сдвига координатных осей) с «исправленными» значениями доходов, причем в соответствии с требованиями *G(mod)*-критерия. Эта матрица приведена ниже.

Решения	«Исправленные» значения доходов при событиях:			
	θ_1 $q_1=0,1$	θ_2 $q_2=0,7$	θ_3 $q_3=0,15$	θ_4 $q_3=0,05$
X_1	9	8	7	7
X_2	10	6	10	8
X_3	1	10	6	16
X_4	7	13	5	9
X_5	11	5	9	7
X_6	8	8	7	7
X_7	6	13	5	9
X_8	6	13	7	9

Для нахождения оптимального или наилучшего альтернативного решения по модифицированному критерию Гермейера далее, как и в примере 2.4, дополнительно к этой матрице допишем один столбец. Координаты «K_i» дополнительного столбца будут представлять собой именно соответствующие показатели модифицированного *G(mod)*-критерия для анализируемых альтернативных решений. Это будут, напомним, наименьшие значения среди выражений следующего вида: частного от деления отдельных элементов строки на вероятность соответствующего события. А именно:

Решения	«Исправленные» значения доходов при событиях:				*G* критерий (K_i)
	θ_1 $q_1=0,1$	θ_2 $q_2=0,7$	θ_3 $q_3=0,15$	θ_4 $q_3=0,05$	
X_1	9	8	7	7	8/0,7 = 11,43
X_2	10	6	10	8	6/0,7 = 8,57
X_3	1	10	6	16	10/0,7 = 14,23
X_4	7	13	5	9	13/0,7 = **18,57**
X_5	11	5	9	7	5/0,7 = 7,14
X_6	8	8	7	7	8/0,7 = 11,43
X_7	6	13	5	9	13/0,7 = **18,57**
X_8	6	13	7	9	13/0,7 = **18,57**

Самый большой показатель дополнительного столбца здесь соответствует трем альтернативам: X_4 , X_7 и X_8 (он составляет 18,57 и выделен в дополнительном столбце матрицы). Поэтому далее реализуем соответствующую процедуру идентификации на оптимальность применительно к указанным альтернативным решениям. Альтернатива X_4, очевидно, доминирует альтернативу X_7. Кроме того, ни альтернатива X_4 , ни альтернатива X_8 не доминируют друг друга. Поэтому, наилучшим выбором по *G(mod)*-критерию применительно к этой ситуации может быть как альтернатива X_4 , так и альтернатива X_8 .

Проиллюстрируем и в рамках этого примера дополнительно также то, что выбор положительного числа в качестве «добавки» к элементам матрицы полезностей при ее «исправлении» может мало влиять на выбор альтернативы по этому критерию. Для этого рассмотрим решение этой же задачи нахождения наилучшего альтернативного решения по *G(mod)*-критерию, но теперь применительно к следующему случаю. Пусть ЛПР при указанной «модификации на положительность» к каждому элементу матрицы будет добавлять не число 4, а скажем, число 14. Соответственно в этом случае решение будет выглядеть следующим образом:

Решения	«Исправленные» значения доходов при событиях:				G критерий (K_i)
	θ_1 q_1=0,1	θ_2 q_2=0,7	θ_3 q_3=0,15	θ_4 q_3=0,05	
X_1	19	18	17	17	18/0,7 = 25,71
X_2	20	16	20	18	16/0,7 = 22,86
X_3	11	20	16	26	20/0,7 = 28,57
X_4	17	23	15	19	23/0,7 **= 32,86**
X_5	21	15	19	17	15/0,7 = 21,43
X_6	18	18	17	17	18/0,7 = 25,71
X_7	16	23	15	19	23/0,7 **= 32,86**
X_8	16	23	17	19	23/0,7 **= 32,86**

Наилучший показатель дополнительного столбца применительно к новой такой матрице в нашем примере соответствует снова тем же трем альтернативам: X_4 , X_7 и X_8 (в этой ситуации указанный показатель составляет 32,86; он выделен в дополнительном столбце матрицы). Далее требуется реализовать процедуру идентификации на оптимальность для этих альтернатив. Мы уже подчеркивали, что альтернатива X_4 доминирует альтернативу X_7. Кроме того, ни одно из остальных интересующих нас альтернативных решений (X_4 и X_8) не доминирует другое. Таким образом, наилучшим решением по *G(mod)*-критерию применительно к этой ситуации снова может быть как альтернатива X_4 , так и альтернатива X_8 .

ЗАМЕЧАНИЕ. В случае равномерного распределения субъективных вероятностей для случайных событий, влияющих на экономический результат, т.е. в случае, когда ЛПР априори принимает, что случайные события θ_j $(j = \overline{1,n})$ равновозможны, оказывается, что и *G*-критерий, и модифицированный *G(mod)*-критерий дают такую же систему линий уровня в пространстве доходов, как и *ММ*-критерий. Таким образом, можно отметить, что критерий Гермейера и его модификация, вообще говоря, обобщают классический *ММ*-критерий.

5. Критерий наиболее вероятного исхода.

Особенность использования этого критерия для выбора наилучшего решения при оптимизации соответствующего звена/звеньев цепи поставок обуславливается следующим. В конкретной ситуации ЛПР может оказаться уверенным в том, что среди всех случайных событий полной группы θ_j $(j = \overline{1,n})$ имеется именно одно такое событие (при некотором значении индекса *j*, которое обозначим через j^*), которому свойственна следующая специфика. Оно является настолько вероятным, что ЛПР хочет и может, практически не сомневаясь, ориентировать свой выбор применительно к соответствующей ситуации θ_{j*} .

Другими словами, если через q_j снова обозначить вероятности случайных событий θ_j, то может оказаться, что при некотором j^* вероятность q_{j*} будет (по субъективному мнению ЛПР) настолько близка к единице, что в частности, будет *значительно превышать суммарную вероятность* всех остальных (мало возможных для наступления) ситуаций. В таком случае ЛПР может:

- практически, не заботиться об оценке вероятностей всех таких остальных случайных событий с малыми шансами;
- реализовать свой выбор по элементам только одного столбца матрицы полезностей, который соответствует практически ожидаемой ситуации θ_{j*} .

В рамках такого подхода при сравнении альтернатив учитывается только один элемент вектора-строки, характеризующей анализируемое решение. Это - элемент, который находится в j^*-ом столбце. Другими словами, в такой ситуации для принятия решения по критерию наиболее вероятного исхода можно поступать следующим образом. К матрице полезностей дописывается один дополнительный столбец. Этот столбец полностью соответствует столбцу матрицы (повторяет его), который характеризует ситуацию θ_{j*}. Среди элементов указанного столбца находится наибольший. Он и определяет выбор альтернативы для ЛПР в рамках критерия наиболее вероятного исхода.

Соответственно функция, задающая семейство “линий уровня”, определяется равенством:

$$f(u;v;...;z) = y\ ,$$

где y - переменная с номером j^*, т.е. соответствующая указанной выше наиболее вероятной ситуации θ_{j*}, для которой вероятность её реализации априори принимается достаточно близкой к единице, чтобы считать такое событие почти достоверным. Таким образом, задача нахождения наилучшего решения формализуется следующим образом.

Пусть:

i – вариант возможного решения $(i = 1,2,...,m)$;

j – вариант возможной ситуации $(j = 1,2,...,n)$;

q_j – вероятность «внешней» ситуации с номером j ($\sum q_j = 1,\ 0 \le q_j \le 1$);

a_{ij} – доход, если будет принято решение *i*, и сложится *j*-ая ситуация;

j^* - номер ситуации с наибольшей такой вероятностью, т.е. $j^* = \{j \mid q_{j*} >> \sum_{k \ne j^*} q_k\}$.

Еще раз подчеркнем, что, априори, вероятность q_{j*} весьма близка к единице и, естественно, должна значительно *превышать суммарную вероятность остальных ситуаций.*

Целевая функция критерия:

$$Z = \max_i \{K_i\},$$

где

$$K_i = a_{ij*}.$$

Применительно к формализации процедур выбора в рамках такого критерия удобно поступать на основе следующего правила.

ПРАВИЛО ВЫБОРА. В матрице полезностей **A** выбирается столбец, соответствующий наиболее вероятному исходу (столбец с номером j^*). Элементы этого столбца рассматриваются как элементы дополнительного столбца (K_i). В качестве наилучшего решения принимается вариант, которому соответствует максимальное значение элемента в соответствующем дополнительном столбце.

Графическая интерпретация и линии уровня критерия (*n* = 2).

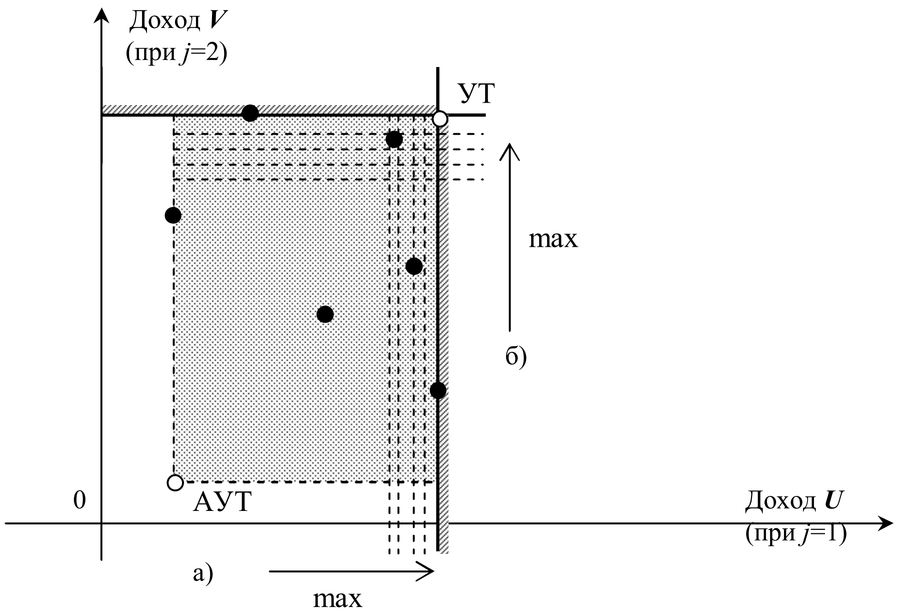


Рис. 2.5а. Линии уровня критерия наиболее вероятного исхода:

а) для ситуации, когда $q_1 >> q_2$ ($j^* = 1$);

б) для ситуации, когда $q_2 >> q_1$ ($j^* = 2$);

● - точки возможных решений ЛПР;

○ УТ - утопическая точка;

○ АУТ - антиутопическая точка;

- область поля полезностей;

- линии уровня

↗ max - направление предпочтений для ситуаций а) и б).

ЗАМЕЧАНИЕ 1. Практически можно ожидать, что во многих таких ситуациях, когда использование критерия наиболее вероятного исхода допустимо, выбор на основе такого критерия в поле полезностей, расположенном в первом квадранте будет совпадать с выбором модифицированного *G(мод)*-критерия Гермейера. Дайте соответствующее обоснование самостоятельно. В частности, можете использовать для этого рис. 2.5а.

ЗАМЕЧАНИЕ 2. Критерий наиболее вероятного исхода можно считать “упрощением” или “вырожденным” случаем реализации более сложных традиционно используемых критериев принятия решений в условиях риска. Напомним, что к задачам принятия решений в условиях риска относят такие задачи, когда известны вероятности $q_1, q_2, \ldots, q_n$ всех возможных случайных событий, влияющих на экономический результат. В частности, соответствующее отмеченное выше “упрощение” обусловливается принципом практической уверенности: ожидается именно реализация ситуации с номером j^* (наиболее вероятной), что и обеспечивает достаточные требования к дополнительной информации для принятия решения.

Для удобства сравнения результатов иллюстрацию процедур метода опять рассмотрим на том же условном примере, который уже был использован ранее.

ПРИМЕР 2.5. Для удобства изложения, напомним, что анализируется соответствующая матрица полезностей, которая имеет следующий вид. После формализации задачи принятия решений выделено соответственно множество $\{\theta_j, j = \overline{1,4}\}$ из 4-х случайных событий, которые необходимо учитывать в рамках соответствующих решений. Кроме того, анализируются 5 альтернативных решений $\{X_i, i = \overline{1,5}\}$, из которых требуется выбрать наилучшее. При этом дополнительно заданы субъективные оценки для вероятностей указанных выше событий $\{\theta_j, j = \overline{1,4}\}$. Они представлены в матрице полезностей:

Решения	Доходы при событиях:			
	θ_1 *q₁=0,1*	θ_2	θ_3	θ_4
X_1	5	4	3	3
X_2	6	2	6	4
X_3	-3	6	2	12
X_4	3	9	1	5
X_5	7	1	5	3

Найдем наилучший выбор по критерию наиболее вероятного исхода. Прежде всего подчеркнем, что указанный критерий можно использовать в этой ситуации. Действительно, вероятность случайного события

θ_2, как видим, значительно превосходит суммарную вероятность всех остальных событий из полной группы событий.

Далее можно поступить на основе правила выбора. А именно, допишем к этой матрице один дополнительный столбец. Элементы этого дополнительного столбца «K_i» будут представлять собой элементы именно такого столбца исходной матрицы полезностей, который соответствует наиболее вероятному событию полной группы. По наибольшему показателю такого дополнительного столбца матрицы полезностей, как раз и будет, затем выбрано оптимальное альтернативное решение:

Решения	Доходы при событиях:				Критерий наиболее вероятного исхода (K_i)
	θ_1 q_1=0,1	θ_2 q_2=0,7	θ_3 q_3=0,15	θ_4 q_3=0,05	
X_1	9	8	7	7	8
X_2	10	6	10	8	6
X_3	1	10	6	16	10
X_4	7	13	5	9	13
X_5	11	5	9	7	5

Самый большой показатель указанного критерия в нашем примере соответствует решению X_4 (он составляет 13/0,7= 18,57 и выделен в дополнительном столбце матрицы). Таким образом, наилучшим выбором по критерию наиболее вероятного исхода является альтернатива X_4. Более того, подчеркнем, что в условиях данного примера и указанный выбор оптимального решения, и ранжирование анализируемых альтернатив при рассмотренном здесь критерии остаются такими же, как и непосредственно при G-критерии и $G(mod)$-критерии.

Дополнительная специфика процедур выбора наилучшего решения на основе критерия наиболее вероятного исхода. Как уже было показано выше, и для этого критерия линии уровня занимают некоторое специфическое «крайнее» положение по отношению к соответствующим конусам предпочтений. Это предопределяет отмеченную ранее в главе 1 (применительно к некоторым указанным там классическим критериям) особенность выбора наилучших решений, обусловливаемую соответствующим «крайним» положением для линий уровня критерия.

Указанная особенность снова относится к ситуации, когда окажется, что максимальное значение целевой функции критерия наиболее вероятного исхода достигается не на одном решении из множества X_1 - X_m , а одновременно на нескольких альтернативных решениях, представленных в матрице потерь. Действительно, если при реализации алгоритма этого критерия будет найдено насколько альтернатив с одинаковым наилучшим значением целевого показателя, то, как и для MM-критерия, для H-критерия или для S-критерия, можно столкнуться с противоречивой ситуацией. А именно: некоторые из этих решений могут оказаться доминируемыми. Разумеется, ЛПР не станет их использовать. Поэтому, чтобы учесть указанные особенности такой ситуации, алгоритм поиска оптимального решения должен быть дополнен соответствующими процедурами исключения доминируемых решений. Их формализация здесь опускается. Среди найденных решений с одинаковым наилучшим значением целевого показателя, которые не содержат доминируемых, любая из альтернатив может быть принята в качестве оптимального решения.

Графическая иллюстрация одной из таких возможных ситуаций приведена на рис. 2.5б (она вполне аналогична тем, которые были проиллюстрированы ранее в главе 1). На указанном рисунке применительно к случаю α, когда наиболее вероятной ситуацией является событие θ_1 (j=1), показано, что «оптимальный» выбор может ориентировать ЛПР на два решения, причем одно из них является доминируемым (естественно, его надо будет отбросить). Кроме того, на указанном рисунке применительно к случаю β, когда наиболее вероятной ситуацией является именно событие θ_2 (j=2), показано, что «оптимальный» выбор может ориентировать ЛПР на одно решение. Соответственно проблем с идентификацией оптимального решения не будет.

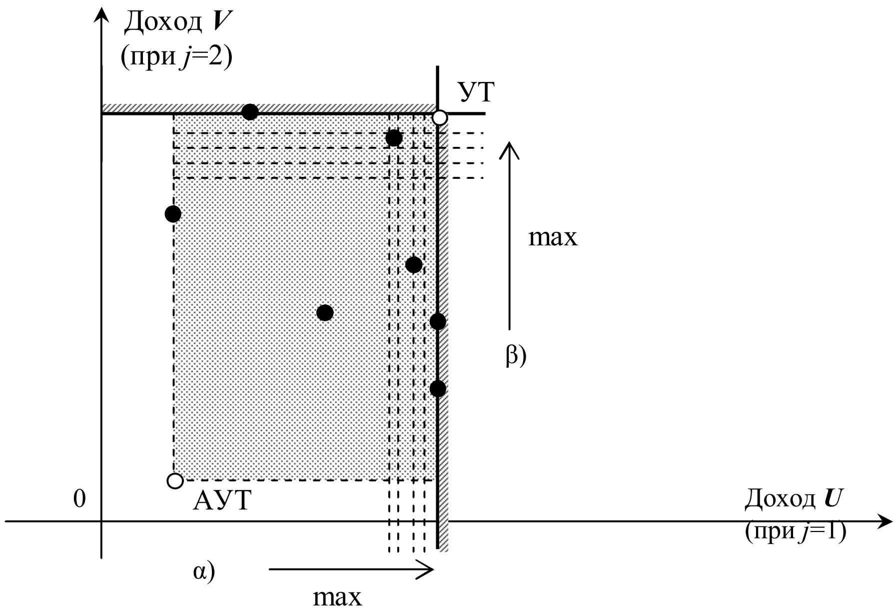


Рис. 2.5б. Специфика выбора для критерия наиболее вероятного исхода.

Далее для иллюстрации особенностей и возможностей практического использования представленных в этой главе критериев выбора для задач оптимизации решений в условиях неопределённости вернёмся к упрощённой модели (см. пример гл. 1) задачи выбора способа доставки товара. Для удобства изложения напомним условие этой задачи, решение которой уже было приведено в гл. 1, но только применительно к формату классических критериев принятия решений в условиях неопределённости. Здесь на этом же примере проиллюстрируем особенности реализации производных критериев для выбора наилучшей альтернативы.

6. Иллюстрации и приложения к задаче выбора способа поставки товара (продолжение в формате производных критериев)

Продолжим иллюстрации применительно к задаче, которая рассматривалась в главе 1. Напомним, что анализируется следующая упрощенная модель задачи выбора способа доставки товара. А именно, некоторая фирма, располагающая свободным капиталом в объеме 800 000$, анализирует возможность участия в следующей сделке или проекте.

Некоторая партия товара (объем партии не подлежит изменению) может быть куплена за 500 000$ и оптово продана за 560 000$. Неопределенность экономического результата связана только с необходимостью доставки товара.

Анализируются следующие способы доставки:

1. ***Авиатранспорт***: стоимость составляет 22 000$, включая страховку по цене приобретения (вероятность авиакатастрофы, по мнению ЛПР, составляет 0,001, но доверия к этому показателю нет, т.е. необходимо реализовать процедуры оптимизации решения в условиях неопределенности);
3. ***Автотранспорт:*** стоимость составляет 8 000$, неопределенность обусловлена только возможностью ограбления (вероятность нападения с целью ограбления, по мнению ЛПР, составляет 0,1, но, как и в предыдущем случае, доверия к этому показателю нет, т.е. необходимо реализовать процедуры оптимизации решения в условиях неопределенности).

Имеются следующие дополнительные возможности на рынке услуг, которые требуется учесть в рамках анализируемой модели задачи принятия решений.

1. ***Объявить страховку.*** Известно, что соотношение страхового возмещения к цене страхового полиса составляет 40:1. Предлагается рассмотреть только два варианта объявления страховки: по цене приобретения и по цене реализации.

2. ***Нанять охрану.*** Стоимость составляет 7 000$. Известно, что в 10% случаях наличие охраны не помогает (доверия к этому показателю также нет). Кроме того, ЛПР не будет использовать охрану, если оформляется страховой контракт.

Известно, что депозитная ставка на период реализации проекта составляет 2%.

ТРЕБУЕТСЯ: в условиях недоверия к представленным статистическим данным выполнить указанные ниже этапы анализа альтернативных решений, применив методы принятия решений в условиях неопределённости.

- Формализовать постановку задачи, составив перечень всех возможных ситуаций, влияющих на экономический результат; перечень анализируемых альтернативных решений; построить матрицы полезности и потерь;
- Найти наилучшее альтернативное решение применительно к случаям использования представленных в этой главе производных критериев принятия решений в условиях неопределённости.

РЕШЕНИЕ

Напомним, что ранее в гл.1 эта задача уже была формализована как задача оптимизации решения в условиях неопределенности. А именно:

1) составлена полная группа из шести случайных событий $\theta_1, \theta_2, \ldots, \theta_6$, влияющих на конечный экономический результат и не зависящих от ЛПР;
2) представлены шесть анализируемых решений – альтернативы $X_0, \mathrm{X}_1, \ldots, \mathrm{X}_5$;
3) выписана соответствующая матрица полезностей (ниже для удобства изложения она снова приведена в тыс. у.е.) –

	Q_1	Q_2	Q_3	Q_4	Q_5	Q_6
X_0	816.00	816.00	816.00	816.00	816.00	816.00
X_1	843.56	843.56	843.56	783.56	783.56	783.56
X_2	857.84	297.84	297.84	857.84	297.84	297.84
X_3	845.09	785.09	785.09	845.09	785.09	785.09
X_4	843.56	843.56	843.56	843.56	843.56	843.56
X_5	850.70	850.70	290.70	850.70	850.70	290.70

Содержательный аспект анализа для соответствующих случайных событий и анализируемых решений был уже представлен ранее в гл.1. Поэтому сразу же приступим к нахождению оптимального решения на основе использования рассмотренных выше критериев. Для удобства восприятия материала применительно к каждому критерию сначала напомним соответствующую целевую функцию.

Выбор оптимального решения по критерию Гурвица (*HW*-критерий). Напомним целевую функцию этого критерия:

$$Z_{HW} = \max_i \{K_i\},$$
$$K_i = c \cdot \min\{a_{ij}\} + (1-c) \cdot \max\{a_{ij}\}.$$

Сначала решение представим для случая *c = 0,7* , когда ЛПР является больше осторожным (пессимистом), чем любителем риска (оптимистом). Для нахождения соответствующего средневзвешенного показателя *HW*-критерия (он будет представлен в столбце *III*) реализуем следующие процедуры. Показатель *MM*-критерия (см. дополнительный столбец *I*) умножаем на 0,7, а показатель *H*-критерия (см. дополнительный столбец *II*) умножаем на 0,3. Суммарный результат представлен в третьем дополнительном столбце. Его максимальный элемент определяет оптимальное решение по *HW*-критерию при *c = 0,7.*

	Q_1	Q_2	Q_3	Q_4	Q_5	Q_6	I	II	III
X_0	816.00	816.00	816.00	816.00	816.00	816.00	816.00	816.00	816.000
X_1	843.56	843.56	843.56	783.56	783.56	783.56	783.56	843.56	801.560
X_2	857.84	297.84	297.84	857.84	297.84	297.84	297.84	857.84	470.838
X_3	845.09	785.09	785.09	845.09	785.09	785.09	785.09	845.09	808.088
X_4	843.56	843.56	843.56	843.56	843.56	843.56	843.56	843.56	**843.560**
X_5	850.70	850.70	290.70	850.70	850.70	290.70	290.70	850.70	275.559

Максимальный элемент дополнительного столбца равен 843.560 (он выделен в дополнительном столбце матрицы полезностей). Поэтому *HW*-критерий при $c=0,7$ выбирает альтернативу X_4 : «вступить в сделку, а груз доставлять автотранспортом, объявив страховку по цене реализации». При этом ранжирование альтернатив оказывается следующим:

$$X_4,\ \ X_0,\ \ X_3,\ \ X_1,\ \ X_2,\ \ X_5.$$

Теперь представим решение для случая $c=0,1$, когда ЛПР предпочитает решения в большей степени оптимистические (предполагающие риск), чем осторожные (пессимистические). Для нахождения средневзвешенного показателя *HW*-критерия показатель *ММ*-критерия (столбец *I*) умножаем на 0,1, а показатель *Н*-критерия (столбец *II*) умножаем на 0,9. Суммарный результат представлен в третьем дополнительном столбце, по максимальному элементу которого определяем искомое оптимальное решение.

	Q_1	Q_2	Q_3	Q_4	Q_5	Q_6	I	II	III
X_0	816.00	816.00	816.00	816.00	816.00	816.00	816.00	816.00	816.000
X_1	843.56	843.56	843.56	783.56	783.56	783.56	783.56	843.56	837.560
X_2	857.84	297.84	297.84	857.84	297.84	297.84	297.84	857.84	801.840
X_3	845.09	785.09	785.09	845.09	785.09	785.09	785.09	845.09	839.090
X_4	843.56	843.56	843.56	843.56	843.56	843.56	843.56	843.56	**843.560**
X_5	850.70	850.70	290.70	850.70	850.70	290.70	290.70	850.70	794.700

При $c=0,1$, как видим, *HW*-критерий выбирает альтернативу X_4 : «вступить в сделку, а груз доставлять автотранспортом, объявив страховку по цене реализации». Совпадение выбора с предыдущей ситуацией (для случая $c = 0,7$) обусловливается в этом примере, прежде всего, структурой этой матрицы полезностей, а также особенностями самой альтернативы X_4 . При этом ранжирование альтернатив отличается (соответствует более оптимистической позиции ЛПР):

$$X_4,\ \ X_3,\ \ X_1,\ \ X_0,\ \ X_2,\ \ X_5.$$

Выбор альтернативного решения по критерию произведений *(Р*-критерий). Напомним соответствующую целевую функцию:

$$Z_P = \max_i \{K_i\},$$

$$K_i = \prod_{j=1}^{n} a_{ij}\ , \quad (a_{ij} > 0).$$

Поскольку все элементы исходной матрицы полезностей в рамках рассматриваемой задачи положительны, то ее модификация не требуется: элементы «K_i» дополнительного столбца находим непосредственно перемножая элементы векторов-строк:

	Q_1	Q_2	Q_3	Q_4	Q_5	Q_6	K_i
X_0	816.000	816.000	816.000	816.000	816.000	816.000	$2{,}9*10^{35}$
X_1	843.560	843.560	843.560	783.560	783.560	783.560	$1{,}1*10^{18}$
X_2	857.840	297.840	297.840	857.840	297.840	297.840	$7{,}9*10^{21}$
X_3	845.090	785.090	785.090	845.090	785.090	785.090	$3{,}8*10^{23}$
X_4	843.560	843.560	843.560	843.560	843.560	843.560	**$3{,}6*10^{35}$**
X_5	850.700	850.700	290.700	850.700	850.700	290.700	$5{,}2*10^{23}$

Выделенный в дополнительном столбце элемент показывает, что *P*-критерий также выбирает альтернативу X_4. Но при этом ранжирование анализируемых альтернатив отличается от всех предыдущих:

$$X_4,\ \ X_0,\ \ X_5,\ \ X_3,\ \ X_2,\ \ X_1.$$

Выбор решения по модифицированному критерию Гермейера (*G(мод)* – критерий). Соответствующая целевая функция определяется равенством:

$$Z_{G(мод)} = \max_i \{K_i\},$$

$$K_i = \min_j \left\{ a_{ij} \cdot \frac{1}{q_j} \right\}, \ (a_{ij} > 0)$$

Поскольку все элементы анализируемой матрицы полезностей положительны, то использование модифицированного критерия Гермейера возможно без дополнительных преобразований этой матрицы. Предварительно оценим вероятности q_j случайных событий θ_j. В рассматриваемой ситуации это можно сделать, используя представленную в условии задачи информацию:

- q_1=0.999*0.9=0.89910
- q_2=0.999*0.1*0.9=0.08991
- q_3=0.999*0.1*0.1=0.00999
- q_4=0.001*0.9=0.00090
- q_5=0.001*0.1*0.9=0.00009
- q_6=0.001*0.1*0.1=0.00001

(проверьте, что сумма найденных вероятностей равняется единице).

Полученные оценки для вероятностей q_j отразим в матрице полезностей (в скобках рядом с обозначениями событий полной группы) и оценим элементы K_i дополнительного столбца:

	Q_1 (0.89910)	Q_2 (0.08991)	Q_3 (0.00999)	Q_4 (0.00090)	Q_5 (0.00009)	Q_6 (0.00001)	K_i
X_0	816.000	816.000	816.000	816.000	816.000	816.000	907.574
X_1	843.560	843.560	843.560	783.560	783.560	783.560	938.227
X_2	857.840	297.840	297.840	857.840	297.840	297.840	**954.110**
X_3	845.090	785.090	785.090	845.090	785.090	785.090	939.929
X_4	843.560	843.560	843.560	843.560	843.560	843.560	938.227
X_5	850.700	850.700	290.700	850.700	850.700	290.700	946.168

Выделенный в дополнительном столбце элемент показывает, что *G(мод)*-критерий выбирает альтернативу X_2: «вступить в сделку, причем груз доставлять автотранспортом без страховки». При этом и ранжирование анализируемых альтернатив отличается от всех предыдущих (т.е. в формате рассмотренных ранее критериев принятия решений в условиях неопределенности):

X_2, X_5, X_3, X_1 и X_4, X_0.

Применительно к процедурам этого критерия подчеркнем также следующее. Обратите внимание на то, что все элементы дополнительного столбца «K_i» оказались обусловленными именно значениями доходов первого столбца (Q_1) этой матрицы полезностей. Это произошло в рамках используемого *G(мод)*-критерия для рассматриваемой задачи по следующим причинам.

1. С одной стороны, налицо имеется очень значительный разброс значений заданного распределения вероятностей $\{q_j, j = \overline{1,n}\}$: вероятность q_1 не менее, чем в 10 раз превышает любую другую вероятность $q_j, j \neq 1$.
2. С другой стороны, для каждой строки матрицы полезностей нет такого значительного разброса по значениям соответствующих доходов: самое большое значение величины отношения для возможных доходов (см. решение X_5) составляет менее, чем 3 (850.700: 290.700=2,926).

Это, как раз, и определило структуру дополнительного столбца «K_i», для которого элементы определялись по формуле:

$$K_i = \min\left\{\frac{a_{i1}}{q_1}, \frac{a_{i2}}{q_2}, ..., \frac{a_{in}}{q_n}\right\}.$$

Как видим, даже в условиях, когда не будет достаточного доверия к предоставленным статистическим данным (вероятность авиакатастрофы, вероятность нападения с целью похищения товара и т.д.), применительно к рассматриваемой задаче выбора способа доставки товара степень доверия к правильности реализации соответствующего выбора на основе *G(мод)* – критерия может остаться весьма высокой. Залогом этого в данном случае служат отмеченные выше обстоятельства. Например, если допустить 40% погрешность в оценке соответствующих вероятностей, то все равно выбор в рамках этого критерия останется прежним.

Кстати, по той же самой причине, как мы ниже увидим, применительно к рассматриваемой задаче окажется, что наилучший выбор в формате *G(мод)* – критерия совпадет с оптимальным выбором по критерию наиболее вероятного исхода.

Выбор решения по критерию наиболее вероятного исхода. Поскольку оценки для вероятностей q_j случайных событий θ_j, не зависящих от ЛПР и влияющих на экономический результат, уже получены выше, осталось заметить, что вероятность q_1 события θ_1 почти в десять раз превосходит суммарную вероятность реализации всех остальных случайных событий полной группы. Поэтому можно с весьма большой степенью уверенности использовать указанный критерий. Соответствующий выбор для данной задачи реализуется по элементам первого столбца, представляющим доходы ЛПР для анализируемых решений (X_i) при случайном событии θ_1, наступление которого, практически, и ожидается. Соответственно, этот первый столбец и должен быть использован в данном случае в качестве дополнительного столбца «K_i» для нахождения оптимального решения по критерию наиболее вероятного исхода ($K_i \to \max$). Результат представлен ниже:

	Q_1	Q_2	Q_3	Q_4	Q_5	Q_6	K_i
X_0	816.000	816.000	816.000	816.000	816.000	816.000	816.000
X_1	843.560	843.560	843.560	783.560	783.560	783.560	843.560
X_2	857.840	297.840	297.840	857.840	297.840	297.840	**857.840**
X_3	845.090	785.090	785.090	845.090	785.090	785.090	845.090
X_4	843.560	843.560	843.560	843.560	843.560	843.560	843.560
X_5	850.700	850.700	290.700	850.700	850.700	290.700	850.700

Выделенный в дополнительном столбце элемент показывает, что критерий наиболее вероятного исхода (как и модифицированный критерий Гермейера) выбирает альтернативу X_2. При этом и ранжирование анализируемых альтернатив остается таким же: X_2, X_5, X_3, X_1 и X_4, X_0.

ВОПРОСЫ (к главе 2)

2.1. Критерии какого типа, относят к производным критериям принятия решений в условиях неопределенности? В частности, перечислите некоторые из таких типов критериев.

2.2. Каким образом формируется отношение ЛПР к неопределенности экономического результата в рамках *HW*-критерия (Гурвица)? В частности, укажите, как именно формализуется задача нахождения наилучшего решения в рамках этого критерия.

2.3. В каком смысле *HW*-критерий обобщает некоторые классические критерии принятия решений в условиях неопределенности (*MM*, *H*, *N* – критерии)?

2.4. Укажите отличительные особенности *HW*-критерия, отметив, в частности:

- Вид соответствующих «линий уровня»;
- Почему применительно к этому критерию говорят о взвешенной позиции «пессимизма-оптимизма»;
- Преимущества и недостатки этого критерия в сравнении с классическими критериями принятия решений в условиях неопределенности.

2.5. Приведите атрибуты *P*-критерия (критерия произведений). В частности, отметьте:

- Особенности ограничений, связанные с его реализацией;
- Формальную постановку задачи нахождения наилучшего решения в рамках этого критерия;
- Вид соответствующих «линий уровня»;
- Преимущества и недостатки этого критерия в сравнении с другими критериями принятия решений в условиях неопределенности.

2.6. С помощью аппарата «линий уровня» обоснуйте:

- Почему применительно к *P*-критерию можно утверждать, что этот критерий характеризует значительно менее пессимистическое отношение ЛПР к неопределенности экономического результата, чем при *MM*-критерии, но более пессимистическое, чем при *N*-критерии?
- Соответствующее сравнение его с *H*-критерием;
- Для какого из классических критериев выбор в области весьма больших цифровых значений элементов матрицы полезностей будет близок к выбору *P*-критерия?

2.7. Как будет выглядеть семейство линий уровня *P*-критерия, если процедуры этого критерия применять не к матрице полезностей, а к матрице потерь Сэвиджа (естественно, после ее модификации на положительность).

2.8. Каким образом формируется отношение ЛПР к неопределенности экономического результата в рамках *G*-критерия (Гермейера)? В частности, укажите:

- На какой класс задач принятия решений в условиях неопределенности ориентирован этот критерий;
- Особенности ограничений, связанных с его реализацией;
- Как именно формализуется задача нахождения наилучшего решения в рамках *G*-критерия.

2.9 . Представьте графическую интерпретацию задачи выбора решения в рамках критерия Гермейера. Отметьте при этом:

- Особенности аппарата его «линий уровня»;
- В каком смысле можно говорить, что *G*-критерий обобщает классический *MM*-критерий (обоснуйте это с помощью соответствующих «линий уровня»).

2.10. Каким образом формируется отношение ЛПР к неопределенности экономического результата применительно к критерию наиболее вероятного исхода? В частности, укажите:

- Для какого класса задач этот критерий может быть использован;
- Соответствующие ограничения на возможности его использования;
- Формальную постановку задачи оптимизации при нахождении наилучшего решения.

ГЛАВА 3. СОСТАВНЫЕ КРИТЕРИИ ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ. ОСОБЕННОСТИ ИХ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ПРИ ОПТИМИЗАЦИИ СИСТЕМ ЛОГИСТИКИ

Стремление разработать критерии, которые позволяли бы ЛПР более эффективно приспосабливать соответствующую систему линий уровня к особенностям имеющейся ситуации в бизнесе (в формате его системы предпочтений, причем с учетом конкретных финансовых возможностей и допустимых отклонений конечного экономического результата), чем ранее рассмотренные, привело к построению так называемых составных критериев [8].

Отмеченная возможность «приспосабливать систему линий уровня» понимается в рамках критериев указанного типа в следующем смысле. В зависимости от своих предпочтений, финансовых возможностей, а также специфики ситуации, каждое ЛПР может по-своему определить величину допустимого риска отклонения конечного результата дохода применительно к анализируемой задаче принятия решения. Для указанного типа критериев такой допустимый риск отклонения устанавливается, обычно, как предельно допустимое отклонение $\varepsilon_{ДОП} > 0$ (в худшую сторону) определенного показателя для экономического результата от его так называемого «опорного» значения, которое соответствует решению, принимаемому за опорное.

Например, такое «опорное» значение ЛПР может выбрать как максимально возможное гарантированное значение дохода в рамках соответствующей матрицы полезностей, которое было бы обеспечено ему в случае использования *ММ*-критерия. Другими словами, это – значение показателя Z_{MM}, если в качестве опорного решения принимается выбор *ММ*-критерия. В других ситуациях такое «опорное» значение ЛПР может выбрать, например, и как минимально возможное значение для наихудших потерь, которое было бы обеспечено ему в случае использования *S*-критерия, т.е. значение показателя Z_S, если в качестве опорного решения принимается выбор *S*-критерия и т.д.

Выбрав или указав значение возможных наибольших допустимых отклонений $\varepsilon_{ДОП}$ (в худшую сторону) и соответствующее «опорное» значение (относительно которого такие отклонения учитываются) ЛПР тем самым позволяет себе рассматривать решения с возможными худшими показателями реализации конечного экономического результата (при некоторых состояниях), чем гарантированные для соответствующего опорного решения. Разумеется, это делается для того, чтобы открыть также и дополнительные возможности увеличения выигрыша для конечного результата по сравнению с теми, которые имеются применительно к «опорному» решению. При этом ЛПР может самостоятельно определить приемлемый для него баланс между допустимым риском (оговоренными допустимыми отклонениями выбранного показателя в худшую сторону) и требуемой компенсацией за соответствующий риск.

Пусть, в частности, опорным решением является выбор *ММ*-критерия. Пусть при этом решении максимально возможный доход составляет $a_{MAX}^{ОП}$ (элемент матрицы полезностей при некотором «внешнем» наиболее благоприятном состоянии в рамках указанного решения). Тогда, например, при заданном допустимом значении потерь $\varepsilon_{ДОП}$ ЛПР может считать приемлемыми для дальнейшего анализа (в смысле достаточной для него компенсации за риск) только те решения исходной матрицы полезностей, которые хотя бы в одном «своём» благоприятном состоянии дадут доход, не меньший, чем $a_{MAX}^{ОП} + \varepsilon_{ДОП}$.

Учет указанных требований применительно к значению допустимого риска и соответствующему балансу, характеризующему компенсацию за готовность ЛПР идти на риск, достигается далее в рамках составных критериев принятия решений в условиях неопределенности следующим образом. Реализуются операции, называемые операциями блокировки решений, которые «урезают» исходную матрицу полезностей по числу анализируемых альтернативных решений. Это – следующие операции:

- блокировка альтернатив, не удовлетворяющих требованиям допустимого риска;
- блокировка альтернатив, не обеспечивающих требуемой компенсации за риск.

(их специфика будет формализована и представлена ниже).

После реализации соответствующих операций блокировки применительно к исходной матрице полезностей будет отброшено некоторое множество из анализируемых альтернативных решений. Другими словами, будет получена новая «урезанная» (по числу анализируемых альтернатив) матрица полезностей. При этом для такой новой матрицы останутся только те альтернативные решения, для которых выполнены:

1) требования ЛПР по допустимому риску применительно к анализируемой ситуации;

2) его требования по расширению возможностей получения «выигрыша для конечного результата дохода» в качестве соответствующей компенсации за риск.

Для оставшихся в «урезанной» матрице полезностей альтернативных решений будет выполнено следующее. С одной стороны, в определенных состояниях «внешней среды» могут иметь место потери (по сравнению с решением, используемым в качестве опорного), причем такие потери не будут выходить за границы допустимого для ЛПР риска. С другой стороны, применительно к другим конкретным состояниям будут иметь место выигрыши, причем такие, которые ЛПР считает достаточными для компенсации соответствующих возможных потерь. Применительно к такой оставшейся «урезанной» матрице полезностей после реализации процедур блокировки решений можно применить уже любой из известных критериев: все указанные требования ЛПР будут уже учтены.

Для обозначения составных критериев принятия решений в условиях неопределенности применяют двойную ссылку на используемые в них в качестве исходных составляющих другие критерии. А именно:

1) в скобках указывают критерий (далее называем его – *опорным*), на основе которого выбирается упоминавшееся выше опорное решение и находится соответствующее «опорное» значение для показателя, относительно которого ЛПР указывает затем и допустимый риск;
2) кроме того, на позиции, перед такой скобкой, отмечают тот критерий (далее называем его – *решающим*), на основе которого окончательно выбирается оптимальное решение, причём уже применительно к полученной на основе процедур блокировки «урезанной» матрице полезностей.

Так, например, обозначение *S(MM)* соответствует следующему составному критерию. В рамках такого критерия в качестве опорного решения принимается выбор *MM* критерия (а следовательно, - в качестве «опорного» значения выбирается именно значение показателя Z_{MM} для максимально возможного гарантированного дохода). При этом, окончательный выбор оптимального решения (по соответствующей «урезанной» матрице полезностей) на основе указанных выше процедур блокировки реализуется на основе решающего *S*-критерия.

1. Общая схема составного критерия

Суммируя изложенное выше можно представить процедуры реализации составного критерия при нахождении оптимального решения в виде следующего алгоритма из 5-ти шагов.

Шаг А: формализация требований к допустимому риску.

На этом шаге уточняется критический уровень дохода (или потерь), приемлемый для ЛПР в конкретной ситуации. При этом за основу берётся опорное значение соответствующего показателя для выбранного опорного решения на основе опорного критерия. После чего задаётся допустимое для ЛПР максимально возможное отклонение $\varepsilon_{ДОП} > 0$ конечного результата от указанного его опорного значения (в худшую сторону).

Шаг Б: блокировка альтернативных решений с недопустимым риском.

На этом шаге из исходно анализируемой матрицы полезностей / потерь (в зависимости от выбранного опорного критерия) удаляются все альтернативы, которые не соответствуют требованиям ЛПР, предъявляемым к допустимому риску применительно к анализируемой ситуации.

Шаг В: формализация требований к компенсации за риск.

На этом шаге уточняются требования к анализируемым альтернативным решениям, для которых баланс между риском потерь (при неблагоприятных «внешних» состояниях) и соответствующей возможной компенсацией (при благоприятных «внешних» состояниях) является приемлемым для ЛПР.

Шаг Г: блокировка альтернативных решений с недостаточной компенсацией риска.

На этом шаге из матрицы полезностей / потерь (получаемой после реализации процедур блокировки решений шага Б) удаляются все альтернативы, которые не соответствуют требованиям ЛПР, предъявляемым к соответствующей ожидаемой компенсации для оговоренной выше готовности ЛПР идти на риск.

Шаг Д: выбор оптимальной альтернативы.

На этом шаге находится оптимальное решение. А именно, - для оставшейся «урезанной» (по числу анализируемых решений в результате удаления всех заблокированных решений) матрицы полезностей / потерь реализуются процедуры заранее оговоренного решающего критерия. Найденное при этом альтернативное решение и является оптимальным выбором в рамках соответствующего составного критерия.

В этой главе будут рассмотрены особенности формализации составных критериев таких типов, для которых опорным критерием является:

- классический *ММ*-критерий;
- классический *S*-критерий.

1. Составные *X(ММ)* – критерии.

Здесь на позиции “***X***” может быть записан в качестве решающего критерия любой из известных для ЛПР критериев принятия решений в условиях неопределенности. Проведём соответствующие уточнения для определяющих шагов алгоритма реализации составных критериев такого типа.

Шаги А и Б. Поскольку в качестве опорного критерия принимается *ММ*-критерий, то «опорным» значением будет показатель гарантированного дохода $z_{MM} = \max_i \min_j (a_{ij})$. Относительно этого показателя устанавливаются допустимые для ЛПР отклонения доходов (в худшую сторону). Таким образом, задавая величину «крайнего» приемлемого отклонения дохода $\varepsilon_{ДОП}$, тем самым ЛПР определяет и критический уровень $Д_{кр}$ минимально допустимых для анализируемой ситуации доходов:

$$Д_{кр} = z_{MM} - \varepsilon_{ДОП}.$$

Другими словами, любые альтернативные решения из исходной матрицы полезностей, которые могут (хотя бы в одном из состояний) принести доход, меньший указанного критического уровня, являются для ЛПР в анализируемой ситуации неприемлемыми, так как они не обеспечивают его требований к допустимому риску. Они будут заблокированы: удалены из матрицы полезностей / потерь. Соответствующие процедуры блокировки, как раз, и реализуются на шаге Б.

Шаги В и Г. Требуемая компенсация за риск в рамках составных критериев рассматриваемого типа представляется в виде соответствующего приемлемого для ЛПР баланса между допускаемыми им потерями дохода при неблагоприятных событиях (относительно максимально возможного показателя для гарантированного дохода величины z_{MM}) и «открывающимися» возможностями хотя бы при одном благоприятном состоянии получить доход, соответственно превышающий, например, на величину $\varepsilon_{ДОП}$ показатель дохода для самого благоприятного исхода опорного решения. Напомним, что в качестве опорного решения для рассматриваемых здесь составных критериев используется выбор *ММ*-критерия. Этот выбор при самом благоприятном исходе позволил бы ЛПР получить доход

$$a_{MAX}^{ОП} = \max_j (a_{i(ОП),j}),$$

где *i(ОП)* – индекс решения, выбираемого в данном случае *ММ*-критерием.

Указанный баланс в рамках таких составных критериев может быть сформулирован:

- либо одновременно для всех анализируемых альтернатив в совокупности, независимо от того, какие возможные потери связанны конкретно с каждым из них (далее называем такой подход *жёстким* подходом или жёсткой позицией ЛПР относительно требуемых им «открывающихся» возможностей для компенсации риска соотносимых с уже «созревшей» своей готовностью идти на риск);
- либо применительно к каждому из анализируемых альтернативных решений отдельно, с учётом того, какие конкретные возможные потери с ним связаны (далее называем такой подход *гибким* или осторожным).

Отметим, кратко, особенности указанных подходов.

Жёсткая позиция ЛПР к требуемой компенсации за риск. При указанном подходе отношение ЛПР к требуемой компенсации за риск можно интерпретировать следующим образом: “Поскольку я (ЛПР), априори, допускаю риск уменьшения показателя гарантированного дохода (на величину $\varepsilon_{ДОП}$), то соответствующая компенсация за риск будет приемлемой только для следующих анализируемых решений. Они (такие решения) должны «открыть» возможность хотя бы при одном благоприятном состоянии получить доход, не меньший, чем $a_{MAX}^{ОП} + \varepsilon_{ДОП}$ (так как доход $a_{MAX}^{ОП}$ и так мог быть получен в случае опорного решения при благоприятном для него состоянии)”. Другими словами, выразив готовность идти на возможное снижение дохода (заданное величиной $\varepsilon_{ДОП}$), чтобы расширить возможность выигрыша, ЛПР считает неприемлемым рассматривать альтернативы, которые не представляют возможности увеличения дохода хотя бы в одном из состояний до величины $a_{MAX}^{ОП} + \varepsilon_{ДОП}$, причём независимо от того, какие конкретно возможные потери (в допустимых пределах) с ними связаны.

ЗАМЕЧАНИЕ. В рамках теории принятия решений в условиях неопределенности, априори, принимается возможность различного отношения конкретных ЛПР к риску потерь конечного экономического результата. Поэтому и баланс между допускаемыми потерями дохода при неблагоприятных событиях и «открывающимися» возможностями хотя бы при одном благоприятном состоянии получить доход, превышающий показатель дохода для самого благоприятного исхода опорного решения, также может быть задан ЛПР с учетом своего отношения к риску. На формальном уровне такую особенность можно учесть введением некоторого коэффициента κ ($\kappa > 0$) применительно к показателю требуемого увеличения возможности выигрыша. А именно, можно принять, что ЛПР считает неприемлемым рассматривать такие альтернативные решения, которые не представляют возможности увеличения дохода хотя бы в одном из внешних состояний до величины $a_{MAX}^{ОП} + \kappa \cdot \varepsilon_{ДОП}$, причём независимо от того, какие конкретно возможные потери связаны с каждым таким альтернативным решением (в допустимых пределах). При этом выбор параметра κ остается за ЛПР. В частности, такой выбор может предполагать либо $\kappa = 1$, либо как ситуацию $\kappa > 1$, так и ситуацию $\kappa < 1$. Дальнейшее изложение для определенности соотносим со случаем $\kappa = 1$.

Далее (шаг Г) оставшиеся после шага Б альтернативы в исходной матрице полезностей, которые не представляют возможности увеличения дохода хотя бы в одном из состояний до величины $a_{MAX}^{ОП} + \varepsilon_{ДОП}$, будут заблокированы. Приведём теперь соответствующую формализацию учёта представленной жёсткой позиции ЛПР относительно требуемой им компенсации за готовность идти на риск в рамках рассматриваемых составных критериев принятия решений в условиях неопределённости.

Определим так называемое множество согласия I_c (по допустимому для ЛПР риску), являющееся следующим подмножеством индексов $\{1,2,...,m\}$:

$$I_c = \{i \mid i \in \{1,2,...,m\} \cap (z_{MM} - \min_j a_{ij} \le \varepsilon_{ДОП})\}.$$

Кроме того, определим так называемое *выигрышное* подмножество $I_{ВЖ}$ (по возможностям обеспечения требуемого выигрыша применительно к *жёсткой* позиции ЛПР к требуемой компенсации за риск) также являющееся подмножеством множества индексов $\{1,2,...,m\}$:

$$I_{ВЖ} = \{i \mid i \in \{1,2,...,m\} \cap (\max_j a_{ij} - a^{ОП}_{MAX} \ge \varepsilon_{ДОП})\}.$$

Тогда в множество - пересечение $I_c \cap I_{ВЖ}$ попадут только те варианты анализируемых альтернатив из исходной матрицы полезностей, для которых

- с одной стороны, выполнены требования ЛПР по допустимому риску потерь применительно к возможным реализациям доходов для всех рассматриваемых в модели «внешних ситуациях»;
- но зато, с другой стороны, выполнены требования ЛПР, обусловливаемые его ожиданиями относительно возможности получить достаточную компенсацию за свою готовность к риску соответствующих потерь.

Графическая иллюстрация: составные *X(MM)* – критерии при жёсткой позиции относительно требуемой компенсации за риск. Графическую иллюстрацию специфики «преобразования поля полезностей» после реализации процедур блокировок решений при рассматриваемой жёсткой позиции ЛПР относительно требуемой компенсации за риск для нахождения оптимального решения представим применительно к реализации составных *H(MM)* и *S(MM)* – критериев (для случая $n = 2$).

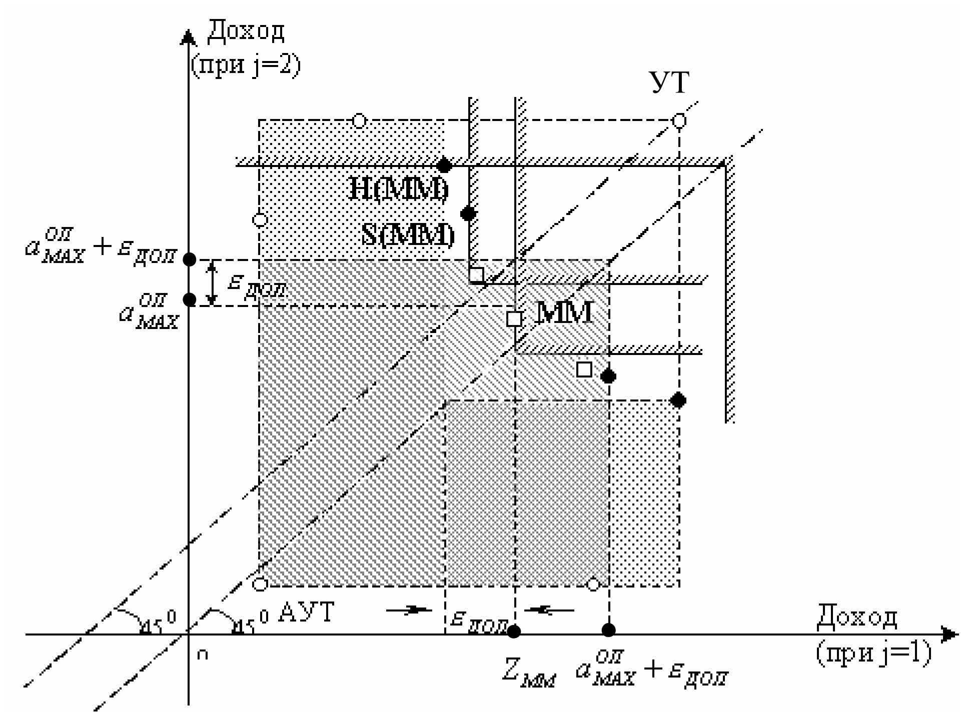


Рис. 3.1. Особенности «преобразования поля полезностей» для составных *X(MM)* – критериев при жёсткой позиции ЛПР относительно требуемой компенсации за риск.

● *ММ* - опорное решение, выбираемое опорным *ММ*-критерием;

○ - решения, заблокированные на шаге Б (превышение риска);

□ - решения, заблокированные на шаге Г;

● - решения оставшейся "урезанной" матрицы полезностей;

● *H*(*MM*) - оптимальное по *H*(*MM*)-критерию решение;

● *S*(*MM*) - оптимальное по *S*(*MM*)-критерию решение;

- область поля полезностей для заблокированных решений из-за превышения допустимого риска;

- область заблокированных решений из-за невыполнения требований по компенсации риска.

Гибкая позиция ЛПР к требуемой компенсации за риск. При таком подходе отношение ЛПР к требуемой компенсации риска формализуется применительно к каждому решению отдельно. При этом требования к компенсации риска зависят от конкретного риска для отклонения дохода (соответственно при самом неблагоприятном состоянии) применительно к рассматриваемому отдельному решению (но, естественно, в рамках допустимого отклонения $\varepsilon_{ДОП}$). Особенности соответствующего отношение к требуемой компенсации за риск можно интерпретировать следующим образом. «Если с данным альтернативным решением X_i из исходной матрицы полезностей связан риск максимального снижения дохода на величину

$$z_{MM} - \min_j (a_{ij}) = \varepsilon_i ,$$

причём $\varepsilon_i \le \varepsilon_{ДОП}$, то соответствующая компенсация за такой риск будет приемлемой, тогда и только тогда, когда хотя бы в одном из «внешних» состояний для этой альтернативы имеется возможность получить доход, не меньший, чем $a_{MAX}^{ОП} + \varepsilon_i$». Другими словами, альтернатива X_i при указанном подходе не будет заблокирована (из-за несоответствия требованиям компенсации за риск), если $\exists\,(j \in \{1,2,...,n\})$, такое, что

$$a_{ij} \ge a_{MAX}^{ОП} + \varepsilon_i \ .$$

На шаге Г все альтернативные решения из исходной матрицы полезностей, для которых такое условие не выполняется, будут заблокированы. Соответствующая формализация учёта рассматриваемой позиции ЛПР к требованиям компенсации за риск отражается на определении соответствующего выигрышного множества - $I_{ВГ}$ (применительно к гибкой такой позиции). А именно:

$$I_{ВГ} = \{i \mid i \in \{1,2,...,m\} \cap (\max_j a_{ij} - a_{MAX}^{ОП} \ge \varepsilon_i)\},$$

где, напомним,

$$\varepsilon_i = z_{MM} - \min_j a_{ij} \ .$$

В пересечении $I_c \cap I_{ВГ}$ окажутся только те варианты анализируемых альтернативных решений из исходной матрицы полезностей, которые соответствуют всем требованиям ЛПР как по допустимому для него риску, так и по приемлемой компенсации за риск.

ЗАМЕЧАНИЕ. Как и при жесткой позиции ЛПР относительно требуемой компенсации за риск, баланс между допускаемыми потерями дохода при неблагоприятных событиях и «открывающимися» возможностями хотя бы при одном благоприятном состоянии получить доход, превышающий показатель дохода для самого благоприятного исхода опорного решения, снова может быть задан ЛПР с учетом своего отношения к риску. На формальном уровне такую особенность снова можно учесть введением некоторого коэффициента κ ($\kappa > 0$) применительно к показателю требуемого увеличения возможности выигрыша. При этом, решение X_i не будет заблокировано (по требуемой компенсации за риск), если $\exists\,(j \in \{1,2,...,n\})$, такое, что

$$a_{ij} \geq a_{MAX}^{ОП} + \kappa \cdot \varepsilon_i \,.$$

Естественно, выбор параметра κ остается за ЛПР. В частности, такой выбор может предполагать как ситуацию $\kappa > 1$, так и ситуацию $\kappa < 1$. Дальнейшее изложение для определенности снова соотносим со случаем $\kappa = 1$.

Графическая иллюстрация: составные *X(MM)* – критерии при гибкой позиции относительно требуемой компенсации за риск. Соответствующую графическую иллюстрацию «преобразования поля полезностей» после реализации процедур блокировок решений при рассматриваемой гибкой позиции ЛПР относительно требуемой компенсации за риск и процедур нахождения оптимального решения представим применительно к составным *H(MM)* и *S(MM)* – критериям (для случая $n = 2$).

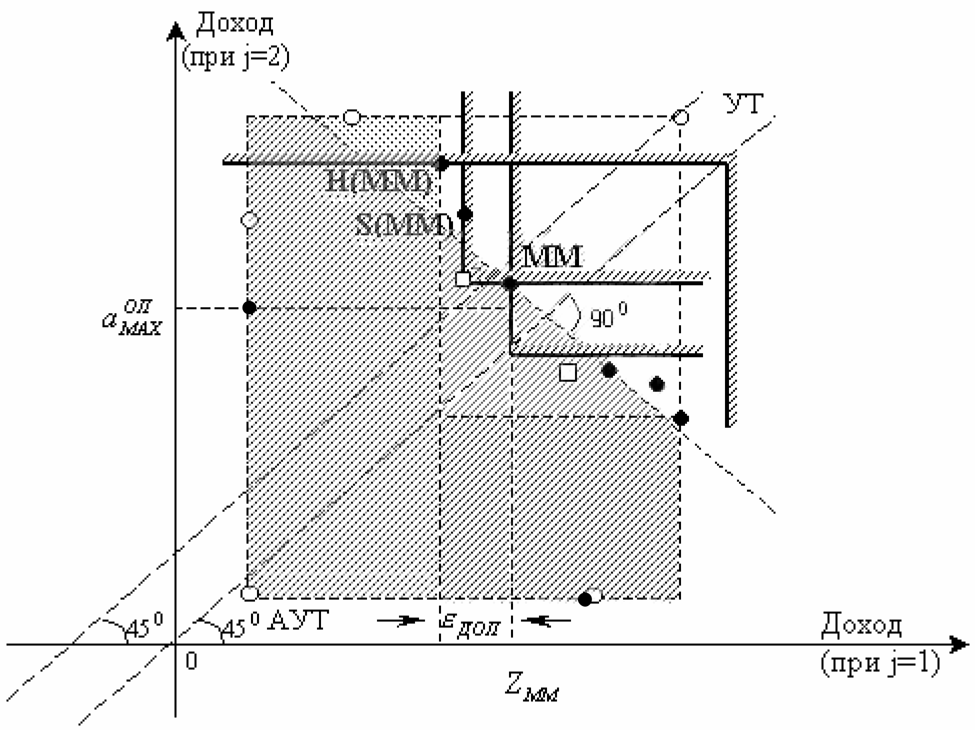


Рис. 3.2. Особенности «преобразования поля полезностей» для составных *X(MM)* – критериев при гибкой позиции ЛПР относительно требуемой компенсации за риск.

Здесь:

● *MM* - опорное решение, выбираемое опорным *MM*-критерием;

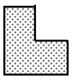
○ - решения, заблокированные на шаге Б (превышение риска);

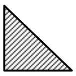
□ - решения, заблокированные на шаге Г;

● - решения оставшейся “урезанной” матрицы полезностей;

● *H*(*MM*) - оптимальное по *H*(*MM*)-критерию решение;

● *S*(*MM*) - оптимальное по *S*(*MM*)-критерию решение;


- область поля полезностей для заблокированных решений из-за превышения допустимого риска;


- область заблокированных решений из-за невыполнения требований по компенсации риска.

ПРИМЕР 3.1. Иллюстрацию всех шагов алгоритма реализации составных *X(MM)*-критериев при жёсткой позиции ЛПР к требуемой компенсации за риск дадим на примере *H(MM)*-критерия применительно к анализу условной ситуации с матрицей полезностей, представленной в табл. 3.1.

Табл. 3.1.
Матрица полезностей для примера 3.1

	Q_1	Q_2	Q_3	Q_4
X_1	5	4	3	3
X_2	6	2	6	4
X_3	-3	6	2	12
X_4	3	9	2	6
X_5	7	1	5	3

При этом, прежде всего отметим, что поскольку в качестве опорного критерия (для рассматриваемого составного *H(MM)*-критерия) принят классический *MM*-критерий, то опорное решение находим на его основе. Легко видеть (см. также пример 1.1), что опорным решением будет решение X_1. Соответственно опорным значением для последующих процедур оптимизации будет показатель гарантированного дохода $z_{MM} = 3$.

Шаг А: формализация допустимого риска. Пусть для конкретного ЛПР выбрано следующее приемлемое значение допустимого отклонения дохода $\varepsilon_{ДОП} = 2$ от возможного гарантированного показателя $z_{MM} = 3$. Зная опорное решение (X_1) и зная опорное значение для гарантированного дохода $z_{MM} = 3$ находим критический уровень для доходов, которые будут приемлемы для ЛПР в данной ситуации. А именно, критической является величина дохода, равная

$$z_{MM} - \varepsilon_{ДОП} = 3 - 2 = 1.$$

Шаг Б: блокировка недопустимых рисков. На этом шаге блокируются все такие альтернативные решения исходной матрицы полезностей, для которых хотя бы в одном случае возможен доход меньший, чем найденный критический уровень дохода (равный 1). В нашем примере на этом шаге блокируется только альтернатива X_3. Действительно, при этом альтернативном решении в случае события Q_1 соответствующий доход составит -3 (т.е. может оказаться меньшим, чем заданный ЛПР допустимый критический уровень дохода, который равен 1). Далее эта альтернатива уже не анализируется: она отбрасывается. Анализируются оставшиеся незаблокированные на шаге Б альтернативы. Другими словами, анализируется новая («исправленная» в соответствии с требованиями допустимого для ЛПР риска) матрица полезностей, представленная в табл. 3.2.

Табл. 3.2.
Исправленная матрица полезностей
(учет допустимого риска)

	Q_1	Q_2	Q_3	Q_4
X_1	5	4	3	3
X_2	6	2	6	4
X_4	3	9	2	6
X_5	7	1	5	3

Шаг В: формализация требований компенсации за риск. При самом благоприятном исходе для опорного решения X_1 в рамках этого критерия ЛПР могло бы получить доход

$$a_{MAX}^{ОП} = 5 \qquad \text{(ситуация } Q_1\text{)}.$$

Соответственно при жёстком задании своих требований к компенсации указанной выше готовности идти на риск ЛПР считает приемлемыми только те альтернативы, для которых хотя бы в одном из состояний доход составит

$$a_{MAX}^{ОП} + \varepsilon_{ДОП} = 5 + 2 = 7 .$$

Другие решения из матрицы полезностей ему неприемлемы.

Шаг Г: блокировка недостаточной компенсации за риск. Соответственно указанным на предыдущем шаге требованиям ЛПР блокируются:

- альтернатива X_1, так как максимально возможный доход этого альтернативного решения при самом благоприятном событии (Q_1) не достигает 7 (напомним, что ЛПР готово идти на риск, указанный на шаге А, и требует обеспечить возможность выигрыша, хотя бы равного 7);
- альтернатива X_2 (по той же причине).

Итак, после реализации всех процедур блокировки решений вместо исходной матрицы полезностей (табл. 3.1) получаем новую «урезанную» матрицу полезностей без решений X_1, X_2 и X_3 (см. табл. 3.3).

Табл. 3.3.
Урезанная матрица полезностей
(учет компенсации риска)

События Решения	Q_1	Q_2	Q_3	Q_4
X_4	3	9	2	6
X_5	7	1	5	3

Шаг Д: выбор оптимального решения. Применяя к полученной «урезанной» (после реализации процедур блокировки) матрице полезностей (табл. 3.3) *решающий* в рамках рассматриваемого примера *H*-критерий находим альтернативу X_4. Это и есть оптимальное решение применительно к *H(MM)*-критерию для указанной жёсткой позиции ЛПР к требованиям компенсации риска (т.е. за свою готовность рисковать в заданных допустимых пределах). При этом анализируемые альтернативы ранжируются (по убыванию предпочтений) следующим образом:

$$X_4, \quad X_5$$

(остальные альтернативы заблокированы для выбора с учетом отношения ЛПР к риску).

ПРИМЕР 3.2. В условиях предыдущего примера 3.1 дадим соответствующую иллюстрацию реализации *H(MM)* – критерия для случая *гибкой* позиции ЛПР к требуемой компенсации за риск. Для удобства изложения соответствующая матрица полезностей снова приводится в табл. 3.4.

Табл. 3.4.
Исходная матрица полезностей
(формат гибкой позиции)

	Q_1	Q_2	Q_3	Q_4
X_1	5	4	3	3
X_2	6	2	6	4
X_3	-3	6	2	12
X_4	3	9	2	6
X_5	7	1	5	3

Шаги А и Б: реализуются аналогично приведённым в примере 3.1 процедурам.

Шаги В и Г. Согласно гибкому подходу к требованиям по компенсации риска (рассматриваемому в этом примере) альтернативное решение X_i считается приемлемым только в следующем случае. А именно, - если максимально возможные потери дохода при наихудшем состоянии для этого решения, составляющие $z_{MM} - \min_j a_{ij}$ (в допустимом интервале, выбранном на шаге А), компенсируются соответственно не меньшим возможным выигрышем дохода (т.е. по крайней мере, равным $\max_j a_{ij} - a_{MAX}^{ОП}$) при наилучшем состоянии для X_i. Другими словами, альтернатива X_i не блокируется на этом шаге, если выполняется неравенство

$$z_{MM} - \min_j a_{ij} \leq \max_j a_{ij} - a_{MAX}^{ОП}$$

(при условии $z_{MM} - \min_j a_{ij} \leq \varepsilon_{ДОП}$).

Рассмотрим реализацию этого подхода последовательно к имеющимся альтернативам в исходной матрице полезностей.

1) Для альтернативы X_1 максимально возможные потери относительно параметра $z_{MM} = 3$ равны нулю. Соответственно требованиям ЛПР по компенсации таких потерь в рамках рассматриваемого гибкого подхода допускается и выигрыш, равный нулю. Поэтому эта альтернатива не блокируется на шаге Г.

2) Для альтернативы X_2 максимально возможные потери относительно параметра $Z_{MM} = 3$ составляют $z_{MM} - \min_j a_{ij} = 3 - 2 = 1$ (см. состояние Q_2). Соответственно допускается и выигрыш, не меньший, чем 1 (по отношению к $a_{MAX}^{ОП} = 5$). Такой выигрыш для альтернативы X_2 , как видно из матрицы полезностей, могут обеспечить состояния Q_1 и Q_3. Поэтому эта альтернатива не блокируются на шаге Г.

3) Для альтернативы X_3 анализ на соответствие требованиям компенсации риска не требуется, так как эта альтернатива уже заблокирована на шаге Б.

4) Для альтернативы X_4 имеем:

$$z_{MM} - \min_j a_{4j} = 3 - 2 = 1.$$

Соответствующий требуемый ЛПР выигрыш даёт для этой альтернативы состояние Q_2, так как

$$\max_j a_{4j} - a_{MAX}^{ОП} = 9 - 5 = 4 \qquad (4 > 1).$$

Эта альтернатива не блокируется на шаге Г.

5) Для альтернативы X_5 имеем:

$$z_{MM} - \min_j a_{5j} = 3 - 1 = 2.$$

Соответствующий требуемый для этой альтернативы выигрыш даёт состояние Q_1, так как

$$\max_j a_{5j} - a_{MAX}^{ОП} = 7 - 5 = 2 \quad (2 \geq 2).$$

Эта альтернатива также не блокируется на шаге Г.

Итак, после реализации процедур блокировки решений вместо исходной матрицы полезностей (табл. 3.4) получаем «урезанную» матрицу полезностей (без решения X_3) представленную в табл. 3.5.

Табл. 3.5.

Урезанная матрица полезностей
(формат гибкой позиции)

	Q_1	Q_2	Q_3	Q_4
X_1	5	4	3	3
X_2	6	2	6	4
X_4	3	9	2	6
X_5	7	1	5	3

Применяя к этой матрице, окончательно, решающий H – критерий находим оптимальное решение X_4. При этом анализируемые альтернативы ранжируются (по убыванию предпочтений) следующим образом:

$$X_4,\ X_2,\quad X_1 \text{ и } \ X_5$$

(остальные альтернативы заблокированы для выбора с учетом отношения ЛПР к риску).

В данном конкретном случае оптимальное решение при рассмотренном гибком подходе реализации требований ЛПР по возможностям компенсации допустимого риска в рамках составного *H(MM)* – критерия совпало с оптимальным решением этого же критерия (см. пример 3.1), но реализованного для жёсткого подхода к соответствующим требованиям по возможностям компенсации риска. Не следует думать, что такое совпадение будет иметь место всегда. Приведите сами пример ситуации, связанной с оптимизацией работы звена цепи поставок, когда соответствующие наилучшие решения (в рамках жесткого и гибкого походов для оптимизации решения в условиях неопределенности на основе составного критерия указанного типа) будут различаться.

3. Составные *X(S)* – критерии.

Здесь, также как и ранее, на позицию “***X***” ЛПР может выбрать в качестве решающего критерия любой из известных ему критериев принятия решений в условиях неопределенности. Позицию опорного критерия занимает, как видим, критерий Сэвиджа. Приведём в краткой форме некоторые уточнения для соответствующих шагов алгоритма реализации составных критериев такого типа применительно к задачам оптимизации решений в условиях неопределенности.

Шаги А и Б. В качестве опорного критерия здесь, как уже было отмечено, принимается *S*-критерий. Поэтому опорным будет решение указанного *S*-критерия, которое обеспечивает минимально возможное значение показателя z_S для самых «плохих» или самых больших потерь, которые могут реализоваться в рамках анализируемых решений. Напомним, что при этом потери (в рамках *S*-критерия) определяются относительно условного или утопического решения X_Y (так называемая утопическая точка), для которого координаты a_{Yj} в «поле полезностей» определяются равенствами

$$a_{Yj} = \max_i \{a_{ij}\}.$$

Конечный экономический результат, соответствующий такому утопическому решению можно реализовать только обладая информацией о том, какое именно из событий, влияющих на экономический результат, наступит. При этом соответствующая матрица рисков или потерь $L = (l_{ij})$, на основе которой реализуется выбор *S*-критерия, характеризует потери при *i*-ой альтернативе в случае *j*-го события:

$$l_{ij} = a_{Yj} - a_{ij}.$$

Таким образом, выбор в качестве опорного критерия соответствующего *S*-критерия показывает основную ориентацию ЛПР на величины указанных потерь для анализируемых альтернативных решений (относительного утопического решения X_Y). Соответственно и допустимые границы отклонения $\varepsilon_{ДОП} > 0$ (в худшую сторону) в рамках составных критериев указанного типа устанавливаются применительно к таким потерям относительно показателя z_S. Тем самым определяется и критический уровень $l_{кр}$ (допустимых значений для самых «плохих» потерь при самых неблагоприятных ситуациях):

$$l_{кр} = z_S + \varepsilon_{ДОП} \ .$$

При этом все альтернативы, для которых соответствующие самые «плохие» (то есть крупные) возможные потери превысят указанный критический уровень $l_{кр}$, будут заблокированы. Другими словами, альтернатива X_i блокируется из-за недопустимого риска потерь, если

$$\max_j (l_{ij}) - z_S > \varepsilon_{ДОП} \ .$$

Графическая интерпретация процедур блокировки (*n=2*). Иллюстрация процедур блокировки решений (из-за недопустимого риска потерь), реализуемых на основе составных критериев типа *X(S)*, приведена на рис. 3.3. Обратите внимание на то, что указанная иллюстрация дана именно применительно к полю рисков или потерь, а не применительно к полю полезностей.

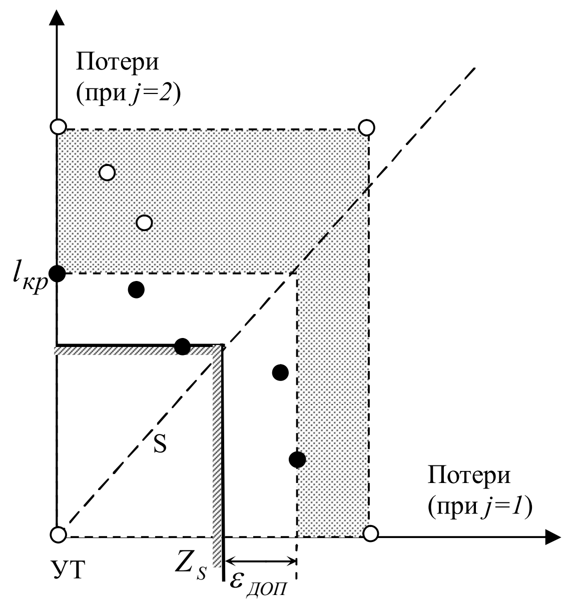
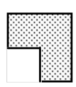


Рис. 3.3. Особенности «преобразования поля потерь» для составных *X(S)* – критериев при блокировке решений относительно допустимого риска.

Здесь:

- ○ **УТ** - утопическая точка (реализация без потерь);
- ○ **АУТ** - антиутопическая точка;
- ● ***S*** - выбор *S*-критерия (опорное решение);
- $\boldsymbol{Z_S}$ - показатель решающего *S*-критерия;
- $\boldsymbol{l_{КР}}$ - критический уровень допустимых потерь;
- ○ - блокируемые решения из-за превышения допустимого риска;



- область поля потерь для блокируемых решений из-за недопустимого риска;
- ● - решения, которые не будут заблокированы из-за недопустимого риска.

ЗАМЕЧАНИЕ. Представленную операцию блокировки (по недопустимому риску потерь) анализируемых альтернативных решений исходной матрицы полезностей, реализуемую на основе её преобразования в соответствующую матрицу рисков или потерь, можно формализовать и непосредственно в терминах исходной матрицы полезностей. Соответственно графическую иллюстрацию указанных процедур блокировки можно будет привести применительно к матрице полезностей.

А именно, обратите внимание на то, что решение X_i блокируется из-за недопустимого риска потерь, если выполнено условие

$$\max_j(\max_i\{a_{ij}\} - a_{ij}) - Z_S > \varepsilon_{ДОП}\,.$$

В поле полезностей это соответствует таким точкам решений, для которых их показатель *S*-критерия отличается от z_S более, чем на $\varepsilon_{ДОП}$.

Соответствующая графическая интерпретация (*n=2)* реализации таких процедур в поле полезностей представлена на рис. 3.4.

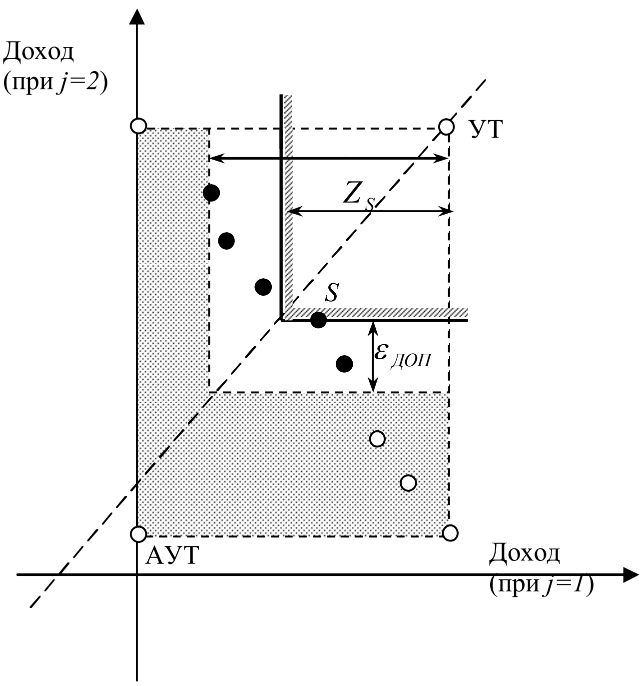
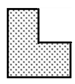


Рис. 3.4. Особенности «преобразования поля полезностей» для составных *X(S)* – критериев при блокировке решений относительно допустимого риска.

Здесь:

○ **УТ** - утопическая точка (реализация без потерь);
○ **АУТ** - антиутопическая точка;
● ***S*** - выбор *S*-критерия (опорное решение);
Z_S - показатель решающего *S*-критерия;
l_{KP} - критический уровень допустимых потерь;
○ - блокируемые решения из-за превышения допустимого риска;


- область поля потерь для блокируемых решений из-за недопустимого риска;

● - решения, которые не будут заблокированы из-за недопустимого риска.

Шаги В и Г. Требуемая компенсация за риск в рамках критериев рассматриваемого типа может быть представлена различными способами.

1. Например, в виде соответствующего приемлемого для ЛПР баланса между допускаемым им риском увеличения уровня или показателя максимально возможных потерь (при неблагоприятном состоянии) и открывающимися возможностями хотя бы при одном благоприятном состоянии снизить такие отклонения от условного утопического решения.

ЗАМЕЧАНИЕ. При этом придется отдельно оговаривать следующие ситуации. А именно, - случаи, когда для опорного (по *S*-критерию) решения в соответствующей матрице потерь имеются нулевые элементы (для каких-то состояний). Для таких ситуаций, например, ЛПР может потребовать, чтобы понятие приемлемого решения (в смысле требований по компенсации риска в сравнении с опорным решением) включало:

- такое же число благоприятных состояний, при которых потери равны нулю;
- указанный выше приемлемый баланс для остальных состояний.

2. Например, переходом к «урезанной» (после блокировок из-за недопустимого риска потерь) матрице полезностей, для которой и формулируются требования ЛПР к такому приемлемому для него балансу, но уже в терминах доходов, соответствующих оставшимся решениям (аналогично тому, как это было реализовано для рассмотренных ранее составных критериев).

ЗАМЕЧАНИЕ. Напомним, что в этом случае баланс между допускаемыми потерями дохода при неблагоприятных событиях и «открывающимися» возможностями хотя бы при одном благоприятном состоянии получить доход, превышающий показатель дохода для самого благоприятного исхода опорного решения, ЛПР задает с учетом своего отношения к риску потерь. Соответствующие процедуры могут быть формализованы и реализованы на основе такого же подхода, который был представлен для составных критериев типа *X(MM)*.

При любом из этих подходов можно учитывать также и соответствующую позицию ЛПР к требуемой компенсации за риск. Соответствующие графические иллюстрации рассмотрите самостоятельно.

В качестве иллюстрации особенностей реализации составных критериев типа *X(S)* рассмотрим следующий пример.

ПРИМЕР 3.3. Для удобства сравнения процедур реализации составных критериев типа *X(S)* и типа *X(MM)* снова вернемся к анализу условной ситуации с матрицей полезностей, представленной в табл. 3.6., аналогичной той, которая рассматривалась ранее в примере 3.1.

Таблица 3.6.

Матрица полезностей для примера 3.3

	Q_1	Q_2	Q_3	Q_4
X_1	5	4	3	3
X_2	6	2	6	4
X_3	-3	6	2	12
X_4	3	9	2	6
X_5	7	1	5	6

Анализ такой ситуации проведем на основе составного *H(S)*-критерия. Поскольку в качестве опорного критерия здесь ЛПР принимает *S*-критерий, то для нахождения опорного решения перейдем к соответствующей матрице рисков или потерь (Сэвиджа), - см. табл. 3.7.

Таблица 3.7.

Матрица потерь для примера 3.3

	Q_1	Q_2	Q_3	Q_4	Показатель *S*-критерия
X_1	2	5	3	9	9
X_2	1	7	0	8	8
X_3	10	3	4	0	10
X_4	4	0	4	6	**6**
X_5	0	8	1	9	9

Легко видеть, что опорным решением в рамках рассматриваемого примера будет X_4 (его показатель *S*-критерия – наилучший, причем равен 6 и выделен в матрице жирным шрифтом). Соответственно для последующих расчетов в рамках требуемых процедур этого критерия полагаем $\boldsymbol{Z_S}$ = 6.

Шаг А: формализация допустимого риска. Пусть для конкретного ЛПР уже выбрано значение $\varepsilon_{ДОП} = 2$ (как и в примере 3.1). Зная опорное решение X_4, находим соответствующий критический уровень потерь, который в данном случае составит

$$\ell_{КР} = Z_S + \varepsilon_{ДОП} = 6 + 2 = 8.$$

Шаг Б: блокировка недопустимых рисков. Блокируем все решения, для которых в матрице потерь Сэвиджа соответствующие самые «плохие» или самые крупные потери (по возможным «внешним» состояниям, влияющим на конечный экономический результат) превышают найденный критический уровень. А именно: в данном случае блокируются альтернативы X_1, X_3 и X_5.

Заметим, что, сравнивая результат этого шага с результатом аналогичного шага, но применительно к составному критерию *H(MM)*, когда опорным был *ММ*-критерий (пример 3.1), видим следующее. При том же значении допустимого отклонения ($\varepsilon_{ДОП}$ = 2) в данном случае остается всего два решения (альтернативы X_2 и X_4), а не четыре, как было в примере 3.1.

Шаг В: формализация требований компенсации за риск. Прежде всего, отметим, что после реализации предыдущего шага в рамках соответствующего анализа заданных альтернатив остается исправленная матрица потерь с двумя альтернативами, представленная ниже в табл. 3.8.

Таблица 3.8.

Исправленная матрица потерь
(требования допустимого риска)

	Q_1	Q_2	Q_3	Q_4
X_2	1	7	0	8
X_4	4	0	4	6

Для опорного решения (X_4) в самом благоприятном состоянии (θ_2) потери могут оказаться равными нулю. Поэтому ожидать улучшения такого показателя невозможно. При этом оставшееся для анализа альтернативное решение (X_2) также при самом благоприятном для себя состоянии (θ_3) может дать потери, равные нулю. Поэтому сравним оставшееся в матрице потерь альтернативное решение X_2 с опорным решением X_4 по состояниям θ_1 и θ_4. Допускаемый риск увеличения максимально возможных потерь с 6 до 8 (состояние θ_4) компенсируется «открывающимися» возможностями снижения его с 4 до 1 (состояние θ_1). Далее, для конкретного ЛПР такой баланс считаем приемлемым.

Шаг Г: блокировка из-за недостаточной компенсации риска. Согласно предыдущему шагу альтернатива X_2 не блокируется. Таким образом, после всех процедур блокировки решений для анализа остаются альтернативные решения X_2 и X_4.

Шаг Д: нахождение оптимального решения. Напомним, что в качестве решающего правила (для рассматриваемого *H(S)*-критерия) выбрана оптимистическая позиция именно классического *H*-критерия. Поэтому для удобства дальнейшего изложения перейдем именно к *матрице полезностей*. Соответствующая задача выбора есть задача нахождения оптимального решения по *H*-критерию для оставшейся «урезанной» матрицы полезностей, которая приведена в табл. 3.9. (Для сравнения обратитесь к соответствующим оставшимся «урезанным» матрицам полезностей в примерах 3.1 и 3.2).

Таблица 3.9.

«Урезанная» матрица полезностей для выбора оптимального решения

	Q_1	Q_2	Q_3	Q_4	Оптимистический показатель
X_2	6	2	6	4	6
X_4	3	9	2	6	**9**

В дополнительном столбце приведенной *«урезанной» матрицы полезностей* представлены показатели критерия оптимизма. Применяя к этой матрице полезностей в качестве решающего *H*-критерий, выбираем альтернативное решение X_4: его показатель – наилучший по *H*-критерию (он равен 9 и выделен жирным шрифтом в соответствующем столбце матрицы полезностей). Это - оптимальное решение в рамках рассматриваемого *H(S)*-критерия применительно к указанным требованиям ЛПР к допустимому риску и требованиям компенсации за риск. При этом анализируемые альтернативы ранжируются (по убыванию предпочтений) следующим образом:

$$X_4, \quad X_2$$

(остальные альтернативы заблокированы для выбора с учетом отношения ЛПР к риску).

4. Иллюстрации и приложения к задаче выбора способа поставки товара (продолжение в формате составных критериев)

Продолжим иллюстрации в рамках задачи, которая рассматривалась в главах 1 и 2. В этой главе соответствующие иллюстрации приведены применительно к *составным критериям* принятия решений в условиях неопределенности. Напомним, что анализируется следующая упрощенная модель задачи выбора способа доставки товара. Некоторая фирма, которая располагает свободным капиталом в объеме 800 000$, анализирует возможность участия в следующей сделке или проекте.

Определенная партия товара (объем партии не подлежит изменению) может быть куплена за 500 000$ и оптово продана за 560 000$. Неопределенность экономического результата связана только с необходимостью доставки товара.

Анализируются следующие способы доставки:

2. ***Авиатранспорт***: стоимость составляет 22 000$, включая страховку по цене приобретения (вероятность авиакатастрофы, по мнению ЛПР, составляет 0,001, но доверия к этому показателю нет, т.е. необходимо реализовать процедуры оптимизации решения в условиях неопределенности);
4. ***Автотранспорт:*** стоимость составляет 8 000$, неопределенность обусловлена только возможностью ограбления (вероятность нападения с целью ограбления, по мнению ЛПР, составляет 0,1, но, как и в предыдущем случае, доверия к этому показателю нет, т.е. необходимо реализовать процедуры оптимизации решения в условиях неопределенности).

Имеются следующие дополнительные возможности на рынке услуг, которые требуется учесть в рамках анализируемой модели задачи принятия решений.

1. ***Объявить страховку.*** Известно, что соотношение страхового возмещения к цене страхового полиса составляет 40:1. Предлагается рассмотреть только два варианта объявления страховки: по цене приобретения и по цене реализации.
2. ***Нанять охрану.*** Стоимость составляет 7 000$. Известно, что в 10% случаях наличие охраны не помогает (доверия к этому показателю также нет). Кроме того, ЛПР не будет использовать охрану, если оформляется страховой контракт.

Известно, что депозитная ставка на период реализации проекта составляет 2%.

ТРЕБУЕТСЯ: в условиях недоверия к представленным статистическим данным выполнить указанные ниже этапы анализа альтернативных решений, применив методы принятия решений в условиях неопределённости.

- Формализовать постановку задачи, составив перечень всех возможных ситуаций, влияющих на экономический результат; перечень анализируемых альтернативных решений; построить матрицы полезности и потерь;
- Найти наилучшее решение применительно к случаям использования *составных критериев* принятия решений в условиях неопределённости.

РЕШЕНИЕ

Ранее в гл.1 и гл. 2 эта задача уже была формализована как задача принятия решения в условиях неопределенности. А именно:

4) составлена полная группа из шести случайных событий $\theta_1, \theta_2, \ldots, \theta_6$, влияющих на конечный экономический результат и не зависящих от ЛПР;
5) представлены шесть анализируемых ЛПР решений – $X_0, \mathrm{X}_1, \ldots, \mathrm{X}_5$;
6) выписана соответствующая матрица полезностей (ниже она снова приведена в тыс. у.е.) –

	Q_1	Q_2	Q_3	Q_4	Q_5	Q_6
X_0	816.00	816.00	816.00	816.00	816.00	816.00
X_1	843.56	843.56	843.56	783.56	783.56	783.56
X_2	857.84	297.84	297.84	857.84	297.84	297.84
X_3	845.09	785.09	785.09	845.09	785.09	785.09
X_4	843.56	843.56	843.56	843.56	843.56	843.56
X_5	850.70	850.70	290.70	850.70	850.70	290.70

Содержательный аспект анализа для соответствующих случайных событий и анализируемых решений был уже представлен в гл.1. Поэтому сразу же приступим к нахождению оптимального решения на основе использования составных критериев принятия решений в условиях неопределенности.

Оптимальный выбор по составному HW(MM)-критерию. Здесь решающим является критерий Гурвица, а опорным – *ММ*-критерий. Легко видеть, что результирующий показатель опорного *ММ*-критерия в рамках этой задачи принятия решения в условиях неопределенности равен Z_{MM} = 843.56 (тыс. у.е.). Пусть в условиях этого примера ЛПР согласно с тем, чтобы доход мог отклониться (в худшую сторону) не более, чем на $\varepsilon_{ДОП}$ = 30 (тыс. у.е.). Разумеется, такая позиция ЛПР будет предполагать возможность компенсации указанного риска, что отразится на структуре матрицы полезностей после реализации необходимых процедур блокировки решений. А именно, соответствующий критический уровень l_{KP} в данном случае составит

$$l_{KP} = Z_{MM} - \varepsilon_{ДОП} = 843.56 - 30 = 813.56 \text{ (тыс. у.е.)}.$$

Все альтернативные решения, которые хотя бы при одном из событий полной группы дают меньший доход, чем указанный применительно к этому критическому уровню, должны быть заблокированы. Нетрудно видеть, что после реализации процедур блокировки по допустимому риску останутся только две альтернативы. Соответствующая «урезанная» матрица полезностей имеет вид:

	Q_1	Q_2	Q_3	Q_4	Q_5	Q_6
X_0	816.00	816.00	816.00	816.00	816.00	816.00
X_4	843.56	843.56	843.56	843.56	843.56	843.56

Альтернатива X_0 будет далее заблокирована при реализации процедур блокировки в рамках требований ЛПР компенсации за риск. Более того, она очевидно является доминируемой по отношению к альтернативе X_4. Соответственно в «урезанной» матрице полезностей после всех процедур окончательно останется только одно альтернативное решение (альтернатива X_4 : «вступить в сделку, а груз доставлять автотранспортом, объявив страховку по цене реализации»). Эта альтернатива и будет выбрана в качестве оптимального решения по *HW(MM)*-критерию при любом значении весового коэффициента «*c*».

Оптимальный выбор по составному $HW_{mod(S)}(S)$- критерию. Здесь решающим является модифицированный критерий Гурвица («привязанный» к матрице потерь Сэвиджа). Опорным является *S*-критерий (также соотносимый с указанной матрицей потерь).

Соответствующие процедуры выбора будут представлены ниже. Поскольку опорным критерием является критерий Сэвиджа, то сначала по заданной матрице полезностей $A = (a_{ij})$ надо построить соответствующую матрицу потерь. Напомним, что в нашем примере координаты утопической точки для заданной матрицы полезностей - следующие:

События	Q_1	Q_2	Q_3	Q_4	Q_5	Q_6
УТ	857.840	850.700	843.560	857.840	850.700	843.560

При этом матрица потерь (Сэвиджа) имеет вид:

	Q_1	Q_2	Q_3	Q_4	Q_5	Q_6	Показатель S-критерия
X_0	41.840	34.700	27.560	41.840	34.700	27.560	41.840
X_1	14.280	7.140	0	74.280	67.140	60.000	74.280
X_2	0	552.860	545.720	0	552.860	545.720	552.860
X_3	12.750	65.610	58.470	12.750	65.610	58.470	65.610
X_4	14.280	7.140	0	14.280	7.140	0	**14.280**
X_5	7.140	0	552.860	7.140	0	552.860	552.860

В дополнительном столбце приведены показатели *S*-критерия.

Результирующий показатель опорного *S*-критерия равен Z_S = 14.28 (тыс. у.е., причем он выделен в дополнительном столбце матрицы). Пусть в рамках этого примера, как и для предыдущего случая, ЛПР согласно с тем, чтобы потери могли отклониться (в худшую сторону) не более, чем на $\varepsilon_{ДОП}$ = 30 (тыс. у.е.).

Разумеется, такая позиция ЛПР будет предполагать возможность компенсации указанного риска, что потребует реализации процедур блокировки альтернативных решений в матрице потерь. Соответствующий критический уровень l_{KP} в данном случае составит $l_{KP} = Z_S + \varepsilon_{ДОП} = 14.28 + 30 = 44.28$ (тыс. у.е.). Все альтернативы, которые хотя бы при одном из событий полной группы дают большие потери, должны быть заблокированы. После блокировки по допустимому риску останутся, как и в рамках предыдущей модели, только два решения:

	Q_1	Q_2	Q_3	Q_4	Q_5	Q_6	Показатель S-критерия
X_0	41.840	34.700	27.560	41.840	34.700	27.560	41.840
X_4	14.280	7.140	0	14.280	7.140	0	14.280

И в этой ситуации альтернатива X_0 будет далее заблокирована при реализации процедур блокировки в рамках требований ЛПР к компенсации за риск. Более того, и в этой ситуации она очевидно является доминируемой по отношению к альтернативе X_4. Соответственно в «урезанной» матрице полезностей окончательно останется только одно из анализируемых альтернативных решений (альтернатива X_4: «вступить в сделку, а груз доставлять автотранспортом, объявив страховку по цене реализации»). Оно и будет выбрано в рамках представленного $HW_{mod(S)}(S)$- критерия при любом значении весового коэффициента «*c*».

ЗАМЕЧАНИЕ. Как видим, и в случае опорного *ММ*-критерия и в случае опорного *S*-критерия структура рассматриваемой задачи оптимального выбора в условиях неопределенности на основе составных критериев приводит к следующему. Указанные ЛПР возможности допустимого риска при $\varepsilon_{ДОП} = 30$ (тыс. у.е.) и соответствующие требования к компенсации риска оставляют в рамках анализа только два альтернативных решения. При этом одно из них (X_4) оказывается доминирующим. Следовательно любой решающий критерий выберет после реализации указанных процедур блокировки именно альтернативу X_4. Нетрудно видеть, что увеличение / уменьшение показателя допустимого риска $\varepsilon_{ДОП}$ не изменяет указанную ситуацию в рамках этой задачи. Таким образом, иллюстрации на основе других составных критериев в рамках этого примера можно опустить: они также выберут именно альтернативу X_4. Разумеется, в данном случае это обусловлено именно структурой рассмотренного примера. Представленные в части II другие приложения позволят дать соответствующую иллюстрацию.

ВОПРОСЫ (к главе 3)

3.1. Критерии какого типа относятся к составным критериям принятия решений в условиях неопределённости? В частности, отметьте и уточните следующие их атрибуты:

- опорный критерий;
- баланс между допустимым риском и компенсацией за риск;
- решающий критерий.

3.2. Каким образом в рамках составных критериев типа *X(MM)* задается допустимый для ЛПР риск? В частности, дайте определение для следующих понятий:

- опорное решение;
- опорное значение (гарантированного дохода);
- допустимое отклонение дохода (в худшую сторону);
- критический уровень дохода.

3.3. Каким образом в рамках составных критериев типа *X(ММ)* организован учет и обеспечение требований ЛПР по допустимому риску? В частности, отметьте:

- особенность реализации соответствующей процедуры блокировки решений (в исходной матрице полезностей), не удовлетворяющих требованию ЛПР по допустимому риску;
- приведите графическую интерпретацию для такой операции блокировки решений (по допустимому риску) применительно к полю полезностей для соответствующей задачи принятия решений в условиях неопределённости.

3.4. Каким образом в рамках составных критериев типа *X(ММ)* задается отношение ЛПР к требуемой компенсации за риск. В частности, дайте определение следующих понятий:

- жесткая позиция ЛПР к требуемой компенсации за риск;
- гибкая позиция ЛПР к требуемой компенсации за риск;
- баланс между риском (в допустимых пределах, указанных ЛПР) и соответствующей требуемой компенсацией (с учетом оговоренной позиции ЛПР).

3.5. Приведите атрибуты соответствующей жесткой позиции ЛПР к требуемой компенсации за риск. В частности, формализуйте следующие понятия:

- множество согласия;
- выигрышное множество (с учетом соответствующей позиции ЛПР);
- множество блокируемых альтернативных решений;
- множество не блокируемых решений.

3.6. Приведите атрибуты соответствующей гибкой позиции ЛПР к требуемой компенсации за риск. В частности, формализуйте следующие понятия:

- множество согласия;
- выигрышное множество (с учетом соответствующей позиции ЛПР);
- множество блокируемых альтернативных решений;
- множество не блокируемых решений.

3.7. Каким образом в рамках составных критериев типа *X(ММ)* обеспечиваются требованиям ЛПР к соответствующей компенсации за риск? В частности, приведите графическую интерпретацию соответствующих процедур блокировки решений (в поле полезности) для разных позиций ЛПР к требуемой компенсации за риск.

3.8. Каким образом в рамках составных критериев типа *X(S)* организован учет и обеспечение требований ЛПР по допустимому риску? В частности, отметьте:

- особенности организации соответствующих процедур блокировки альтернативных решений (в исходной матрице потерь), не удовлетворяющих требованиям по допустимому риску;
- формальное определение понятия допустимого риска и критического уровня применительно к опорному значению показателя потерь Z_S;
- приведите графическую интерпретацию для такой операции блокировки решений (по допустимому риску) применительно к полю потерь и применительно к полю полезностей для соответствующей задачи принятия решений в условиях неопределённости.

3.9. Каким образом, в рамках составных критериев типа *X(S)* можно представлять и обеспечивать требования, предъявляемые к соответствующей компенсации за риск? В частности, приведите графическую интерпретацию для реализации соответствующих процедур блокировки решений (как применительно к полю потерь, так и применительно к полю полезностей в пространстве доходов) с учетом различных позиций ЛПР к требуемой компенсации за риск.

3.10. Представьте в виде алгоритма соответствующие процедуры реализации составных критериев при нахождении оптимального решения в условиях неопределённости.

Раздел II. СПЕЦИАЛЬНЫЕ МОДИФИКАЦИИ КРИТЕРИЕВ ОПТИМИЗАЦИИ РЕШЕНИЙ В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ

Нет сомнений в том, что вопросы оптимизации решений в условиях неопределенности для систем логистики и в задачах управления цепями поставок все еще требуют серьезной проработки. В частности, к ним относятся и задачи оптимизации систем управления запасами. Существующие в литературе на сегодняшний день критерии оптимизации в условиях неопределенности не позволяют менеджеру учитывать весьма важный атрибут анализа систем управления запасами, обусловливаемый некоторыми аномальными феноменами при выборе наилучшего решения. Речь идет о следующей специфике указанных процедур оптимизации. Выбор определенных анализируемых альтернатив (в качестве оптимальных) может быть априори заблокирован, несмотря на то, что такие альтернативы могут представлять несомненный интерес для лица, принимающего решения. В частности, в последующих главах этой части книги будет показано, что такие аномальные и нежелательные для лица, принимающего решения, ситуации блокировок альтернативных решений (не допускающих выбор соответствующих решений в качестве оптимальных) имеют место, когда при оптимизации системы управления запасами анализируются стратегии диверсификации годовых объемов поставок между поставщиками. Указанные стратегии могут быть, априори, интересны лицу, принимающему решения, поскольку позволяют снизить / диверсифицировать риски срыва поставок. Понятно, что указанные аномальные блокировки выбора для указанных типов стратегий ставят менеджера по логистике в исключительно неудобное положение. Чтобы предусмотреть указанную особенность при выборе наилучшего альтернативного варианта организации системы управления запасами, менеджеру потребуются новые подходы к решению таких задач.

В частности, реализация таких оптимизационных моделей применительно к реальным и конкретным системам управления запасами потребует:

- *специальных разработок, связанных с необходимостью формализации причин, из-за которых могут возникнуть указанные проблемные ситуации;*
- *дополнительных усилий менеджера, связанных с необходимостью формализации специальных процедур в рамках соответствующих алгоритмов оптимизации, которые помогут устранить указанные выше аномальные «блокировки» для анализируемых альтернативных решений применительно к системам управления запасами;*
- *специальных разработок, связанных с необходимостью модификации соответствующих, используемых при оптимизации, критериев, для определения наилучших решений в условиях неопределенности, применительно к указанной специфике задачи.*

Методы теории принятия решений в условиях неопределенности позволяют менеджеру по логистике находить сегодня правильные ответы на указанные вопросы. Соответственно, они помогут менеджеру отыскать наилучшие решения в рамках задач указанного типа, причем с адаптацией к предпочтениям ЛПР. Конкретные подходы и методы, как раз, и представлены в этом разделе.

Глава 4. МОДИФИКАЦИИ КРИТЕРИЕВ ОПТИМИЗАЦИИ В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЁННОСТИ, ОБУСЛОВЛИВАЕМЫЕ ТРЕБОВАНИЯМИ «ПРИВЯЗКИ» ВЫБОРА К УТОПИЧЕСКОЙ ТОЧКЕ. ОСОБЕННОСТИ ИХ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ В СИСТЕМАХ ЛОГИСТИКИ

В этой главе в краткой форме рассмотрены некоторые модификации ряда традиционно используемых критериев принятия решений при оптимизации систем логистики в условиях неопределенности. Соответствующие модификации позволят менеджеру более эффективно использовать формат поля полезностей: смещать семейство линий уровня критериев, таким образом, чтобы «нацелить» их именно на утопическую точку поля полезностей. Кроме того, здесь представлен специальный критерий, который априори ориентирован на выбор решения, ближайшего к утопической точке поля полезностей. В частности, будут представлены:

- специальные модификации критерия Гурвица;
- специальные модификации критерия произведений;
- специальные модификации критерия Гермейера;
- специальный критерий идеальной точки.

Указанные модификации используют специальные технологии, методы и приемы, чтобы позволить ЛПР более эффективно адаптировать линии уровня критериев применительно к особенностям своего бизнеса, специфике решаемой задачи оптимизации и имеющимся собственным предпочтениям при сравнении альтернатив в условиях неопределенности. В частности, как уже подчеркивалось, они позволят соотносить процедуры выбора оптимального решения с требованием ЛПР «нацелить» такой выбор на соответствующую утопическую точку поля полезностей.

Еще раз подчеркнем, что сегодня любой менеджер должен свободно владеть соответствующими технологиями модификации, чтобы обеспечить такой выбор альтернативного решения в условиях неопределенности, который действительно будет наилучшим образом соответствовать предпочтениям и требованиям ЛПР.

1. Модифицированный критерий Гурвица применительно к матрице потерь Сэвиджа *($HW_{mod(S)}$ - критерий)*

Рассматриваемая здесь модификация критерия Гурвица (как и непосредственно сам *HW*-критерий, представленный ранее в главе 2) опять характеризуется *взвешенной позицией* “пессимизма-оптимизма”, которая позволяет задавать соответствующее отношение ЛПР к неопределённости экономического результата. Но в рамках представленного здесь модифицированного подхода (называемого нами далее $HW_{mod(S)}$-критерием) при сравнении альтернатив за основу принимаются не возможные их конечные экономические результаты дохода / прибыли, а соответствующие потери дохода применительно к случайным реализациям событий, не зависящим от ЛПР:

а) самые неблагоприятные;

б) самые благоприятные.

Эти “крайние” (самый благоприятный и самый неблагоприятный) результаты для потерь дохода также учитываются с определёнными “весами”, выбираемыми непосредственно ЛПР. Другими словами, при этом критерии ЛПР “взвешивает” оценки, которые в рамках данной модификации критерия соответствуют двум “крайним” подходам к принятию решений по матрице потерь. А именно, -

А) подходу, соответствующему крайней пессимистической или осторожной позиции, который используется в критерии Сэвиджа (S-критерий);

Б) подходу, соответствующему позиции “крайнего” оптимизма, но реализованного с учетом того, что соответствующие процедуры относятся к матрице потерь, а не матрице полезностей.

Выбирается решение, применительно к которому такая “взвешенная” оценка будет наиболее приемлемой: в данном случае – наименьшей, т.к. оценка относится к потерям дохода / прибыли.
Формальные процедуры выбора решения - следующие. При указанном подходе к нахождению наилучшего решения в условиях неопределенности удобно для матрицы полезностей вводить три дополнительных столбца. А именно:

1. первый – для оценок по S-критерию (напомним, что они определяются как самые плохие оценки, т.е. как возможные наибольшие потери дохода / прибыли при соответствующем решении);
2. второй – для оценок в соответствии с крайней оптимистической позицией (его элементы определяются как самые хорошие, т.е. как возможные наименьшие потери дохода / прибыли при соответствующем решении);
3. третий – для результирующих "взвешенных" оценок с учетом выбранных ЛПР «весов» применительно к первым двум из указанных выше типов оценок (его элементы – средневзвешенные показатели предыдущих дополнительных столбцов).

Затем из всех элементов такого дополнительного третьего дополнительного столбца находится самый лучший (в данном случае это - наименьший, т.к. анализируются потери дохода). По этому элементу и определяют оптимальное решение: им будет решение соответствующей строки матрицы полезностей.

Соответственно, в рамках такого подхода функция, задающая семейство "линий уровня" определяется равенством

$$f(u;v;...;z) = c \cdot \max\{a_{У1} - u; a_{У2} - v;...;a_{Уn} - z\} + (1-c) \cdot \min\{a_{У1} - u; a_{У2} - v;...;a_{Уn} - z\}$$

где

- $c\ (0 \le c \le 1)$ - "вес", с которым учитывается оценка осторожной или пессимистической позиции, которая идентична используемой в рамках соответствующего S-критерия;
- $(1-c)$ - "вес", с которым учитывается оценка оптимистической позиции.

Применительно к обозначениям, принятым ранее для матрицы полезностей, задача нахождения наилучшего решения при сравнении альтернатив в условиях неопределённости формализуется как следующая задача оптимизации.

Пусть

i – вариант возможного решения ЛПР $(i = 1,2,...,m)$;

j – вариант возможной ситуации $(j = 1,2,...,n)$;

a_{ij} – доход ЛПР, если будет принято решение X_i, причем ситуация сложится именно j-ая (т.е. в соответствии с событием θ_j);

$A = (a_{ij})$ – матрица полезностей;

$L = (l_{ij})$ – соответствующая матрица потерь или рисков, где

$l_{ij} = \max_i\{a_{ij}\} - a_{ij}$ - соответствующие потери, если будет принято решение X_i, причем ситуация сложится в соответствии с событием θ_j.

Тогда целевая функция рассматриваемого здесь $HW_{mod(S)}$ - критерия может быть представлена следующим образом:

$$Z_{HW_{\text{mod}(S)}} = \min_i\{K_i\}$$

где

$$K_i = c \cdot \max_j\{l_{ij}\} + (1-c) \cdot \min_j\{l_{ij}\}$$

l_{ij} – элементы матрицы потерь (Сэвиджа),
c - соответствующий "весовой" коэффициент,
принимающий значения $c \in [0;1]$, причем
выбор коэффициента c реализует ЛПР.

Процедуры оптимизации решения в рамках такого модифицированного $HW_{mod(S)}$-критерия, вполне аналогичны соответствующим процедурам, которые реализуются непосредственно в рамках критерия Гурвица, но только здесь они реализуются применительно к элементам матрицы потерь (Сэвиджа), а не для элементов матрицы полезностей. При этом надо учитывать, что меняется «направление» оптимизации целевой функции, т.к. при переходе к матрице Сэвиджа анализируются уже не показатели возможных доходов при конкретных решениях ЛПР и конкретных случайных событиях из полной группы таких событий, а показатели соответствующих потерь доходов.

ЗАМЕЧАНИЕ. Обратим внимание на следующее. Чем ближе к 1 выбирается значение соответствующего “весового” коэффициента *«c»*, тем более осторожным или пессимистическим будет выбор ЛПР применительно к заданному множеству анализируемых альтернативных решений. При этом подчеркнем, что в предельном случае, когда $c = 1$, указанный модифицированный критерий Гурвица $HW_{mod(S)}$ просто превращается в критерий Сэвиджа. Кроме того, чем ближе к 0 выбирается значение соответствующего “весового” коэффициента *«c»*, тем более оптимистическим или рискованным будет выбор ЛПР применительно к заданному множеству анализируемых альтернативных решений. Соответственно в предельном случае при $c = 0$ выбор указанного модифицированного критерия Гурвица включает выбор представленного в первой главе критерия оптимизма.

Графическая интерпретация и линии уровня критерия (*n* = 2).

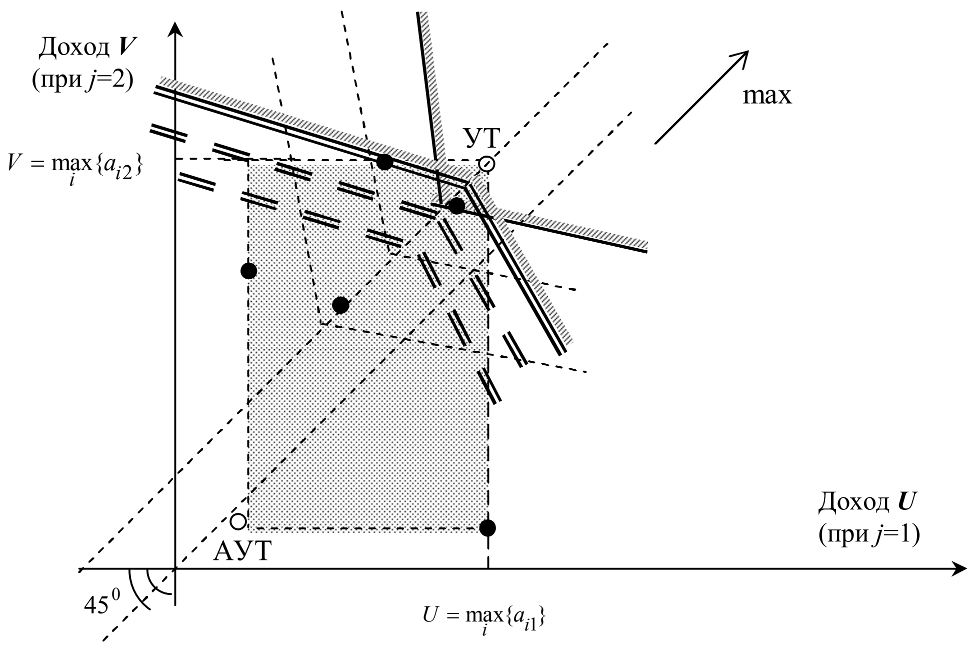


Рис. 4.1. Линии уровней для $HW_{mod(S)}$ критерия:

● - точки возможных решений ЛПР;

○ УТ - утопическая точка;

○ АУТ - антиутопическая точка;

- область поля полезностей;

↗ max - направление предпочтений;

- линия уровня $HW_{mod(S)}$ - критерия $(c = 3/4)$;

- линия уровня $HW_{mod(S)}$ -критерия $(c = 1/4)$

Аппарат линий уровня $HW_{mod(S)}$ -критерия в ситуации $n = 2$, приведен на рис. 4.1. Как видим, он представляет собой семейство линий, каждая из которых составлена из двух отрезков прямых. Эти отрезки соединены углом на линии, параллельной биссектрисе первого координатного угла, но проходящей именно через утопическую точку поля полезностей. Как и в ситуации, когда рассматривался непосредственно *HW*-критерий, они либо «загнуты» под одинаковым углом к границе конуса предпочтения (случай, когда ЛПР выбирает значение $0{,}5 < c < 1$), либо «загнуты» под одинаковым углом к границе антиконуса (случай, когда ЛПР выбирает значение $0 < c < 0{,}5$).

Таким образом, решение задачи нахождения оптимального решения на основе $\mathrm{HW}_{\mathrm{mod(S)}}$ -критерия в ситуации $\boldsymbol{n} = \mathbf{2}$ имеет следующую графическую интерпретацию. Пусть вдоль направляющей линии, проходящей через утопическую точку поля полезностей, причем параллельно биссектрисе первого координатного угла, передвигается специальный инструмент. Этот инструмент представляет собой угол, вершина которого лежит на указанной линии, а стороны идут под одинаковым углом к границе соответствующего конуса предпочтений. При этом движение осуществляется в направлении уменьшения показателя «К» (имеется ввиду направление к утопической точке). Тогда последняя при таком движении точка в поле полезностей (из анализируемых), которую «захватит» этот инструмент при указанном движении, как раз и будет соответствовать выбору $HW_{mod(S)}$-критерия. Это иллюстрирует рис. 4.1.

Дайте самостоятельно соответствующую графическую интерпретацию применительно к ситуации $\boldsymbol{n} = \mathbf{3}$, когда при формализации полной группы случайных событий для задачи принятия решения в условиях неопределенности на основе $HW_{mod(S)}$-критерия будет выделено три таких события.

Иллюстрацию процедур метода рассмотрим на условном примере, который уже был использован ранее в главах 1 и 2.

ПРИМЕР 4.1. Для удобства изложения повторим исходные данные в рамках этого примера. А именно, после формализации задачи принятия решений выделено множество $\{\theta_j, j = \overline{1,4}\}$ из 4-х случайных событий. Кроме того, анализируются 5 альтернативных решений $\{X_i, i = \overline{1,5}\}$, из которых требуется выбрать наилучшее. При этом соответствующая матрица полезностей имеет вид:

Решения	Доходы при событиях:			
	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4
X_1	5	4	3	3
X_2	6	2	6	4
X_3	-3	6	2	12
X_4	3	9	1	5
X_5	7	1	5	3

Найдем наилучшее решение по $HW_{mod(S)}$ -критерию применительно к ситуации, когда ЛПР (как и в примере 2.1) для параметра «c» выбирает значение $c = 0{,}4$. Такой выбор, напомним, может быть обусловлен тем, что ЛПР доверяет показателю крайне осторожной пессимистической позиции на 40%, а показателю крайней оптимистической позиции – на 60%. Для нахождения оптимального решения по указанному критерию предварительно переходим к матрице потерь (Сэвиджа):

Решения	Потери при событиях:			
	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4
X_1	2	5	3	9
X_2	1	7	0	8
X_3	10	3	4	0
X_4	4	0	5	7
X_5	0	8	1	9

Далее дополним матрицу потерь тремя столбцами. В первом представим показатель, который соответствует крайней пессимистической позиции. Во втором – показатель, который соответствует позиции крайнего оптимизма. В третьем – искомый показатель (K_i) для $HW_{mod(S)}$ -критерия при заданном значении «весового» коэффициента $c = 0{,}4$. Соответствующие процедуры представлены ниже:

Решения	Потери при событиях:				Позиция пессимизма	Позиция оптимизма	Показатель $HW_{mod(S)}$ критерия (K_i)
	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4			
X_1	2	5	3	9	9	2	$0,4\cdot 9+0,6\cdot 2=4,8$
X_2	1	7	0	8	8	0	$0,4\cdot 8+0,6\cdot 0=3,2$
X_3	10	3	4	0	10	0	$0,4\cdot 10+0,6\cdot 0=4,0$
X_4	4	0	5	7	7	0	**$0,4\cdot 7+0,6\cdot 0=2,8$**
X_5	0	8	1	9	9	0	$0,4\cdot 9+0,6\cdot 0=3,6$

Как видим, самый лучший (для данного критерия - наименьший) показатель $HW_{mod(S)}$ -критерия в нашем примере соответствует решению X_4 (он составляет $0,4\cdot 7+0,6\cdot 0=2,8$ и выделен в дополнительном столбце матрицы). Таким образом, наилучшим решением по $HW_{mod(S)}$-критерию применительно к рассматриваемой ситуации, когда ЛПР для параметра «c» выбирает значение $c = 0,4$, является решение X_4. Естественно, при других значениях «весового» коэффициента c выбор, вообще говоря, будет другим. В частности, убедитесь самостоятельно в том, что

- при $c = 1$ будет выбрано решение X_4;
- при $c = 0$ будет выбрано одно из решений X_2 - X_5 (любое из них, поскольку в рамках этого критерия для рассматриваемого ЛПР они эквивалентны между собой;
- при $c = 0,5$ будет выбрано решение X_4; и т.д.

Обратите внимание на специфику ранжирования альтернатив по этому критерию:

$$X_4,\quad X_2,\quad X_5,\quad X_3,\quad X_1.$$

Такое ранжирование не совпадает ни с одним из полученных ранее (в формате этой задачи) для рассмотренных критериев принятия решений в условиях неопределенности.

Кстати, обратите внимание на специфические особенности выбора по $HW_{mod(S)}$ –критерию (по сравнению с выбором HW-критерия в примере 2.1) и ранжирования альтернатив. Эти особенности обусловливаются тем, что направляющая для линий уровня критерия теперь оказалась сдвинутой таким образом, чтобы быть «нацеленной» на утопическую точку соответствующего поля полезностей. Соответственно отметьте, что и выбор должен оказаться более близким к такой точке.

2. Модификация *HW* критерия: привязка к утопической точке ($HW_{mod(УТ)}$ -критерий)

Напомним, что в рамках процедур критерия Гурвица сдвинуть направляющую для семейства линий в поле полезностей, чтобы «нацелить» выбор на утопическую точку (например, по требованию ЛПР), можно и не переходя к матрице потерь Сэвиджа. Для этого потребуется реализовать специальную модификацию матрицы полезностей. Соответствующая модификация может интерпретироваться как сдвиг координатных осей в пространстве доходов, причем именно такой, при котором направляющая для линий уровня критерия Гурвица окажется «нацеленной» именно на утопическую точку. Такой подход и реализуется в рамках рассматриваемой здесь модификации, которую далее называем $HW_{mod(УТ)}$ –критерием.

Этот критерий, как и представленные выше HW- и $HW_{mod(S)}$ – критерии, снова характеризуется *взвешенной позицией* «пессимизма – оптимизма» при формализации отношения ЛПР к неопределённости экономического результата. А именно, в рамках такого подхода при сравнении альтернативных решений за основу снова принимаются два типа крайних оценок: соответствующие самые неблагоприятные и самые благоприятные конечные экономические результаты для возможных ситуаций развития “внешних” событий, не зависящих от ЛПР, при анализируемом решении.

Однако, в рамках представляемого здесь $HW_{mod(УТ)}$ -критерия соответствующие процедуры формализации средневзвешенного показателя (на основе двух крайних оценок указанного типа) реализуются применительно к модифицированной матрице полезностей, а не просто к исходной матрице полезностей и тем более не применительно к матрице потерь Сэвиджа. Модификация матрицы полезностей предназначена именно для того, чтобы направляющую для линий уровня такого критерия «нацелить» именно на соответствующую утопическую точку поля полезностей (не переходя к матрице потерь). Цель такого «нацеливания», как уже подчеркивалось, понятна всем менеджерам и лицам, принимающим решения: выбор на основе такого критерия будет приближен именно к более предпочтительным значениям показателей доходов.

Требуемая для достижения указанной цели модификация матрицы полезностей на содержательном уровне соответствует введению новой системы координат в пространстве доходов. Ее начало выбирается так, чтобы координаты утопической точки поля полезностей в этой новой системе координат совпадали между собой (и, кроме того, равнялись наибольшей из координат указанной точки до модификации). Подчеркнем, что на формальном уровне такой подход к модификации матрицы полезностей означает реализацию следующих процедур. К каждому элементу любого отдельного столбца матрицы полезностей добавляется константа (зависящая от столбца), причем такая, чтобы максимальный элемент соответствующего столбца после такой процедуры оказался равным наибольшей из координат УТ в исходной матрице полезностей. Как и в первой главе, соответствующую «добавку» применительно к j-му столбцу исходной матрицы полезностей будем обозначать через Δ_j. Соответственно указанные «добавки» к элементам j-го столбца следует определять по формулам

$$\Delta_j = \max_i \left\{ \max_j \left(a_{ij} \right) \right\} - \max_i \left(a_{ij} \right).$$

После указанной модификации матрицы полезностей для принятия решения по $HW_{mod(УТ)}$ – критерию далее просто реализуются процедуры HW-критерия. Таким образом, при этой модификации критерия ЛПР “взвешивает” оценки, которые используются двумя “крайними” классическими критериями. А именно,

- критерием “крайнего” пессимизма (MM-критерием), но уже применительно к новой модифицированной матрице полезностей;
- критерием “крайнего” оптимизма (H-критерием), причем также применительно именно к новой модифицированной матрице полезностей.

Выбирается решение, для которого такая “взвешенная” оценка будет наиболее приемлемой, в данном случае – наибольшей, т.к. она относится именно к конечному результату дохода / прибыли. Представим формальные процедуры выбора решения по $HW_{mod(УТ)}$ –критерию. Сначала выполняется указанная модификация исходно заданной матрицы полезностей. После этого для выбора решения удобно эту новую модифицированную матрицу полезностей дополнить (как и в случае HW-критерия) тремя столбцами. А именно:

1. первый столбец – для оценок по ММ-критерию, причем такие оценки находятся применительно к этой новой матрице полезностей ;
2. второй столбец – для оценок по Н-критерию, причем они находятся также применительно к этой новой матрице полезностей;
3. третий – для окончательных “взвешенных” оценок по процедурам HW-критерия с учетом выбранных «весов» применительно к первым двум из указанных выше типов оценок.

Затем из всех элементов такого дополнительного третьего столбца находится самый лучший (наибольший, поскольку оценивается конечный результат дохода). По этому элементу и определяют оптимальное решение по $HW_{mod(УТ)}$-критерию: им будет решение соответствующей строки новой модифицированной матрицы полезностей.

Соответственно, в рамках такого критерия функция, задающая семейство “линий уровня”, определяется равенством:

$$f(u;v;...;z)=C\cdot min\{u+\Delta_1;\ v+\Delta_2;\ ...;\ z+\Delta_n\}+(1-C)\cdot max\{u+\Delta_1;\ v+\Delta_2;\ ...;\ z+\Delta_n\}$$

где

- C - “вес”, с которым учитывается оценка классического MM-критерия в новой модифицированной матрице полезностей ($0 \le C \le 1$);
- (1-C) - “вес”, с которым учитывается оценка классического H-критерия в такой матрице;
- Δ_j - «добавки», которые требуется прибавить к элементам j-го столбца исходной матрицы полезностей при ее модификации для достижения желаемого эффекта «нацеливания» линий уровня соответствующего критерия на утопическую точку поля полезностей.

Легко видеть, что при заданном фиксированном значении весового коэффициента «c» ее график будет повторять график такой функции для HW-критерия, но с учетом соответствующих указанных сдвигов («влево») по каждой координатной оси.

Применительно к обозначениям, принятым ранее, задача нахождения наилучшего решения при сравнении альтернатив в условиях неопределённости формализуется в рамках этого критерия как следующая задача оптимизации.

Пусть

i – вариант возможного решения ЛПР $(i = 1,2,...,m)$;

j – вариант возможной ситуации $(j = 1,2,...,n)$;

a_{ij} – доход / прибыль для ЛПР, если будет принято решение i, а ситуация сложится j-ая;

$A = (a_{ij})$ – соответствующая матрица полезностей;

Δ_j – показатели указанных выше «добавок» применительно к элементам j-го столбца исходной матрицы полезностей для реализации соответствующих процедур ее модификации, определяемые формулами $\Delta_j = \max_i \{\max_j (a_{ij})\} - \max_i (a_{ij})$;

$A = (a_{ij} + \Delta_j) = (\hat{a}_{ij})$ – соответствующая модифицированная матрица полезностей элементы которой, как видим, далее обозначаются через $(\hat{a}_{ij})$.

Тогда целевая функция $HW_{mod(УТ)}$-критерия может быть представлена следующим образом:

$$Z_{HW\,\mathrm{mod}(УТ)} = \max_i \{K_i\},$$

где

$$K_i = c \cdot \min_j \{\hat{a}_{ij}\} + (1-c) \cdot \max_j \{\hat{a}_{ij}\},$$

причем c - соответствующий “весовой” коэффициент, который выбирается ЛПР.

ЗАМЕЧАНИЕ. Очевидно, что при $c = 1$ рассматриваемый HW-критерий (Гурвица) просто соответствует S-критерию (Сэвиджа), а при $c = 0$ его выбор соответствует выбору H-критерия (оптимизма). Кроме того, при $c = 0{,}5$ для случая $n = 2$ (когда всего два исхода θ_1 и θ_2 влияют на экономический результат) он полностью соответствует N-критерию (нейтральному). Следовательно, представленный здесь $HW_{mod(УТ)}$-критерий обобщает эти классические критерии в указанном смысле.

Графическая интерпретация и линии уровня критерия (n = 2).

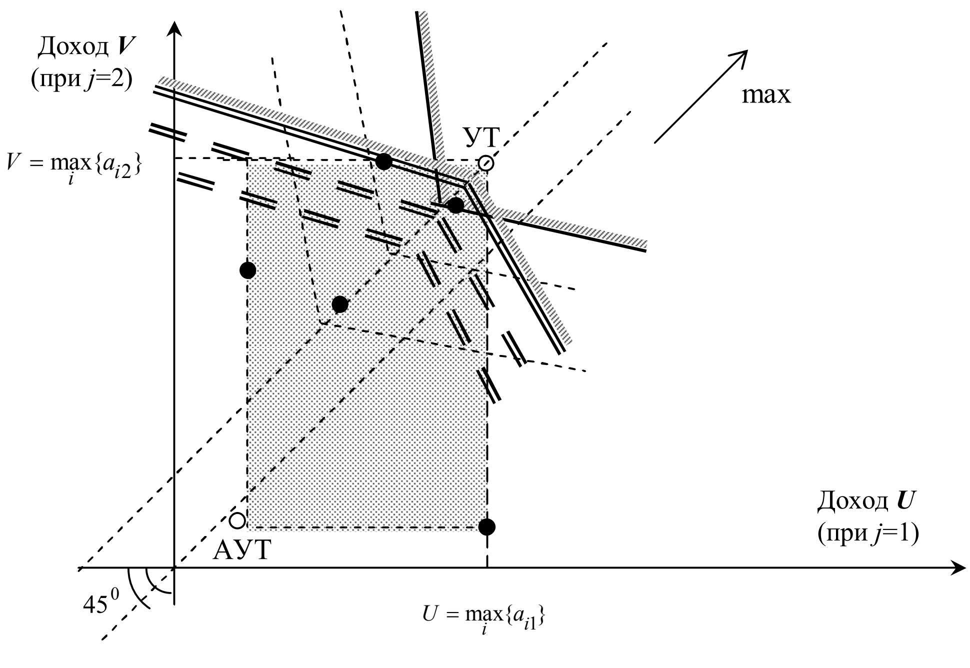


Рис. 4.2. Линии уровней для $HW_{mod(УТ)}$-критерия:

● - точки возможных решений ЛПР;

УТ - утопическая точка;

АУТ - антиутопическая точка;

- область поля полезностей;

$\nearrow$ max - направление предпочтений;

- линия уровня $HW_{mod(УТ)}$ --критерия $\left(c = {}^{3}\!/_{4}\right)$;

- линия уровня $HW_{mod(УТ)}$ --критерия $\left(c = {}^{1}\!/_{4}\right)$

Аппарат линий уровня $HW_{mod(УТ)}$ -критерия в ситуации ***n* = 2** приведен на рис. 4.2, Как видим, он представляет собой семейство линий, полностью соответствующих семейству линий уровня для $HW_{mod(S)}$ -критерия (см. рис. 4.1). Однако, подчеркнем, что в рамках этого критерия они получаются как следствие совсем другой технологии организации принятия решения: на основе модификации исходной матрицы полезностей, а не на основе обработки матрицы потерь. Как мы увидим далее, соответствующая технология будет иметь специальные приложения.

Соответственно, решение задачи нахождения оптимального решения на основе $HW_{mod(УТ)}$ -критерия в ситуации ***n* = 2** имеет следующую графическую интерпретацию. Вдоль линии, проходящей через утопическую точку поля полезностей, причем параллельно биссектрисе первого координатного угла, передвигается специальный инструмент. Этот инструмент представляет собой угол, вершина которого лежит на указанной линии, а стороны идут под одинаковым углом к границе соответствующего конуса предпочтений. При этом движение осуществляется в направлении ***увеличения*** показателя «*K*» линии уровня (что соответствует направлению движения к утопической точке). Тогда последняя при таком движении точка в поле полезностей (из анализируемых), которую «захватит» этот инструмент при указанном движении, как раз и будет указывать на выбор $HW_{mod(УТ)}$ -критерия. Это иллюстрирует рис. 4.2.

Дайте самостоятельно соответствующую графическую интерпретацию применительно к ситуации ***n* = 3**.

Иллюстрацию процедур метода рассмотрим на том же условном примере, который уже был использован ранее.

ПРИМЕР 4.2. Для удобства изложения напомним здесь исходные данные в рамках этого примера. После формализации задачи принятия решений выделено соответственно множество $\{\theta_j, j = \overline{1,4}\}$ из 4-х случайных событий. Кроме того, анализируются 5 альтернативных решений $\{X_i, i = \overline{1,5}\}$, из которых требуется выбрать наилучшее. При этом соответствующая матрица полезностей (с учетом дополнительной строки, которая представляет именно координаты утопической точки) имеет вид:

Решения	Доходы при событиях:			
	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4
X_1	5	4	3	3
X_2	6	2	6	4
X_3	-3	6	2	12
X_4	3	9	1	5
X_5	7	1	5	3
УТ	7	9	6	12

Для удобства сравнения результатов выбора с аналогичными, но для рассмотренных ранее критериев, найдем наилучшее решение по $HW_{mod(УТ)}$ -критерию опять применительно к ситуации, когда ЛПР для параметра «*c»* выбирает значение $c = 0{,}4$. Для нахождения оптимального решения предварительно реализуем требуемые в рамках $HW_{mod(УТ)}$ -критерия процедуры модификации матрицы полезностей. А именно, сначала определяем требуемые «добавки» Δ_j, которые необходимо прибавить к каждому элементу *j*-го столбца, чтобы заданную матрицу полезностей привести к новой системе координат:

$$\Delta_1 = 5\,; \quad \Delta_2 = 3\,; \quad \Delta_3 = 6\,; \quad \Delta_4 = 0\,.$$

Реализуя процедуры модификации, получаем следующую модифицированную матрицу полезностей

Решения	Доходы при событиях: в новой системе координат			
	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4
X_1	10	7	9	3
X_2	11	5	12	4
X_3	2	9	8	12
X_4	8	12	7	5
X_5	12	4	11	3

Напомним, что в новой системе координат, к которой приведено изображение матрицы полезностей, линии уровня *HW*-критерия окажутся «нацеленными» именно на утопическую точку поля полезностей в рамках рассматриваемого примера. Поэтому далее просто применяем процедуры *HW*-критерия к полученной модифицированной матрице полезностей.

А именно, дополним эту матрицу тремя столбцами. В первом представим ее показатель *ММ*-критерия. Во втором – ее показатель *Н*-критерия. В третьем – ее показатель *HW*-критерия при заданном значении «весового» коэффициента c = 0,4 (это и будет искомый показатель «K_i» для $HW_{mod(УТ)}$ –критерия при указанном значении c). Соответствующие процедуры представлены ниже:

Решения	Доходы при событиях: в новой системе координат				*ММ* критерий	*Н* критерий	Показатель $HW_{mod(УТ)}$ критерия при c= *0,4* (K_i)
	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4			
X_1	10	7	9	3	3	10	*0,4*·3+*0,6*·10= 7,2
X_2	11	5	12	4	4	12	*0,4*·4+*0,6*·12= 8,8
X_3	2	9	8	12	2	12	*0,4*·2+ *0,6*· 12= 8,0
X_4	8	12	7	5	5	12	***0,4*·5+*0,6*·12= 9,2**
X_5	12	4	11	3	3	12	*0,4*·3+*0,6*·12= 8,4

Как видим, самый большой показатель *HW*-критерия применительно к последней матрице в нашем примере соответствует решению X_4 (он составляет *0,4*·5+0,6·12= 9,2 и выделен в дополнительном столбце матрицы). Таким образом, наилучшим решением по $HW_{mod(УТ)}$ -критерию применительно к рассматриваемой ситуации, когда ЛПР для параметра «c» выбирает значение c = 0,4, является решение X_4. Естественно, при других значениях «весового» коэффициента c выбор, вообще говоря, будет другим. В частности, как и в предыдущих примерах, убедитесь самостоятельно в том, что

- при c = 1 будет выбрано решение X_4;
- при c = 0 будет выбрано одно из решений X_2 - X_5 (любое из них, т.к. в рамках такого критерия они являются эквивалентными между собой) ;
- при c = 0,5 будет выбрано решение X_4;
- и т.д.

Обратите внимание на специфику ранжирования анализируемых альтернатив по этому критерию (c = 0,4):

$$X_4,\quad X_2,\quad X_5,\quad X_3,\quad X_1.$$

Такое ранжирование совпадает (и должно обязательно совпадать по определению) именно с ранжированием по одному из рассмотренных ранее модифицированных критериев принятия решений в условиях неопределенности. Укажите самостоятельно, какой именно критерий имеется в виду.

Сравните результаты выбора для рассмотренного здесь $HW_{mod(УТ)}$ –критерия с результатами выбора в рамках такой же задачи, но применительно к $HW_{mod(S)}$ –критерию (см. пример 2.2). Обратите внимание на полное совпадение оптимальных решений. Дайте самостоятельно соответствующие пояснения. При этом особо отметьте, что в последнем случае при нахождении оптимального решения оказалось возможным обойтись без процедур формализации матрицы потерь Сэвиджа.

ЗАМЕЧАНИЕ. Еще раз подчеркнем, что представленные выше процедуры модификации матрицы полезностей, позволяют «*нацеливать»* выбор именно на *утопическую точку* соответствующего поля полезностей, не используя матрицу потерь Сэвиджа. Это может быть привлекательным для многих ЛПР, поскольку последующие процедуры нахождения оптимального решения (без перехода к анализу потерь) имеют естественную интерпретацию в контексте максимизации непосредственно показателей дохода. Кроме того, применительно к некоторым другим критериям, которые формализуются на основе матрицы полезностей, реализация именно этого подхода может быть единственно возможным способом для «нацеливания» выбора на утопическую точку, причем только за счет смещения линий уровня соответствующего критерия в поле полезностей к УТ. Такие ситуации будут продемонстрированы ниже.

3. Модифицированный критерий произведений: «привязка» к утопической точке ($P_{mod\,(УТ)}$ – критерий)

Сразу же подчеркнем, что в рамках представленных в главе 2 процедур критерия произведений «нацелить» выбор на утопическую точку поля полезностей (например, по требованию ЛПР), как уже отмечалось, можно и не переходя к матрице потерь Сэвиджа. Для этого потребуется реализовать специальную модификацию матрицы полезностей. Такая модификация может интерпретироваться как сдвиг координатных осей в пространстве доходов, причем именно такой, при котором направляющая для семейства линий уровня критерия произведения окажется «нацелена» именно на утопическую точку. Указанный подход и реализуется в рамках рассматриваемой здесь модификации. Соответствующую модификацию далее называем $P_{mod\,(УТ)}$ -критерием.

В рамках представляемого здесь $P_{mod\,(УТ)}$ -критерия процедуры формализации показателя критерия (на основе произведения по строкам соответствующих элементов матрицы полезностей или, более формально или строго, - на основе соответствующего среднего геометрического показателя) реализуются применительно к модифицированной матрице полезностей, а не просто к исходной матрице полезностей. Соответствующую модификацию будем называть «модификацией привязки к утопической точке». Напомним, что такая модификация матрицы полезностей предназначена именно для того, чтобы линии уровня указанного критерия сместить таким образом, чтобы «нацелить» их именно на соответствующую утопическую точку поля полезностей. Цель такого «нацеливания» уже неоднократно подчеркивалась ранее. На формальном уровне «модификация привязки к утопической точке» матрицы полезностей означает, как и в предыдущей модели, реализацию следующих процедур. Ко всем элементам каждого столбца исходной матрицы полезностей добавляется константа (зависящая, вообще говоря, от номера столбца). Соответствующая константа определяется исходя из целей модификации. А именно, необходимо добиться того, чтобы максимальный элемент каждого столбца после такой процедуры оказался равным наибольшей из координат утопической точки в исходной матрице полезностей. Соответствующую «добавку» применительно к j-му столбцу исходной матрицы полезностей, как и в предыдущих моделях такой модификации, будем обозначать через Δ_j:

$$\Delta_j = \max_i \left\{ \max_j \left(a_{ij} \right) \right\} - \max_i \left(a_{ij} \right) .$$

После указанной «модификации привязки к утопической точке» в формате модифицированной матрицы полезностей для принятия решения по $P_{mod\,(УТ)}$ –критерию далее просто реализуются стандартные процедуры P-критерия.

ЗАМЕЧАНИЕ. При этом предполагается, что все элементы новой модифицированной матрицы положительны. В противном случае потребуется реализовать процедуры «модификации на положительность». Далее это автоматически подразумевается выполненным.

Подчеркнем, что выбирается альтернатива, для которой оценка в виде показателя произведений элементов соответствующей строки будет наиболее приемлемой, в данном случае – наибольшей, т.к. она относится именно к конечному результату дохода / прибыли. Представим формальные процедуры выбора решения по $P_{mod(УТ)}$ –критерию. Сначала выполняется отмеченная выше «модификация привязки к утопической точке» исходно заданной матрицы полезностей. После этого для выбора решения удобно эту новую модифицированную матрицу полезностей дополнить (как и в случае P-критерия) одним столбцом.

Такой столбец заполняется показателями произведений элементов по строкам модифицированной матрицы полезностей.

Затем из всех элементов такого дополнительного третьего столбца находится самый лучший (наибольший, поскольку оценивается конечный результат дохода). По этому элементу и определяют оптимальное решение по $P_{mod(УТ)}$-критерию: им будет решение соответствующей строки новой модифицированной матрицы полезностей.

Соответственно, в рамках такого критерия функция, задающая семейство "линий уровня" определяется равенством:

$$f(u;v;...;z)=(u+\Delta_1)(v+\Delta_2)\cdots(z+\Delta_n).$$

Здесь:

- Δ_j - «добавки», которые требуется прибавить к элементам j-го столбца исходной матрицы полезностей при ее модификации для достижения желаемого эффекта «нацеливания» линий уровня соответствующего критерия на утопическую точку поля полезностей;
- подразумевается, что все сомножители положительны.

Отметим, что при формальном определении этого критерия контекст соответствующих правил и принципов теории принятия решений в условиях неопределенности требует иного представления соответствующих процедур оптимизации. Действительно, при представлении такого критерия в рамках теории процедуры нахождения параметров K_i (по строкам матрицы полезностей), характеризующие его аппарат "линий уровня", требуется формально задавать на основе среднего геометрического показателя. А именно, как и в случае P-критерия произведений по элементам соответствующей строки матрицы полезностей находится показатель, который является именно *средним геометрическим*, а не просто их произведением. Однако, учитывая, что затем выбирается решение, для которого такой показатель будет максимальным, можно использовать (реально на практике) именно показатель произведения таких элементов. Это не изменит выбора (в сравнении с выбором по среднему геометрическому). Тем не менее, изложение теоретического материала, связанного с представлением аппарата линий уровня этого критерия, все таки, удобно представлять именно на основе указанного среднего геометрического показателя. Далее используется именно этот подход применительно к представлению аппарата линий уровня этого критерия.

Соответственно, в рамках такого подхода функция, задающая семейство "линий уровня" определяется равенством:

$$f(u;\ v;\ ...;z)=\sqrt[n]{(u+\Delta_1)(v+\Delta_2)\cdots(z+\Delta_n)}$$

Поэтому, применительно к обозначениям, принятым ранее, задача нахождения наилучшего решения при сравнении альтернатив в условиях неопределённости формализуется в рамках этого критерия как следующая задача оптимизации.

Пусть

i – вариант возможного решения ЛПР $(i=1,2,...,m)$;

j – вариант возможной ситуации $(j=1,2,...,n)$;

a_{ij} – доход / прибыль для ЛПР, если будет принято решение i, а ситуация сложится j-ая;

$A=(a_{ij})$ – соответствующая матрица полезностей;

Δ_j – показатели указанных выше «добавок» применительно к элементам j-го столбца исходной матрицы полезностей для реализации соответствующих процедур ее модификации;

$A=(a_{ij}+\Delta_j)=(\hat{a}_{ij})$ – соответствующая модифицированная матрица полезностей элементы которой, как видим, далее обозначаются через $(\hat{a}_{ij})$.

Тогда целевая функция $P_{mod(УТ)}$ -критерия может быть представлена следующим образом:

$$Z_{P_{\mathrm{mod}(УТ)}} = \max_i \{K_i\},$$

$$\text{где } K_i = \sqrt[n]{\prod_{j=1}^{n} \hat{a}_{ij}}\ .$$

При этом предполагается, что все сомножители положительны: $\hat{a}_{ij} > 0$. В противном случае реализуются процедуры «модификации на положительность», вполне аналогичные тем, которые описаны непосредственно для *P*-критерия (если не все элементы матрицы полезностей положительны).

Графическая интерпретация и линии уровня критерия (*n* = 2).

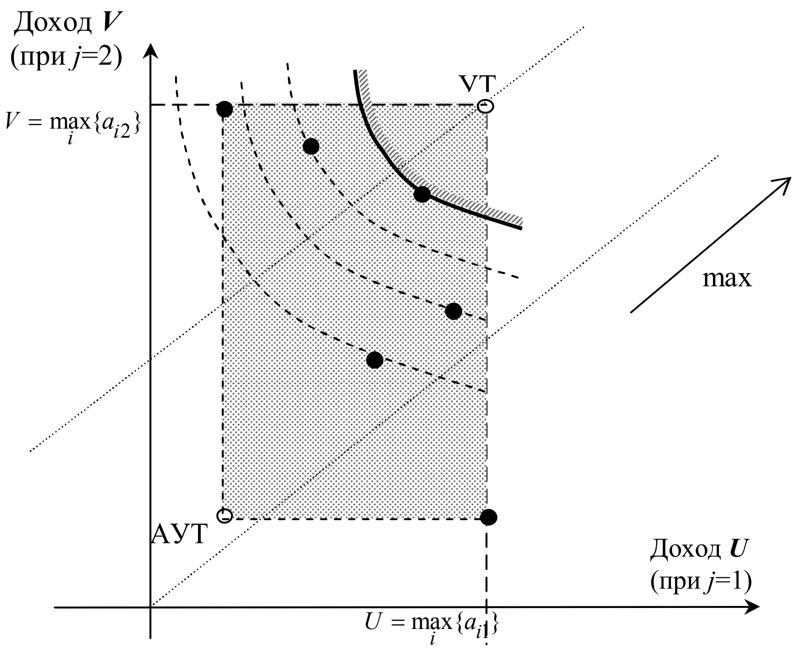


Рис. 4.3. Линии уровня для $P_{mod\,(УТ)}$ -критерия:

- точки возможных решений ЛПР;

УТ - утопическая точка;

АУТ - антиутопическая точка;

- область поля полезностей;

max - направление предпочтений;

- семейство линий уровня $P_{mod\,(УТ)}$ -критерия.

Аппарат линий уровня $P_{mod\,(УТ)}$ -критерия в ситуации ***n* = 2** приведен на рис. 4.3. Как видим, он снова (как и в случае критерия произведений) представляет собой семейство гипербол. Но в данном случае (в отличие от критерия произведений) их центры симметрии расположены вдоль так называемой «направляющей» линии, проходящей через утопическую точку поля полезностей, причем параллельно биссектрисе первого координатного угла. Именно это и планировалось в формате представленных процедур «нацеливания» выбора ЛПР на утопическую точку.

Таким образом, решение задачи нахождения оптимального решения на основе $P_{mod\ (УТ)}$ -критерия в ситуации $\boldsymbol{n}$ **= 2** имеет следующую графическую интерпретацию. Пусть просматривается семейство гипербол, для которых их центры симметрии расположены вдоль линии, проходящей через утопическую точку поля полезностей, причем параллельно биссектрисе первого координатного угла. При этом соответствующий «просмотр» осуществляется в направлении увеличения показателя «К» (т.е. увеличения доходов - ближе к утопической точке). Тогда последняя (из анализируемых) точка в поле полезностей, которая соотносится с этим семейством при указанном «просмотре», как раз и будет соответствовать выбору $P_{mod\ (УТ)}$ -критерия. Это иллюстрирует рис. 4.3.

Дайте самостоятельно соответствующую графическую интерпретацию применительно к ситуации $\boldsymbol{n}$ **= 3**, когда при формализации полной группы случайных событий для задачи принятия решения в условиях неопределенности применительно к некоторой системе логистики на основе $P_{mod\ (УТ)}$ -критерия будет выделено три таких события.

Иллюстрацию процедур метода рассмотрим на том же условном примере, который уже был использован ранее.

ПРИМЕР 4. 3. Анализируется матрица полезностей, которая имеет вид:

Решения	Доходы при событиях:			
	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4
X_1	5	4	3	3
X_2	6	2	6	4
X_3	-3	6	2	12
X_4	3	9	1	5
X_5	7	1	5	3

Найдем наилучшее решение по $P_{mod\ (УТ)}$ -критерию. Для этого предварительно требуется реализовать процедуры модификации исходной матрицы полезностей, которые позволят «нацелить» линии уровня критерия на соответствующую утопическую точку. А именно, сначала определяем требуемые «добавки» Δ_j, которые необходимо прибавлять к каждому элементу j-го столбца, чтобы заданную матрицу полезностей привести к новой системе координат. Как и в примере 2.3 указанные «добавки» составляют:

$$\Delta_1 = 5\ ; \quad \Delta_2 = 3\ ; \quad \Delta_3 = 6\ ; \quad \Delta_4 = 0\ .$$

Реализуя процедуры «нацеливания» на утопическую точку, получаем следующую модифицированную матрицу полезностей

Решения	Доходы при событиях: в новой системе координат			
	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4
X_1	10	7	9	3
X_2	11	5	12	4
X_3	2	9	8	12
X_4	8	12	7	5
X_5	12	4	11	3

В новой системе координат, к которой приведено изображение матрицы полезностей, линии уровня P-критерия окажутся «нацеленными» именно на утопическую точку поля полезностей в рамках рассматриваемого примера. Поэтому далее просто применяем процедуры P-критерия к полученной модифицированной матрице полезностей. Поскольку эта модифицированная матрица содержит только положительные элементы, соответствующие процедуры можно реализовать непосредственно применительно к ней (без модификации на положительность).

Для нахождения оптимального или наилучшего решения по $P_{mod\ (УТ)}$-критерию далее дополнительно к последней матрице допишем один столбец, координаты которого «K_i» будут представлять собой именно произведения соответствующих элементов строки. По наибольшему такому показателю и будет выбрано оптимальное решение. А именно:

Решения	Доходы при событиях: в новой системе координат				Показатель $P_{mod\ (УТ)}$ критерия (K_i)
	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4	
X_1	10	7	9	3	1890
X_2	11	5	12	4	2640
X_3	2	9	8	12	1728
X_4	8	12	7	5	**3360**
X_5	12	4	11	3	1584

Самый большой показатель P-критерия в нашем примере соответствует решению X_4 (он составляет 3360 и выделен в дополнительном столбце матрицы). Таким образом, наилучшим решением по $P_{mod\ (УТ)}$ - критерию является решение X_4.

Обратите также внимание на специфику ранжирования альтернатив по этому критерию:

$$X_4,\quad X_2,\quad X_1,\quad X_3,\quad X_5.$$

Такое ранжирование, как видим, не совпадает ни с одним из полученных ранее в формате других критериев принятия решений в условиях неопределенности. Заметьте, что это расширяет арсенал инструментов менеджера для адаптации выбора к предпочтениям ЛПР.

ЗАМЕЧАНИЕ. В частности, отметьте и то, что указанный выбор $P_{mod\ (УТ)}$–критерия (как и ранжирование анализируемых альтернатив) не совпадает с выбором P-критерия (см. пример 2.2, где, напомним, выбор пал на решение X_2). Подчеркнем, что это обусловлено именно эффектом *«нацеливания»* линий уровня рассматриваемого критерия на соответствующую *утопическую точку* поля полезностей. Как уже подчеркивалось, каждый менеджер должен понимать, что требования реализации таких процедур «нацеливания» устанавливает непосредственно ЛПР, если желает находить решения именно на основе аппарата линий уровня, который будет обладать этим свойством.

4. Модифицированный критерий произведений: «привязка» к матрице потерь Сэвиджа ($P_{mod\ (S)}$ – критерий)

Что получится, если применительно к линиям уровня известного нам (по главе 2) критерия произведений, представляющим семейство гипербол, попробовать «нацелить» выбор на утопическую точку поля полезностей на основе предварительного перехода к матрице потерь Сэвиджа? Другими словами, какое семейство линий уровня получится, если процедуры этого критерия (оптимизация показателя, полученного как произведение элементов по строкам матрицы) применять соответственно к матрице потерь, а не к матрице полезностей. Рассмотрим здесь соответствующую модификацию. Предварительно подчеркнем, что для реализации указанных процедур по матрице потерь Сэвиджа, естественно, потребуется сначала выполнить специальную модификацию матрицы потерь, поскольку в каждом ее столбце имеется, по крайней мере, один нулевой элемент. Другими словами, потребуется к каждому элементу матрицы потерь прибавить единицу. Такую модификацию мы, как и ранее, будем называть модификацией на положительность. Указанная модификация может интерпретироваться как сдвиг всех координатных осей «влево» на одну единицу относительно поля полезностей. При этом после соответствующей модификации все элементы матрицы потерь будут положительными. Далее считаем, что такие процедуры модификации матрицы потерь уже реализованы. Таким образом, к ее элементам можно применять процедуры критерия произведений. Соответственно в рамках представляемого здесь критерия, который далее называем $P_{mod(S)}$ – критерием, применительно к указанной матрице далее просто реализуются стандартные процедуры P-критерия.

Выбирается решение, для которого оценка в виде показателя произведений элементов соответствующей строки модифицированной (на положительность) матрицы потерь будет наиболее приемлемой, в данном случае – наименьшей, т.к. она относится именно к конечному результату потерь дохода / прибыли.

При этом необходимо подчеркнуть, что соответствующее семейство гипербол (которое представляет линии уровня такого критерия в поле полезностей) помимо его «ориентации» или «нацеливания» на утопическую точку поля полезностей (в виде соответствующего сдвига к УТ для направляющей прямой, являющейся осью симметрии для указанных гипербол) будет также обладать следующей специфической особенностью. Указанные линии уровня, в отличие от линий уровня непосредственно Р-критерия, будут соответствовать существенной переориентации решений в сторону, более близкую к оптимистической позиции. А именно, - они будут в большей степени соответствовать такой позиции ЛПР к неопределенности конечного результата, которую можно характеризовать как склонность ЛПР к риску. В частности, такая позиция окажется более оптимистической, чем нейтральная позиция, представленная N-критерием. Иллюстрацию этого даст, например, соответствующая графическая интерпретация, которая будет представлена ниже.

Представим формальные процедуры выбора решения по $P_{mod(S)}$ –критерию. Сначала необходимо выполнить переход от матрицы полезностей к матрице потерь. Кроме того, - реализовать отмеченную выше модификацию матрицы потерь на положительность. После этого для выбора решения удобно эту новую модифицированную матрицу потерь дополнить (как и в случае *P*-критерия) одним столбцом. А именно, такой столбец заполняется следующими показателями: это - произведения элементов по строкам соответствующей матрицы потерь. Затем из всех элементов такого дополнительного столбца находится самый лучший (*наименьший*, поскольку оценивается конечный результат потерь). По этому элементу и определяют оптимальное решение по $P_{mod(S)}$-критерию: им будет решение соответствующей строки модифицированной матрицы потерь.

Соответственно, в рамках такого критерия функция, задающая семейство “линий уровня” в пространстве доходов определяется равенством:

$$f(u;v;...;z) = (a_{У1} - u)\cdot(a_{У2} - v)\cdot\ldots\cdot(a_{Уn} - z)$$

Здесь

- $a_{yj} = \max\{a_{ij}\}$ - координаты соответствующей утопической точки $X_У$ исходного поля полезностей (по исходно заданной матрице полезностей), т.е. точки $X_У = (a_{У1}, a_{У2}, ..., a_{Уn})$
- подразумевается, что все сомножители положительны.

Снова подчеркнем следующее. При представлении такого критерия указанные процедуры нахождения показателей K_i (по строкам матрицы потерь), требуется формально задавать на основе среднего геометрического показателя для элементов строки такой матрицы. Далее при формализации рассматриваемого критерия используется именно этот подход применительно к представлению аппарата его линий уровня.

Соответственно, в рамках такого подхода функция, задающая семейство “линий уровня” в пространстве доходов определяется равенством:

$$f(u;v;...;z) = \sqrt[n]{(a_{У1} - u)\cdot(a_{У2} - v)\cdot\ldots\cdot(a_{Уn} - z)}$$

Поэтому, применительно к обозначениям, принятым ранее, задача нахождения наилучшего решения при сравнении альтернатив в условиях неопределённости формализуется в рамках этого критерия как следующая задача оптимизации.

Пусть

i – вариант возможного решения ЛПР $(i = 1,2,...,m)$;

j – вариант возможной ситуации $(j = 1,2,...,n)$;

a_{ij} – доход / прибыль для ЛПР, если будет принято решение *i*, а ситуация сложится *j*-ая;

$A = (a_{ij})$ – соответствующая матрица полезностей;

$a_{yj} = \max\{a_{ij}\}$ - координаты соответствующей утопической точки исходного поля полезностей

Тогда целевая функция $P_{mod(S)}$ -критерия может быть представлена следующим образом:

$$Z_{P_{mod(S)}} = \min_i \{K_i\},$$

где

$$K_i = \sqrt[n]{\prod_{j=1}^{n} (a_{Yj} - a_{ij} + 1)}\,.$$

При этом представление отдельных сомножителей в виде ($a_{Yj} - a_{ij} + 1$) предусматривает, что все они будут положительными, т.е. уже реализованы процедуры «модификации на положительность» для матрицы потерь Сэвиджа.

Графическая интерпретация и линии уровня критерия (*n* = 2). Аппарат линий уровня для рассматриваемого критерия приведен на рис. 4.4.

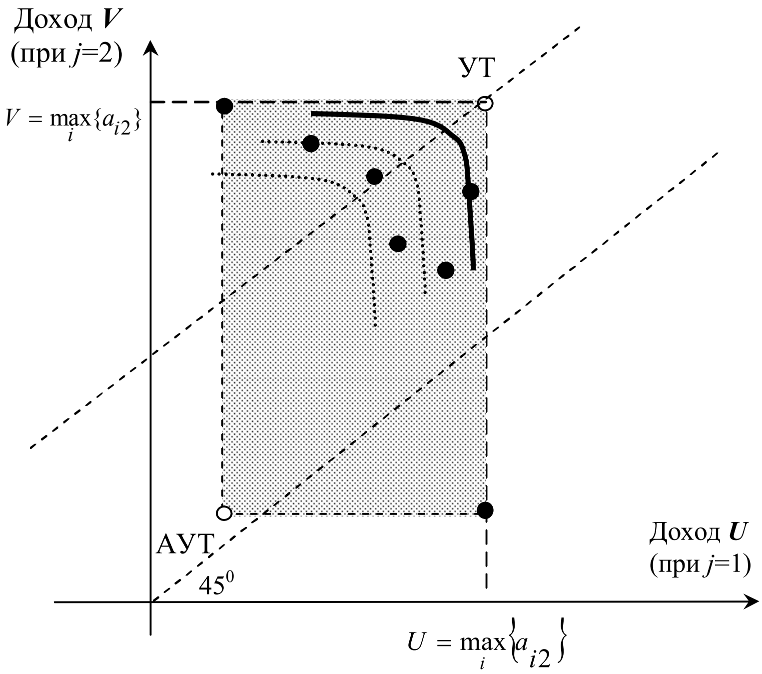


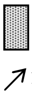
Рис. 4.4. Линии уровня для $P_{mod\,(S)}$ –критерия.

Здесь:

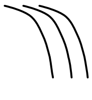
● - точки возможных решений ЛПР;

○ УТ - утопическая точка;

○ АУТ - антиутопическая точка;

 - область поля полезностей;

↗ max - направление предпочтений;

 - семейство линий уровня $P_{mod\,(S)}$ -критерия.

Как видим, аппарат линий уровня $P_{mod\,(S)}$ -критерия в ситуации ***n*** = **2**, как и соответствующий аппарат, непосредственно для критерия произведений, представляет собой в поле полезностей именно семейство гипербол. Но в данном случае имеются следующие отличия:

- центры симметрии соответствующих гипербол расположены на линии, проходящей через утопическую точку поля полезностей, причем параллельно биссектрисе первого координатного угла, т.е. реализованы, как это и планировалось, процедуры «нацеливания» выбора ЛПР на утопическую точку поля полезностей;

- при этом указанные гиперболы ориентированы таким образом, что они «обнимают» не конуса предпочтения, а соответствующие антиконусы, т.е. представляют позицию ЛПР, более склонного к риску или оптимистическим решениям.

Таким образом, решение задачи нахождения оптимального решения на основе $P_{mod\ (УТ)}$ -критерия в ситуации $\boldsymbol{n}$ **= 2** имеет следующую графическую интерпретацию. Пусть просматривается семейство гипербол, для которых их центры симметрии расположены вдоль линии, проходящей именно через утопическую точку поля полезностей (параллельно биссектрисе первого координатного угла). Указанные гиперболы представляют собой выпуклые вверх убывающие функции в поле полезностей (аналог графика для обычной гиперболы, но применительно к третьему координатному углу). При этом соответствующий «просмотр» осуществляется в направлении уменьшения показателя «К» (т.е. уменьшения показателей потерь доходов, что соответствует приближению к утопической точке). Тогда последняя (в рамках процедур такого «просмотра») точка, представляющая некоторое анализируемое решение в поле полезностей, которая соотносится с этим семейством при указанном «просмотре», как раз и будет соответствовать выбору $P_{mod\ (S)}$ -критерия. Это иллюстрирует приведенный рис. 4.4.

Иллюстрацию процедур метода рассмотрим на том же условном примере, который уже был использован ранее.

ПРИМЕР 4. 4. Анализируется матрица полезностей, которая имеет вид:

Решения	Доходы при событиях:			
	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4
X_1	5	4	3	3
X_2	6	2	6	4
X_3	-3	6	2	12
X_4	3	9	1	5
X_5	7	1	5	3

Найдем наилучшее решение по $P_{mod\ (S}$ -критерию. Для этого предварительно перейдем к матрице потерь Сэвиджа.

Решения	Потери при событиях:			
	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4
X_1	2	5	3	9
X_2	1	7	0	8
X_3	10	3	4	0
X_4	4	0	5	7
X_5	0	8	1	9

Теперь реализуем необходимые процедуры модификации этой матрицы на положительность (к каждому ее элементу добавляем единицу):

Решения	«Потери» при событиях (после модификации):			
	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4
X_1	3	6	4	10
X_2	2	8	1	9
X_3	11	4	5	1
X_4	5	1	6	8
X_5	1	9	2	10

В новой системе координат, к которой приведено изображение матрицы потерь, линии уровня критерия произведений окажутся гиперболическим поверхностями, центры симметрии которых расположены вдоль прямой, проходящей через утопическую точку поля полезностей применительно к решаемой задаче. Поэтому далее просто применяем процедуры критерия произведений к полученной модифицированной матрице потерь (матрица содержит только положительные элементы).

Для нахождения оптимального или наилучшего решения по $P_{mod\ (S)}$-критерию далее дополнительно к последней матрице допишем один столбец, координаты которого «K_i» будут представлять собой произведения соответствующих элементов строки. По наименьшему такому показателю и будет выбрано оптимальное решение. А именно:

Решения	Потери при событиях: в новой системе координат				Показатель для оптимизации по $P_{mod\ (S)}$ критерию (K_i)
	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4	
X_1	3	6	4	10	720
X_2	2	8	1	9	**144**
X_3	11	4	5	1	220
X_4	5	1	6	8	240
X_5	1	9	2	10	180

Как видим, наименьший показатель для произведений элементов по строкам этой матрицы в нашем примере соответствует решению X_2 (он составляет 144 и выделен в дополнительном столбце матрицы). Таким образом, наилучшим решением по $P_{mod\ (S)}$ -критерию является решение X_2.

Обратите внимание также и на специфику ранжирования альтернатив по этому критерию:

$$X_2,\quad X_5,\quad X_3,\quad X_4,\quad X_1.$$

Подчеркнем, что такое ранжирование не совпадает ни с одним из полученных ранее для других рассмотренных критериев принятия решений в условиях неопределенности. Как видим, и этот подход к модификации расширяет арсенал доступных для менеджера критериев выбора, чтобы более эффективно добиваться соответствия линий уровня предпочтениям ЛПР.

ЗАМЕЧАНИЕ. Обратите внимание на то, что указанный выбор $P_{mod\ (S)}$–критерия совпал с выбором *P*-критерия (см. пример 2.2, где, напомним, выбор также пал на решение X_2). Применительно к данной ситуации это может быть обусловлено двойственным характером реализованных процедур:

- с одной стороны, - эффектом *«нацеливания»* линий уровня рассматриваемого критерия на соответствующую *утопическую точку* поля полезностей;
- с другой стороны, - спецификой «выпуклости» таких линий уровня, которая соответствует весьма оптимистической позиции ЛПР при принятии решений.

Еще раз подчеркнем, что каждый менеджер должен понимать следующее. Требования к реализации процедур выбора устанавливает непосредственно ЛПР, что и обусловливает специфику соответствующего аппарата линий уровня.

6. Выбор на основе модифицированного критерия Гермейера: привязка к утопической точке (G_{YT} *(mod)* -критерий)

Процедуры «нацеливания» семейства линий уровня критерия на утопическую точку поля полезностей можно соотносить и с модифицированным критерием Гермейера. При этом указанные процедуры могут носить чисто формальный характер. А именно, их реализация не будет интерпретироваться, и соотноситься с оценками для субъективных вероятностей «внешних» событий (полной группы), которые могли бы быть у менеджера или ЛПР.

Напомним, что в главе 2 подчеркивалась следующая специфика критерия Гурвица. Этот критерий оказался единственным (среди всех рассмотренных), который позволяет менеджеру управлять углом наклона направляющей для линий уровня классического *ММ*-критерия (см. рис. 2.4). Соответствующий наклон направляющей (к координатным осям в пространстве доходов) характеризовался в формате критерия Гермейера субъективными вероятностями q_j для случайных событий θ_j, влияющих на конечный экономический результат. Понимая это, любой менеджер может посмотреть на процедуры *G(mod)*-критерия следующим специальным образом. Поскольку вероятности q_j являются субъективными, то естественно возникает следующий вопрос. Почему бы не подобрать их именно таким образом, чтобы «нацелить» направляющую для этого семейства линий уровня, как раз, на утопическую точку поля полезностей?

Такой подход в формате *G(mod)*-критерия можно реализовать на основе определенных формальных процедур. Получаемый новый критерий далее будем обозначать как $G_{УТ}(mod)$-критерий, подчеркивая нижним индексом соответствующий факт «нацеливания» направляющей для семейства линий уровня критерия на утопическую точку поля полезностей. Графическую интерпретацию для указанной особенности линий уровня $G_{УТ}(mod)$-критерия дает рис. 4.5.

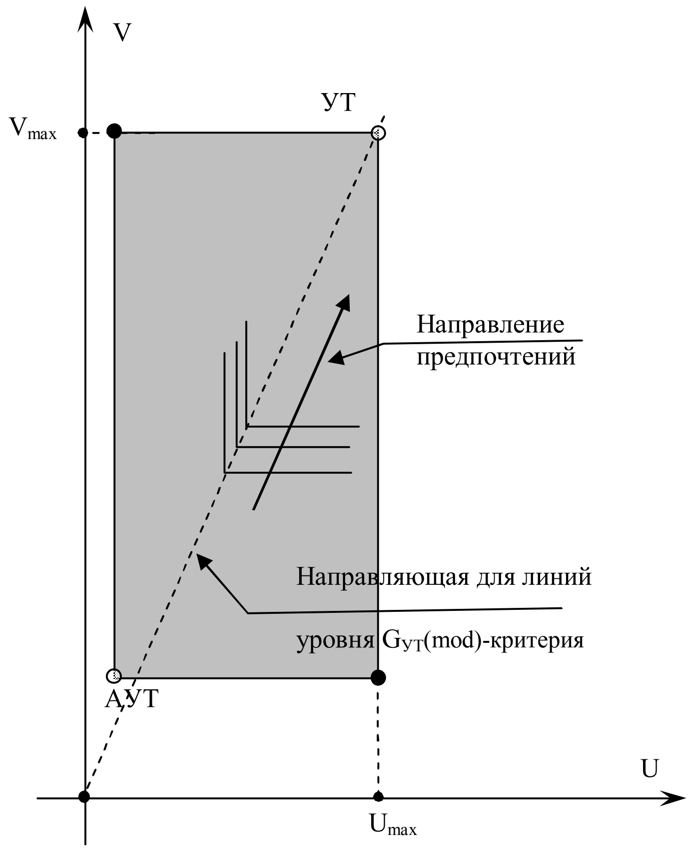


Рис. 4.5.Линии уровня $G_{УТ}(mod)$-критерия.

Формальные процедуры, которые позволяют обеспечить указанную специальную модификацию «нацеливания» на утопическую точку, определим в виде следующего алгоритма. Дополнительно еще раз подчеркнем, что оценка субъективных вероятностей q_j здесь не потребуется. Их роль «исполнят» определенным образом сконструированные показатели. Кроме того, априори принимается, что все элементы матрицы полезностей являются положительными. В противном случае предварительно реализуются процедуры ее модификации «на положительность».

Шаг 1. Сначала определяем вспомогательные показатели, которые обозначаем через $\tilde{q}_j$, чтобы соотносить их с аналогичными параметрами критерия Гермейера. Это - не субъективные вероятности для случайных событий полной группы, а величины, определяемые формулами:

$$\tilde{q}_j = a_{Уj} \ ,$$

где $a_{Уj}$ обозначает *j*-ую координату утопической точки поля полезностей, т.е. $a_{Уj} = \max_i \{a_{ij}\}$.

Замечание. Здесь и далее принято, что ограничения, накладываемые форматом *G(mod)*-критерия, выполнены, т.е. имеют место неравенства $a_{ij} > 0$. В противном случае предварительно требуется реализовать упомянутые ранее процедуры модификации матрицы полезностей на положительность. Соответственно далее считаем, что введенные вспомогательные показатели $\tilde{q}_j$ являются положительными.

Шаг 2. Нормируем найденные вспомогательные показатели $\tilde{q}_j$ таким образом, чтобы их сумма давала единицу. Для этого каждый показатель $\tilde{q}_j$ делим на соответствующую сумму $\sum_{j=1}^{n}\tilde{q}_j$, либо умножаем на нормирующий множитель $k = 1/\sum_{j=1}^{n}\tilde{q}_j$. В результате нормировки получаем показатели, которые обозначаем $\hat{q}_j$:

$$\hat{q}_j = a_{Yj} \cdot k .$$

Замечание. Эти показатели далее, как раз, и будут «играть роль» субъективных вероятностей в формате процедур критерия Гермейера. Соответственно будем называть их «симуляторами» субъективных вероятностей.

Шаг 3. Реализуем процедуры *G(mod)*-критерия на базе найденных «симуляторов» субъективных вероятностей. Это означает следующее.

- Дописываем к матрице полезностей дополнительный столбец.
- Применительно к каждой строке матрицы находим самое маленькое значение специального выражения, которое имеет следующую специальную структуру. Это – частное от деления элемента строки матрицы на «симулятор» вероятности соответствующего случайного события, которому соответствует этот элемент.
- Среди всех элементов дополнительного столбца выбираем наилучший (наибольший);
- По указанному элементу устанавливаем оптимальное решение.

Числовую иллюстрацию процедур G_{YT}*(mod)*-критерия рассмотрим на том же условном примере, который уже был использован ранее.

ПРИМЕР 4. 5. Анализируется матрица полезностей, которая имеет вид:

Решения	Доходы при событиях:			
	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4
X_1	5	4	3	3
X_2	6	2	6	4
X_3	-3	6	2	12
X_4	3	9	1	5
X_5	7	1	5	3

Найдем наилучшее решение по G_{YT}*(mod)*-критерию. Предварительно требуется реализовать процедуры модификации исходной матрицы полезностей на «положительность». Пусть, как и в примере 2.4, соответствующий анализ дает возможность при такой модификации к каждому элементу матрицы добавить число 4 (после этого все ее элементы будут положительными). Тогда получаем следующую матрицу полезностей (после соответствующего сдвига координатных осей):

Решения	Доходы при событиях:			
	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4
X_1	9	8	7	7
X_2	10	6	10	8
X_3	1	10	6	16
X_4	7	13	5	9
X_5	11	5	9	7

Шаг 1. Определяем вспомогательные показатели $\tilde{q}_j$ (координаты «утопической» точки для модифицированной матрицы полезностей):

События	Θ_1	Θ_2	Θ_3	Θ_4
Показатели $\tilde{q}_j$	$\tilde{q}_1 = 11$	$\tilde{q}_2 = 13$	$\tilde{q}_3 = 10$	$\tilde{q}_4 = 16$

Подчеркнем, что представленные значения показателей $\tilde{q}_j$ являются максимальными элементами j-го столбца (после процедур модификации матрицы «на положительность»).

Шаг 2. Для реализации операции нормировки находим сумму

$$\sum_{j=1}^{4} \tilde{q}_j = 50$$

и нормировочный множитель

$$k = \frac{1}{\sum_{j=1}^{4} \tilde{q}_j} = 0{,}02.$$

После этого находим «симуляторы» субъективных вероятностей :

$$\hat{q}_1 = 11 \cdot 0{,}02 = 0{,}22 \qquad \hat{q}_2 = 13 \cdot 0{,}02 = 0{,}26$$

$$\hat{q}_3 = 10 \cdot 0{,}02 = 0{,}20 \qquad \hat{q}_4 = 16 \cdot 0{,}02 = 0{,}32.$$

(их сумма равна единице).

Шаг 3. К матрице полезностей дописываем дополнительный столбец. Его элементы (K_i) будут представлять собой наименьшие по величине выражения среди всех возможных (в рамках каждой строки) анализируемых значений частного, которое получается при делении каждого отдельного элемента строки на «симулятор» вероятности соответствующего события. По наибольшему такому показателю в дополнительном столбце матрицы полезностей, как раз и будет, затем выбрано оптимальное альтернативное решение. А именно:

Решения	Доходы при событиях:				$G_{YT}(mod)$ критерий (K_i)
	θ_1 $\hat{q}_1$=0,22	θ_2 $\hat{q}_2$=0,26	θ_3 $\hat{q}_3$=0,20	θ_4 $\hat{q}_4$=0,32	
X_1	9	8	7	7	7/0,32 = 21,875
X_2	10	6	10	8	6/0,26 = 23,077
X_3	1	10	6	16	1/0,22 = 4,(54)
X_4	7	13	5	9	5/0,20 = **25**
X_5	11	5	9	7	5/0,26 = 19,231

Как видим, самый большой показатель $G_{YT}(mod)$-критерия в нашем примере соответствует решению X_4 (он составляет 5/0,20 = **25** и выделен в дополнительном столбце матрицы). Таким образом, наилучшим выбором по $G_{YT}(mod)$-критерию является альтернатива X_4. Кроме того, подчеркнем, что ранжирование анализируемых альтернатив становится следующим:

$$X_4,\quad X_2,\quad X_1,\quad X_5,\quad X_3.$$

Такое ранжирование, как легко видеть, не совпадает ни с одним из полученных ранее в формате других представленных в этой книге критериев принятия решений в условиях неопределенности. Следовательно, приведенная модификация, несомненно, расширяет арсенал методов адаптации линий уровня критерия применительно к предпочтениям ЛПР.

7. Выбор на основе метода идеальной точки (*ИТ*-критерий)

Рассматриваемый здесь подход к оптимизации решения в условиях неопределенности, который далее называем методом идеальной точки (или *ИТ*-критерием), состоит в нахождении альтернативы, ближайшей к утопической точке поля полезностей. Название метода/критерия обусловлено тем, что аналогичный подход был разработан и используется при оптимизации многокритериальных решений (в частности, и применительно к задачам оптимизации логистических систем, а также соответствующих звеньев цепей поставок). Соответствующая аналогия может быть представлена следующим образом. В рамках указанной аналогии показатели доходов, которые формализованы применительно к каждому отдельному «внешнему» событию, рассматриваются как значения «частных критериев» для соответствующих альтернатив.

В рамках представленного здесь подхода (называемого *ИТ*-критерием) при сравнении альтернатив за основу принимаются соответствующие потери дохода относительно утопической точки поля полезностей, обусловливаемой спецификой решаемой задачи оптимизации. Напомним, что под утопической точкой в контексте решаемой задачи оптимизации решения в условиях неопределенности понимается точка с наилучшими возможными координатами или показателями дохода применительно к каждому отдельному случайному событию, влияющему на конечный экономический результат. Возможные потери дохода при каждом событии относительно координат утопической точки (УТ) синтезируются в специальный показатель. Он представляет «расстояние» в n-мерном евклидовом пространстве от точки, которая характеризует анализируемое альтернативное решение, до соответствующей УТ «поля полезностей».

Другими словами, при *ИТ*-критерии ЛПР оценивает указанные «расстояния» от каждого альтернативного решения до условного утопического решения $X_У$ (т.е. условного решения с возможными наилучшими доходами). Выбирается решение, применительно к которому такая оценка будет наилучшей: в данном случае – наименьшей, т.к. указанная оценка относится к потерям дохода / прибыли.

Формальные процедуры выбора решения - следующие. При указанном подходе к нахождению наилучшего решения в условиях неопределенности удобно сначала от матрицы полезностей перейти к матрице потерь Сэвиджа. Затем дополнить матрицу потерь дополнительным столбцом. В этом столбце необходимо представить значение квадратного корня из суммы квадратов элементов (по каждой строке матрицы потерь). После этого из всех элементов такого дополнительного столбца находится самый лучший (в данном случае это - наименьший, т.к. анализируются потери дохода). По этому элементу и определяют оптимальное решение: им будет решение соответствующей строки матрицы полезностей.

Соответственно, в рамках такого подхода функция, задающая семейство “линий уровня” определяется равенством

$$f(u;v;...;z) = \sqrt{(a_{У1}-u)^2 + (a_{У2}-v)^2 + ... + (a_{Уn}-z)^2} ,$$

где

$a_{Уj}$ - координаты утопической точки (УТ или условного утопического решения $X_У$) в соответствующем «поле полезностей», т.е.

$$a_{Уj} = \max_i \{a_{ij}\}$$

$$X_У = (a_{У1}, a_{У2}, ..., a_{Уn}) .$$

Применительно к обозначениям, принятым ранее для матрицы полезностей, задача нахождения наилучшего решения при сравнении альтернатив в условиях неопределённости формализуется как следующая задача оптимизации.

Пусть

i – вариант возможного решения ЛПР $(i = 1,2,...,m)$;
j – вариант возможной ситуации $(j = 1,2,...,n)$;

a_{ij} – доход ЛПР, если будет принято решение X_i, причем ситуация сложится именно j-ая (т.е. в соответствии с событием θ_j);

$A = (a_{ij})$ – матрица полезностей;

$L = (l_{ij})$ – соответствующая матрица потерь или рисков, где

$l_{ij} = \max\limits_i \{a_{ij}\} - a_{ij}$ (или $l_{ij} = a_{Уj} - a_{ij}$) - соответствующие потери, если будет принято решение X_i, причем ситуация сложится в соответствии с событием θ_j.

Тогда целевая функция рассматриваемого *ИТ*-критерия может быть представлена следующим образом:

$$Z_{ИТ} = \min_i \{K_i\}$$

где

$$K_i = \sqrt{\sum_{j=1}^{n} l_{ij}^2}\,, \quad \text{причем}$$

$\boldsymbol{l_{ij}}$ – элементы матрицы потерь (Сэвиджа),

Графическая интерпретация и линии уровня критерия (*n* = 2).

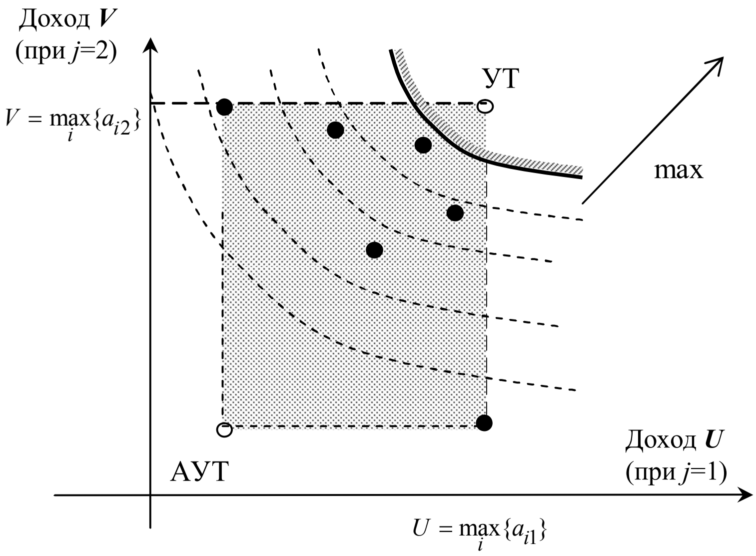


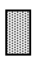
Рис. 4.6. Линии уровня для *ИТ*-критерия.

Здесь:

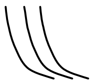
● - точки возможных решений ЛПР;

○ УТ - утопическая точка;

○ АУТ - антиутопическая точка;

 - область поля полезностей;

↗ max - направление предпочтений;

 - семейство линий уровня *ИТ*-критерия.

Аппарат линий уровня представленного здесь *ИТ*-критерия в ситуации ***n* = 2**, приведен на рис. 4.6. Как видим, он представляет собой фрагменты семейства окружностей с центром в утопической точке в соответствующем поле полезностей. При этом радиус окружности, как раз, и представляет показатель *ИТ*-критерия для соответствующей линии уровня.

Таким образом, решение задачи нахождения оптимального решения на основе *ИТ*-критерия в ситуации ***n* = 2** имеет следующую графическую интерпретацию. «Двигаясь» вдоль линий указанного семейства фрагментов окружностей (с центром в утопической точке поля полезностей) ЛПР осуществляет следующий анализ: имеется ли в списке доступных ему решений такая альтернатива, которая в поле полезностей попадает именно на линию уровня «К». При этом движение осуществляется в направлении уменьшения показателя «К» (т.е. в направлении к соответствующей УТ для поля полезностей). Тогда последняя (из анализируемых) точка в поле полезностей, которую «захватит» указанное семейство линий уровня при таком движении, как раз и будет соответствовать выбору *ИТ*-критерия. Это иллюстрирует рис. 4.6.

Дайте самостоятельно соответствующую графическую интерпретацию применительно к ситуации ***n* = 3**, когда при формализации полной группы случайных событий для задачи принятия решения в условиях неопределенности на основе *ИТ*-критерия будет выделено три таких события.

Иллюстрацию процедур метода рассмотрим на том же условном примере, который уже был использован ранее.

ПРИМЕР 4. 6. Анализируется матрица полезностей, которая имеет вид (в дополнительной строке уже сразу приведены координаты соответствующей утопической точки $X_У$):

Решения	Доходы при событиях:			
	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4
X_1	5	4	3	3
X_2	6	2	6	4
X_3	-3	6	2	12
X_4	3	9	1	5
X_5	7	1	5	3
$X_У$	7	9	6	12

Найдем наилучшее решение по *ИТ*-критерию. Предварительно требуется перейти к соответствующей матрице потерь Сэвиджа. Она представлена ниже:

Решения	Потери при событиях:			
	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4
X_1	2	5	3	9
X_2	1	7	0	8
X_3	10	3	4	0
X_4	4	0	5	7
X_5	0	8	1	9

Каждый элемент этой матрицы указывает на возможные потери дохода по отношению к соответствующей координате утопической точки УТ (или точки, которую обозначаем также через $X_У$) в «своем» столбце. Это – условные потери, которые измеряются по отношению к исключительно благоприятной ситуации, когда ЛПР заранее знает или угадывает, какое из случайных событий полной группы наступит.

Далее дополним матрицу потерь одним столбцом. В этом дополнительном столбце представим показатель *ИТ*-критерия, который соответствует «расстоянию» (при синтезированной оценке потерь в рамках каждого решения) между альтернативой и соответствующей УТ. Затем среди элементов дополнительного столбца находим наилучший: *наименьший*. Другими словами, из всех возможных положений в соответствующем пространстве полезностей для интересующего нас альтернативного решения выбираем ближайшее к утопической точке. Строка матрицы потерь с таким показателем определит наилучшее / оптимальное решение по *ИТ*-критерию. Соответствующие процедуры представлены ниже:

Решения	Потери при событиях:				Показатель ИТ-критерия
	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4	
X_1	2	5	3	9	$\sqrt{2^2+5^2+3^2+9^2}=\sqrt{119}$
X_2	1	7	0	8	$\sqrt{1^2+7^2+0^2+8^2}=\sqrt{114}$
X_3	10	3	4	0	$\sqrt{10^2+3^2+4^2+0^2}=\sqrt{125}$
X_4	4	0	5	7	$\sqrt{4^2+0^2+5^2+7^2}=\sqrt{90}$
X_5	0	8	1	9	$\sqrt{0^2+8^2+1^2+9^2}=\sqrt{146}$

Как видим, самый лучший (в формате данного критерия - наименьший) показатель *ИТ*-критерия в нашем примере соответствует решению X_4 (он составляет $\sqrt{90}$ и выделен в дополнительном столбце матрицы). Таким образом, наилучшим решением по *ИТ*-критерию применительно к рассматриваемой ситуации является решение X_4. Кроме того, обратите внимание также и на специфику ранжирования альтернатив по этому критерию:

$$X_4,\quad X_2,\quad X_1,\quad X_3,\quad X_5.$$

Такое ранжирование совпадает только с одним из полученных ранее вариантов ранжирования анализируемых альтернатив в формате других критериев принятия решений в условиях неопределенности. При этом указанное совпадение - именно случайное, причем оно обусловлено конкретными числовыми данными в условиях этого примера (при других числовых данных такого совпадения может и не быть).

Соответственно, как видим, и этот критерий расширяет арсенал доступных для менеджера инструментов / критериев организации выбора, чтобы при оптимизации решения в условиях неопределенности более эффективно добиваться соответствия линий уровня критерия имеющимся предпочтениям ЛПР.

Далее для иллюстрации практического использования представленных в этой главе модифицированных критериев принятия решений в условиях неопределённости вернёмся к упрощённой модели (см. аналогичную иллюстрацию в гл. 1) для задачи выбора способа доставки товара. Чтобы сделать изложение более удобным, напомним условие этой задачи, решение которой уже было неоднократно приведено в гл. 1 - 3, но только применительно к формату традиционных для теории критериев принятия решений в условиях неопределённости. Здесь же в рамках указанной задачи (выбор способа поставки товара) проиллюстрируем особенности реализации новых модифицированных критериев, которые были представлены в этой главе.

8. Иллюстрации и приложения к задаче выбора способа поставки товара (продолжение в формате методов главы 4)

Продолжим иллюстрации применительно к задаче, которая рассматривалась в главах 1 - 3. Напомним, что анализируется следующая упрощенная модель задачи выбора способа доставки товара. А именно, некоторая фирма, располагающая свободным капиталом в объеме 800 000$, анализирует возможность участия в следующей сделке или проекте.

Некоторая партия товара (объем партии не подлежит изменению) может быть куплена за 500 000$ и оптово продана за 560 000$. Неопределенность экономического результата связана только с необходимостью доставки товара.

Анализируются следующие способы доставки:

3. ***Авиатранспорт***: стоимость составляет 22 000$, включая страховку по цене приобретения (вероятность авиакатастрофы составляет 0,001);
4. ***Автотранспорт:*** стоимость - 8 000$, неопределенность обусловлена только возможностью ограбления (вероятность нападения с целью ограбления составляет 0,1).

Имеются следующие дополнительные возможности на рынке услуг, которые требуется учесть в рамках анализируемой модели задачи принятия решений.

3. ***Объявить страховку.*** Известно, что соотношение страхового возмещения к цене страхового полиса составляет 40:1. Предлагается рассмотреть только два варианта объявления страховки: по цене приобретения и по цене реализации.
4. ***Нанять охрану.*** Стоимость составляет 7 000$. Известно, что в 10% случаях наличие охраны не помогает.

Известно, что кредитная ставка на период реализации проекта составляет 3%, а депозитная ставка составляет 2%.

ТРЕБУЕТСЯ: в условиях недоверия к представленным статистическим данным выполнить указанные ниже этапы анализа альтернативных решений, применив методы принятия решений в условиях неопределённости.

- Формализовать постановку задачи, составив перечень всех возможных ситуаций, влияющих на экономический результат; перечень анализируемых альтернативных решений; построить матрицы полезности и потерь;
- Найти наилучшее решение применительно к случаям использования представленных в этой главе специальных модифицированных критериев принятия решений в условиях неопределённости.

РЕШЕНИЕ

Напомним, что ранее в гл.1 эта задача уже была формализована как задача принятия решения в условиях неопределенности. А именно:

7) составлена полная группа из шести случайных событий $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_6$, влияющих на конечный экономический результат и не зависящих от ЛПР;
8) представлены шесть анализируемых ЛПР решений – $X_0, X_1, \dots, X_5$;
9) выписана соответствующая матрица полезностей (ниже она снова приведена в тыс. у.е.) –

	Q_1	Q_2	Q_3	Q_4	Q_5	Q_6
X_0	816.00	816.00	816.00	816.00	816.00	816.00
X_1	843.56	843.56	843.56	783.56	783.56	783.56
X_2	857.84	297.84	297.84	857.84	297.84	297.84
X_3	845.09	785.09	785.09	845.09	785.09	785.09
X_4	843.56	843.56	843.56	843.56	843.56	843.56
X_5	850.70	850.70	290.70	850.70	850.70	290.70

Содержательный аспект анализа был представлен ранее в гл.1. Поэтому сразу приступим к оптимизации решения в формате каждого из рассмотренных в этой главе критериев.

Решение на основе модифицированного критерия Гурвица с привязкой к матрице потерь Сэвиджа ($HW_{mod(S)}$-критерий). Соответствующие процедуры выбора будут представлены ниже. Предварительно напомним, что в формате этого критерия по заданной матрице полезностей $A = (a_{ij})$ сначала надо построить матрицу потерь $L = (l_{ij})$. Указанные потери для каждого альтернативного решения X_i применительно к каждой «внешней» ситуации θ_j $(j = 1,2,...,n)$ определяются именно относительно *j*-ой координаты утопической точки (*УТ*). В нашем примере, напомним, координаты утопической точки поля полезностей - следующие:

События	Q_1	Q_2	Q_3	Q_4	Q_5	Q_6
Координаты *УТ*	857.84 0	850.70 0	843.56 0	857.84 0	850.70 0	843.56 0

Соответствующая матрица потерь (Сэвиджа) представлена ниже:

	Q_1	Q_2	Q_3	Q_4	Q_5	Q_6
X_0	41.840	34.700	27.560	41.840	34.700	27.560
X_1	14.280	7.140	0	74.280	67.140	60.000
X_2	0	552.860	545.720	0	552.860	545.720
X_3	12.750	65.610	58.470	12.750	65.610	58.470
X_4	14.280	7.140	0	14.280	7.140	0
X_5	7.140	0	552.860	7.140	0	552.860

Для удобства сравнения результатов выбора при разных критериях найдем наилучшее решение по $HW_{mod(S)}$ -критерию сначала также применительно к ситуации, когда ЛПР (как и в предыдущем случае) для параметра «*c*» выбирает значение c = 0,7. Дополним матрицу потерь тремя столбцами. В первом (его маркируем как *I*) представим показатель, который соответствует крайней пессимистической позиции, но применительно к матрице потерь (самые большие потери по строке в тыс. у.е.). Во втором (его маркируем как *II*) – показатель, который соответствует позиции крайнего оптимизма (наименьшие потери по строке). В третьем (его маркируем как *III*)– искомый показатель $HW_{mod(S)}$ -критерия при заданном значении «весового» коэффициента c = 0,7. Соответствующие процедуры представлены ниже:

	Q_1	Q_2	Q_3	Q_4	Q_5	Q_6	*I*	*II*	*III*
X_0	41.84	34.70	27.56	41.84	34.70	27.56	41.84	27.56	37.55
X_1	14.28	7.14	0	74.28	67.14	60.00	74.28	0	52.00
X_2	0	552.86	545.72	0	552.86	545.72	552.86	0	387.00
X_3	12.75	65.61	58.47	12.75	65.61	58.47	65.61	12.75	49.75
X_4	14.28	7.14	0	14.28	7.14	0	14.28	0	**10.00**
X_5	7.14	0	552.86	7.14	0	552.86	552.86	0	387.00

Наименьший показатель дополнительного столбца (он равен 10,00 и выделен в указанном столбце матрицы) достигается при альтернативном решении X_4. Таким образом, в рамках $HW_{mod(S)}$ - критерия для данной задачи принятия решений в условиях неопределенностей будет выбрано решение X_4: «вступить в сделку, причем товар доставлять автотранспортом с объявлением страховки по цене реализации». Обратим внимание на то, что при выбранном значении «весового» коэффициента *c* анализируемые альтернативы ранжируются здесь, также как, и при *S*-критерии.

Подчеркнем, что в данном случае в формате рассматриваемого примера указанный выше выбор скорее всего подчеркивает именно то, что это решение (X_4) наилучшим образом соответствует обеим позициям оценки величины возможных потерь. В частности, такой же выбор будет и в случае, когда ЛПР для параметра «*c*» выбирает значение $c = 0{,}3$. Однако, при этом изменится ранжирование рассматриваемых альтернатив. Проверьте это самостоятельно.

Решение на основе модифицированного критерия Гурвица с привязкой к утопической точке ($HW_{mod(УТ)}$-критерий). В рамках этого подхода к принятию решений в условиях неопределенности «нацеливание» линий уровня критерия Гурвица на утопическую точку реализуется без использования матрицы потерь. А именно, для матрицы полезностей реализуется «модификация привязки к утопической точке». Для этого приведем матрицу полезностей, дополнив ее строкой с координатами такой точки.

	Q_1	Q_2	Q_3	Q_4	Q_5	Q_6
X_0	816.00	816.00	816.00	816.00	816.00	816.00
X_1	843.56	843.56	843.56	783.56	783.56	783.56
X_2	857.84	297.84	297.84	857.84	297.84	297.84
X_3	845.09	785.09	785.09	845.09	785.09	785.09
X_4	843.56	843.56	843.56	843.56	843.56	843.56
X_5	850.70	850.70	290.70	850.70	850.70	290.70
УТ	857.84	850.70	843.560	857.840	850.700	843.560

Для удобства сравнения результатов выбора с аналогичными, но для рассмотренных ранее критериев, найдем наилучшее решение по $HW_{mod(УТ)}$ -критерию опять сначала применительно к ситуации, когда ЛПР для параметра «c» выбирает значение c = 0,7. Для нахождения оптимального решения предварительно реализуем требуемые в рамках $HW_{mod(УТ)}$ -критерия процедуры модификации матрицы полезностей. А именно, сначала определяем требуемые «добавки» Δ_j, которые необходимо прибавлять к каждому элементу j-го столбца, чтобы заданную матрицу полезностей привести к новой системе координат:

$$\Delta_1 = 0\ ;\quad \Delta_2 = 7.14\ ;\quad \Delta_3 = 14.28\ ;\quad \Delta_4 = 0\ ;\quad \Delta_5 = 7.14\ ;\quad \Delta_6 = 14.28\ .$$

Теперь можем выписать модифицированную матрицу полезностей. Для этого прибавляем к каждому элементу a_{ij} исходной матрицы полезностей соответствующую добавку Δ_j , найденную выше для соответствующего столбца. После этого сможем реализовать необходимые процедуры выбора в рамках рассматриваемого критерия.

	Q_1	Q_2	Q_3	Q_4	Q_5	Q_6	I	II	III (c = 0,7)
X_0	816.00	823.14	830.28	816.00	823.14	830.280	816.00	830.28	820.284
X_1	843.56	850.70	857.84	783.56	790.80	797.840	783.56	857.84	805.844
X_2	857.84	304.98	312.12	857.84	304.98	312.120	304.98	857.84	470.838
X_3	845.09	792.23	799.37	845.09	792.23	799.370	792.23	845.09	808.088
X_4	843.56	850.70	857.84	843.56	850.70	857.840	843.56	857.84	**847.844**
X_5	850.70	857.84	304.98	850.70	857.84	304.980	304.98	857.84	470.838

Напомним, что в новой системе координат, к которой приведено изображение матрицы полезностей, линии уровня HW-критерия окажутся «нацеленными» именно на утопическую точку поля полезностей в рамках рассматриваемого примера. Поэтому реализованные процедуры просто соответствуют процедурам HW-критерия, причем применительно к полученной новой модифицированной матрице полезностей. А именно, указанную матрицу дополнили тремя столбцами. В первом представили соответствующий показатель крайней пессимистической позиции (MM-критерия). Во втором – соответствующий показатель крайней оптимистической позиции (H-критерия). В третьем – средневзвешенный показатель HW-критерия при заданном значении «весового» коэффициента c = 0,7 (это и будет искомый показатель $HW_{mod(УТ)}$ –критерия при указанном значении c). Выбирается решение с наибольшим таким средневзвешенным показателем, поскольку он относится к величине дохода.

Как видим, самый большой показатель столбца III применительно к последней матрице в нашем примере соответствует решению X_4 (он составляет 843.56·0,7+857.84·0,3=847.844 и выделен в матрице). Таким образом, наилучшим решением по $HW_{mod(УТ)}$-критерию применительно к рассматриваемой ситуации, когда ЛПР для параметра «c» выбирает значение c = 0.7, является решение X_4. Естественно, при других значениях «весового» коэффициента c выбор, вообще говоря, может быть другим. Однако, применительно к этой задаче оптимизации, убедитесь самостоятельно в том, что

- при c = 1 снова будет выбрано решение X_4;
- при c = 0 будет выбрано одно из решений X_1 ; X_2 ; X_4 ; X_5 (любое из них, т.к. в рамках такого критерия они являются эквивалентными между собой) ;
- при c = 0,5 снова будет выбрано решение X_4; и т.д.

Сравните результаты выбора (и результаты ранжирования анализируемых альтернатив) для рассмотренного здесь $HW_{mod(УТ)}$ –критерия с аналогичными результатами для такой же задачи, но уже применительно к $HW_{mod(S)}$–критерию. Обратите внимание на полное совпадение указанных результатов в формате этих критериев. Именно для этого и был предложен $HW_{mod(УТ)}$ –критерий. При этом отметьте, что в последнем случае при нахождении оптимального решения матрица потерь Сэвиджа не использовалась.

Решение на основе модифицированного критерия произведений с «привязкой» к утопической точке ($P_{mod\ (УТ)}$ – критерий). Напомним, что в рамках этого подхода к принятию решений в условиях неопределенности соответствующие процедуры «нацеливания» линий уровня критерия произведения на утопическую точку реализуются без использования матрицы потерь Сэвиджа.

Соответственно, для матрицы полезностей реализуется так называемая «модификация привязки к утопической точке». Поскольку эти процедуры применительно к рассматриваемой задаче оптимального выбора способа поставки товара в условиях неопределенности уже были представлены выше (см. предыдущий критерий), то далее сразу выпишем соответствующий окончательный результат. А именно, выпишем модифицированную матрицу полезностей, которая получается после добавления к каждому элементу исходной матрицы полезностей соответствующей добавки Δ_j для *j*-го столбца.

	Q_1	Q_2	Q_3	Q_4	Q_5	Q_6	Показатель $P_{mod(УТ)}$–критерия
X_0	816.00	823.14	830.28	816.00	823.14	830.280	$3{,}11 \cdot 10^{17}$
X_1	843.56	850.70	857.84	783.56	790.80	797.840	$3{,}04 \cdot 10^{17}$
X_2	857.84	304.98	312.12	857.84	304.98	312.120	$0{,}67 \cdot 10^{16}$
X_3	845.09	792.23	799.37	845.09	792.23	799.370	$2{,}86 \cdot 10^{17}$
X_4	843.56	850.70	857.84	843.56	850.70	857.840	**$3{,}79 \cdot 10^{17}$**
X_5	850.70	857.84	304.98	850.70	857.84	304.980	$4{,}95 \cdot 10^{16}$

Новое представление матрицы полезностей автоматически соответствует такой системе координат, в которой линии уровня *P*-критерия окажутся «нацеленными» именно на утопическую точку поля полезностей (с учетом атрибутов доходов рассматриваемого примера). Поэтому далее просто реализуем процедуры *P*-критерия к полученной новой модифицированной матрице полезностей. А именно, указанную матрицу дополняем одним столбцом. В нем представляем результаты соответствующего произведения элементов по строкам матрицы (это и будет показатель $\mathrm{P}_{\mathrm{mod\ (УТ)}}$–критерия). По элементам дополнительного столбца выбирается альтернативное решение, которому соответствует наибольший показатель этого критерия.

Как видим, самый большой такой показатель применительно к последней матрице в нашем примере соответствует решению X_4 (он составляет $(843.56)^2 \cdot (850.7)^2 \cdot (857.84)^2 = 3{,}79 \cdot 10^{17}$ и выделен в матрице). Таким образом, наилучшим альтернативным решением по $P_{mod(УТ)}$–критерию применительно к рассматриваемой ситуации, является альтернатива X_4. Подчеркнем, что ранжирование (в порядке убывания предпочтения) анализируемых альтернатив по этому критерию отличается от всех, представленных ранее в предыдущих главах:

$$X_4,\quad X_0,\quad X_1,\quad X_3,\quad X_5,\quad X_2.$$

Сравните результаты оптимального выбора для рассмотренного здесь $P_{mod\ (УТ)}$–критерия с результатами выбора наилучшего решения для такой же задачи, но применительно к обычному *P*–критерию (без соответствующей модификации, -- см. главу 2). Сравните также результаты ранжирования анализируемых альтернатив по этим критериям. Объясните самостоятельно отсутствие совпадения таких результатов в формате этих критериев.

Решение на основе модифицированного критерия произведений с привязкой к матрице потерь Сэвиджа ($P_{mod(S)}$-критерий). Линии уровня $P_{mod(S)}$-критерия представляют собой гиперболы, центры симметрии которых, расположены вдоль «направляющей» прямой, проходящей через утопическую точку поля полезностей, причем параллельно биссектрисе первого координатного угла. При этом указанные гиперболы «загнуты» таким образом, что это соответствует достаточно оптимистической позиции ЛПР относительно неопределенности конечного экономического результата. В частности, по крайней мере, - намного более оптимистической позиции, чем у нейтрального критерия. В рамках этого критерия сначала по заданной матрице полезностей $A = (a_{ij})$ надо построить соответствующую матрицу потерь Сэвиджа $L = (l_{ij})$. Для этого, напомним, используются координаты соответствующей утопической точки (УТ), которая применительно к нашей задаче уже была представлена выше. Для удобства изложения приведем здесь необходимые параметры еще раз:

События	Q_1	Q_2	Q_3	Q_4	Q_5	Q_6
Координаты *УТ*	857.840	850.700	843.560	857.840	850.700	843.560

Соответствующая матрица потерь имеет вид:

	Q_1	Q_2	Q_3	Q_4	Q_5	Q_6
X_0	41.840	34.700	27.560	41.840	34.700	27.560
X_1	14.280	7.140	0	74.280	67.140	60.000
X_2	0	552.860	545.720	0	552.860	545.720
X_3	12.750	65.610	58.470	12.750	65.610	58.470
X_4	14.280	7.140	0	14.280	7.140	0
X_5	7.140	0	552.860	7.140	0	552.860

Матрица такого типа всегда содержит нулевые элементы (как минимум по одному нулевому элементу в каждом столбце). Поэтому далее необходимо реализовать процедуры ее модификации на положительность.

А именно, в соответствии с атрибутами процедур критерия, к каждому элементу матрицы потерь добавим единицу. После этого можно реализовать требуемые процедуры рассматриваемого здесь критерия: найти произведения элементов по строкам матрицы. Затем будет выбрано решение, которому соответствует наименьший результат такого произведения. Результаты произведений по строкам матрицы представлены в дополнительном ее столбце.

	Q_1	Q_2	Q_3	Q_4	Q_5	Q_6	Показатель для выбора по $P_{mod(S)}$-критерию.
X_0	41.841	34.701	27.561	41.841	34.701	27.561	$16{,}01\cdot10^{8}$
X_1	14.281	7.141	1	74.281	67.141	60.001	$1{,}15\cdot10^{8}$
X_2	1	552.861	545.721	1	552.801	545.721	$91{,}02\cdot10^{10}$
X_3	12.751	65.611	58.471	12.751	65.611	58.471	$23{,}93\cdot10^{8}$
X_4	14.281	7.141	1	14.281	7.141	1	**$1{,}04\cdot10^{4}$**
X_5	7.141	1	552.861	7.141	1	552.861	$15{,}58\cdot10^{6}$

Итак, в рамках $P_{mod(S)}$-критерия для данной задачи наилучшее (здесь - наименьшее) значение показателя критерия достигается в пятой строке матрицы потерь в формате альтернативы X_4 (выделено в дополнительном столбце матрицы). Соответственно, как видим, в качестве оптимального по $P_{mod(S)}$-критерию будет выбрана альтернатива X_4: «вступить в сделку, причем товар доставлять автотранспортом с объявлением страховки по цене реализации». При этом ранжирование анализируемых альтернатив отличается от всех ранжирований такого типа, которые были рассмотрены ранее применительно к другим критериям принятия решений в условиях неопределенности:

$$X_4,\ \ X_5,\ \ X_3,\ \ X_0,\ \ X_1,\ \ X_2.$$

Подчеркнем, что такое альтернативное решение и раньше уже выбирали многие критерии. Но в данной ситуации указанный выбор, прежде всего, подчеркивает именно то, что такая альтернатива (X_4) в соответствующем «гиперполе» полезностей представлена точкой на достаточно «оптимистической» линии уровня для ЛПР.

Решение на основе модифицированного критерия Гермейера с привязкой к утопической точке поля полезностей ($G_{УТ}$(mod)-критерий). Процедуры «нацеливания» соответствующих линий уровня на утопическую точку поля полезностей в формате модифицированного критерия Гермейера формализуются на основе координат утопической точки (*УТ*). В нашем примере все элементы матрицы полезностей положительны. При этом, напомним, координаты утопической точки поля полезностей - следующие:

События	Q_1	Q_2	Q_3	Q_4	Q_5	Q_6
Координаты УТ	857.840	850.700	843.560	857.840	850.700	843.560

Шаг 1. Определяем вспомогательные показатели $\tilde{q}_j$ в формате процедур этого критерия:

События	Q_1	Q_2	Q_3	Q_4	Q_5	Q_6
$\tilde{q}_j$	857.84	850.70	843.56	857.84	850.70	843.56

Шаг 2. Для реализации операции нормировки находим сумму

$$\sum_{j=1}^{6} \tilde{q}_j = 5104{,}2$$

и нормировочный множитель

$$k = \frac{1}{\sum_{j=1}^{6} \tilde{q}_j} = 0{,}000196.$$

После этого находим соответствующие «симуляторы» для субъективных вероятностей:

$$\hat{q}_1 = 0{,}1681; \qquad \hat{q}_2 = 0{,}1667;$$

$$\hat{q}_3 = 0{,}1652; \qquad \hat{q}_4 = 0{,}1681;$$

$$\hat{q}_5 = 0{,}1667; \qquad \hat{q}_6 = 0{,}1652.$$

Шаг 3. К матрице полезностей дописываем дополнительный столбец. Заполняем его следующими элементами (K_i). Они будут представлять собой наименьшие по величине выражения среди всех возможных (в рамках каждой строки) анализируемых значений частного, которое получается при делении каждого отдельного элемента строки на «симулятор» вероятности соответствующего события. По наибольшему такому показателю в дополнительном столбце матрицы полезностей будет выбрано оптимальное альтернативное решение. Для удобства расчетов в скобках рядом с обозначениями событий полной группы дополнительно проставлены соответствующие «симуляторы» для указанных вероятностей. А именно:

	Q_1 *(0,1681)*	Q_2 *(0,1667)*	Q_3 *(0,1652)*	Q_4 *(0,1681)*	Q_5 *(0,1667)*	Q_6 *(0,1652)*	Показатель K_i
X_0	816.00	816.00	816.00	816.00	816.00	816.00	4 854,25
X_1	843.56	843.56	843.56	783.56	783.56	783.56	4 661,27
X_2	857.84	297.84	297.84	857.84	297.84	297.84	1 786,68
X_3	845.09	785.09	785.09	845.09	785.09	785.09	4 709,60
X_4	843.56	843.56	843.56	843.56	843.56	843.56	**5 018,20**

X_5	850.70	850.70	290.70	850.70	850.70	290.70	1 759,69

Наилучший (самый большой) показатель $G_{УТ}(mod)$-критерия в нашем примере, как видим, соответствует решению X_4 (он составляет 843,56 : *0,1681* = 5 018,2 и выделен в дополнительном столбце матрицы). Таким образом, альтернатива X_4 - наилучший выбор по $G_{УТ}(mod)$-критерию. Кроме того, подчеркнем, что ранжирование анализируемых альтернатив становится следующим:

$$X_4, \quad X_0, \quad X_3, \quad X_1, \quad X_2, \quad X_5.$$

Такое ранжирование – убедитесь самостоятельно - совпадает с ранжированием только одного из представленных ранее критериев принятия решений в условиях неопределенности. Однако, указанного совпадения не будет при других числовых параметрах в формате такой задачи. Поэтому, приведенная модификация снова расширяет арсенал методов, которые могут использовать менеджеры для адаптации линий уровня критерия применительно к предпочтениям ЛПР.

Решение на основе метода идеальной точки (ИТ-критерий). Сначала подчеркнем, что применительно к этому критерию по исходно заданной матрице полезностей $A = (a_{ij})$ предварительно надо построить соответствующую матрицу потерь Сэвиджа $L = (l_{ij})$. Для этого, как и ранее, потребуются координаты соответствующей утопической точки (УТ). Они применительно к нашей задаче уже были представлены выше.

Затем для каждой альтернативы на основе представленных возможных потерь при отдельных случайных событиях синтезируется показатель «расстояния» между такой альтернативой и соответствующей утопической точкой поля полезностей. Это показатель характеризует меру потерь дохода для альтернативы относительно идеальной утопической ситуации. Естественно, ЛПР будет минимизировать такой показатель.

Поскольку процедуры построения соответствующей матрицы потерь для рассматриваемой задачи выбора способа поставки товара уже были реализованы выше (см. выбор решения на основе модифицированного $HW_{mod(S)}$ -критерия), то здесь сразу представим указанную матрицу потерь Сэвиджа. Кроме того, для более полной иллюстрации и лучшего понимания специфики реализуемых процедур, в дополнительной строке указанной матрицы также приведем координаты утопической точки, но уже в соответствующей системе координат *пространства потерь*, а не пространства полезностей (для удобства восприятия такая строка выделена жирным шрифтом). При этом также дополним такую матрицу одним столбцом, в котором представим значения интересующих нас показателей K_i для имеющихся альтернатив в формате соответствующего критерия. Это – значения корня квадратного из суммы квадратов элементов по строкам указанной матрицы.

	Q_1	Q_2	Q_3	Q_4	Q_5	Q_6	Показатель *ИТ*-критерия K_i
X_0	41.840	34.700	27.560	41.840	34.700	27.560	$\sqrt{7428,46}$
X_1	14.280	7.140	0	74.280	67.140	60.000	$\sqrt{13880,2}$
X_2	0	552.860	545.720	0	552.860	545.720	$\sqrt{1206929}$
X_3	12.750	65.610	58.470	12.750	65.610	58.470	$\sqrt{15771,95}$
X_4	14.280	7.140	0	14.280	7.140	0	$\sqrt{509,8}$
X_5	7.140	0	552.860	7.140	0	552.860	$\sqrt{61141,32}$
УТ	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**

Наилучший (наименьший) показатель в формате этого критерия соответствует альтернативе X_4 (он составляет $\sqrt{509,8}$ и, как обычно, выделен в дополнительном столбце матрицы). Таким образом, по *ИТ*-критерию для данной задачи принятия решений в условиях неопределенностей, как видим, в качестве оптимального решения будет выбрана альтернатива X_4: «вступить в сделку, причем товар доставлять автотранспортом с объявлением страховки по цене реализации». Такое решение уже выбирали ранее многие критерии. Но в данной ситуации указанный выбор, прежде всего, подчеркивает именно то, что такое решение (X_4) в соответствующем «гиперпространстве» является ближайшим к утопической точке поля полезностей, которая символически «представляет» наиболее желательные для ЛПР сценарии реализации конечного дохода. Кстати, укажем, как *ИТ*-критерий ранжирует анализируемые альтернативы: X_4, X_0, X_1, X_3, X_5, X_2.

Такое же ранжирование (применительно к условиям данной задачи) дал ранее только $P_{mod(S)}$-критерий. Постарайтесь самостоятельно представить объяснение того факта, что указанное совпадение является, вообще говоря, случайным. В данной ситуации оно обусловлено структурой конкретных заданных числовых параметров в формате рассматриваемой модели. Как видим, приведенная модификация также расширяет арсенал методов, которые помогут менеджерам более эффективно адаптировать линий уровня критерия применительно к предпочтениям ЛПР.

ВОПРОСЫ (к главе 4)

4.1. Какие подходы к модификации критерия оптимизации позволяют в задачах принятия решений в условиях неопределенности «нацеливать» соответствующее семейство линий уровня на утопическую точку поля полезностей? В частности, перечислите некоторые из модифицированных критериев такого типа.
4.2. Каким образом возможности управления аппаратом линий уровня, свойственные критерию Гурвица, синтезируются со спецификой критерия Сэвиджа в формате $HW_{mod(S)}$-критерия? В частности, укажите, как именно формализуется задача нахождения наилучшего решения в рамках этого критерия.
4.3. В каком смысле $HW_{mod(УТ)}$-критерий обобщает некоторые классические критерии принятия решений в условиях неопределенности? Укажите какие именно критерии.
4.4. Укажите отличительные особенности $HW_{mod(УТ)}$-критерия, отметив, в частности:
- Вид соответствующих «линий уровня»;
- Преимущества и недостатки этого критерия в сравнении с классическими критериями принятия решений в условиях неопределенности.

4.5. Приведите атрибуты модифицированного $P_{mod(УТ)}$-критерия. В частности, отметьте:
- Особенности ограничений, связанные с его реализацией;
- Формальную постановку задачи нахождения наилучшего решения в рамках этого критерия;
- Вид соответствующих «линий уровня»;
- Преимущества и недостатки этого критерия в сравнении с другими критериями принятия решений в условиях неопределенности.

4.6. С помощью аппарата «линий уровня» обоснуйте:
- Почему применительно к $P_{mod(S)}$-критерию можно утверждать, что этот критерий характеризует значительно менее пессимистическое отношение ЛПР к неопределенности экономического результата, чем при N-критерии?
- Для какого из классических критериев выбор в области весьма больших цифровых значений элементов матрицы полезностей будет близок к выбору $P_{mod(S)}$-критерия?

4.7. Какая специфика отношения ЛПР к неопределенности экономического результата формализуется в рамках $G_{УТ}(mod)$-критерия? В частности, укажите:
- На какой класс задач принятия решений в условиях неопределенности ориентирован этот критерий;
- Особенности ограничений, связанных с его реализацией;
- Особенности требований ЛПР к наилучшему выбору;
- Как именно формализуется задача нахождения наилучшего решения в рамках критерия.

4.8. Представьте графическую интерпретацию задачи выбора решения в формате $G_{УТ}(mod)$-критерия. Отметьте при этом:
- Особенности аппарата его «линий уровня»;
- В каком случае можно говорить, что $G_{УТ}(mod)$-критерий обобщает модифицированный $MM_{УТ}$-критерий (обоснуйте это с помощью соответствующих «линий уровня»).

4.9. Каким образом формализуются процедуры оптимизации решения в условиях неопределенности применительно к критерию идеальной точки?

4.10. Представьте графическую интерпретацию задачи выбора наилучшего решения применительно к реализации критерия идеальной точки в трехмерном пространстве доходов. При этом укажите соответствующие особенности аппарата «линий уровня» такого критерия.

Глава 5. ФЕНОМЕН БЛОКИРОВКИ ВЫБОРА ДЛЯ СТРАТЕГИЙ ДИВЕРСИФИКАЦИИ ПОСТАВОК ПРИ ОПТИМИЗАЦИИ ЛОГИСТИЧЕСКИХ СИСТЕМ В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ

Возможны ли ситуации, когда при оптимизации логистической системы в условиях неопределенности, в частности, системы управления запасами, интересующее и устраивающее ЛПР альтернативное решение не будет выбрано ни одним из представленных в предыдущих главах критериев? Какие причины могут обусловливать такие ситуации даже, несмотря на то, что интересующее ЛПР решение не будет являться доминируемым ни каким другим альтернативным решением? Какие процедуры модификации критериев помогут устранять такие аномалии или такой недостаток применительно к процедурам выбора решений в условиях неопределенности, чтобы предоставить менеджеру по логистике возможности:

- «обходить» соответствующие аномальные феномены «блокировки» для решений, которые предпочитает ЛПР при оптимизации систем управления запасами;
- более эффективно адаптировать линии уровня критерия применительно к предпочтениям ЛПР?

Ответы на эти и другие вопросы можно найти в этой главе. Представленные здесь материалы подчеркнут необходимость разработки новых специальных модификаций для рассмотренных ранее критериев принятия решений в условиях неопределенности. Отметим, что такие модификации потребуют от менеджера умения формализовать и частичный «сдвиг» линий уровня выбираемого ЛПР критерия по направлению к утопической точке соответствующего поля полезностей в пространстве доходов, и частичное изменение угла наклона направляющей для таких линий уровня (также с нацеливанием на утопическую точку поля полезностей).

1. Специфика задач оптимизации решений в условиях неопределенности при управлении запасами

В этой главе будет проиллюстрирована одна специфическая особенность, свойственная задачам принятия решений в условиях неопределенности, которую применительно к задачам оптимизации стратегий диверсификации поставок, например, в системах управления запасами, следует рассматривать как аномальную. А именно, для задачи управления запасами (в условиях неопределенности) будет показано, что интересные, приемлемые и даже возможно наилучшие для ЛПР решения/альтернативы могут иметь такую структуру в пространстве доходов, которая будет приводить к «блокировке» выбора этих решений в качестве оптимальных. Другими словами, будет показано, что на практике может иметь место следующая ситуация: альтернативное решение, которое может предпочитать ЛПР (разумеется, указанное решение будет иметь такую структуру, что никакое другое решение не будет доминировать его), не будет выбрано ни одним из критериев, представленных ранее. При этом будет также показано, что указанные в этой главе специальные модификации применительно к уже известным критериям принятия решений в условиях неопределенности, а также и применительно к некоторым другим критериям, могут позволить «обойти» такие неожиданные и аномальные феномены «запретов» выбора определенных альтернатив, связанные с возможными указанными «блокировками». Понятно, что возможности, которые будут предоставлять соответствующие модификации для ЛПР, могут оказаться интересными для любого менеджера по логистике.

При оптимизации системы управления запасами интересующие нас в этой главе решения / альтернативы, которые могут иметь указанную структуру в пространстве доходов, представляются, например, стратегиями следующего типа. Они ориентируют ЛПР на диверсификацию объема годовых поставок с учетом имеющихся предложений поставщиков (в каких либо пропорциях). Подчеркнем, что такие стратегии могут заведомо быть приемлемыми для ЛПР, поскольку они нацелены на снижение рисков срыва поставок. Блокировка их выбора, естественно, озадачит менеджеров по логистике. Действительно, осторожные к риску ЛПР, которые заведомо ориентируются на диверсификацию поставок по имеющимся предложениям поставщиков, могут с удивлением обнаружить, что ни один из представленных ранее критериев не выберет такую стратегию. Понять причину таких «аномалий» при оптимизации системы управления запасами в условиях неопределенности и предложить модификации критериев, которые смогут «обходить» нежелательный эффект указанной блокировки заведомо приемлемого для ЛПР выбора, – вот цель исследования, представленного в данной главе. Для достижения указанной цели при формализации анализируемой модели потребуется учесть ряд особенностей. Отметим такие особенности.

1. Понятно, что для оценки целесообразности диверсификации поставок при управлении запасами в условиях неопределенности соответствующие рассматриваемые альтернативные решения должны быть формализованы с учетом требований теории принятия решений в условиях неопределенности.
2. Естественно, в соответствии с атрибутами и принципами формализации соответствующей матрицы полезностей, задача оптимизации стратегии управления запасами в рамках такой модели должна быть рассмотрена как задача максимизации ожидаемой годовой прибыли (в отличие от классических постановок задач минимизации издержек для теории управления запасами).
3. При этом задача оптимизации будет рассмотрена применительно к модели, в рамках которой ряд параметров принимается в качестве неопределенных параметров. Однако, напомним, при определении элементов матрицы полезностей для необходимых расчетов будут использованы конкретные показатели этих параметров в формате соответствующих сценариев их реализации.
4. Кроме того, указанная формализация должна учитывать возможность, в частности, использования имеющихся предложений от разных поставщиков.

Соответствующие процедуры будут в полном объеме формализованы в следующей части книги. Здесь же подчеркнем, что структура интересующей нас задачи нахождения оптимальной стратегии управления запасами как задачи принятия решения в условиях неопределенности будет иметь ряд особенностей, которые мы можем уже рассмотреть и исследовать здесь. В частности, далее будет установлена причина того, что при оптимизации решения в условиях неопределенности интересующая и, например, устраивающая ЛПР альтернатива, предусматривающая перераспределение требуемого годового объема поставок между поставщиками, не будет выбрана ни одним из представленных в предыдущих главах критериев. В качестве адекватного инструмента, позволяющего устранять такой недостаток, будут предложены специальные модификации, допускающие реализацию именно частичного «сдвига» линий уровня критерия к утопической точке поля полезностей. Будет проиллюстрировано, что они дадут менеджерам возможность при оптимизации решения реализовать более полную адаптацию линий уровня ЛПР и его отношения к неопределенности конечного результата прибыли применительно к линиям уровня выбранного критерия оптимизации.

Хорошо известно, что среди методов управления рисками в логистике (а также и применительно к другим приложениям) особое место занимают методы диверсификации рисков. Подчеркнем, что в рамках соответствующей классической концепции понятие «диверсификация риска» подразумевает в теории возможность достижения приемлемого для ЛПР баланса между риском и доходом (в частности, например, - снижение риска, причем, возможно и с учетом уменьшения ожидаемого дохода) за счет реализации следующих процедур. А именно, требуемый эффект ЛПР достигает на основе перераспределения своего капитала (своих ресурсов, средств, активности и т.п.) между различными доступными для него предложениями рынка. При этом риски, которые соотносятся с одним вложением капитала (например, с одним возможным вариантом организации соответствующих поставок), будут не столь существенными в рамках общего суммарного для ЛПР экономического результата по всем реализованным его вложениям (т.е. в рамках интересующей нас задачи оптимизации стратегии управления запасами - соответственно по всей совокупности реализованных вариантов организации поставок). Это может обусловливаться тем, что потери в одних реализациях будут, в некоторой мере, компенсироваться отсутствием таковых в других реализациях. Такую ситуацию, как известно, хорошо иллюстрирует английская поговорка: «не кладите все яйца в одну корзину». Соответствующие возможности управления рисками на основе их диверсификации сегодня подчеркиваются и рекомендуются к использованию практически всеми руководствами по риск-менеджменту. Понятно, что многие ЛПР будут заинтересованы в выборе стратегий такого типа.

Применительно к организации систем управления запасами соответствующие стратегии управления рисками, использующие принцип диверсификации рисков, могут быть реализованы, в частности, на основе перераспределения требуемого объема годовых поставок между различными поставщиками. Разумеется, это будет иметь место, если такая возможность диверсификации поставок имеется для анализируемого товара. Естественно, указанное перераспределение объемов поставок между поставщиками «не является самоцелью». В соответствии с классической теорией риска можно ожидать, что его эффективное использование позволит снизить суммарные ожидаемые годовые издержки из-за штрафов и потерь, которые обусловливаются возможными случайными нарушениями сроков или объемов поставок (или даже непосредственно срывов поставок), а также из-за возможных отклонений для показателей качества продукции (например, в случае возврата товара).

Понимая это, ЛПР или менеджер по логистике среди различных альтернативных вариантов организации системы управления запасами в условиях риска будет анализировать также и решения, которые, в частности, априори зададут ориентацию именно на диверсификацию объема годовых поставок между доступными поставщиками. Аналогичные стратегии будут анализироваться ЛПР или менеджерами также и применительно к ситуациям оптимизации решений при управлении запасами в условиях неопределенности. Именно ситуации указанного типа и являются здесь объектом исследования.

А именно, рассмотрим модель оптимизации системы управления запасами, в рамках которой имеется возможность использовать предложения двух поставщиков (I и II). Для упрощения изложения далее анализируем ситуацию, когда применительно к анализируемым сценариям в формате оптимизационной модели в условиях неопределенности параметры, характеризующие соответствующие издержки для обоих поставщиков можно принять идентичными (между собой). Отметим соответствующие основные понятия и используемые обозначения:

- D – потребление продукции за год;
- C_h - затраты на хранение единицы продукции за год;
- C_0 - накладные расходы на каждую поставку, т.е. это - издержки поставки, которые не удобно представлять на каждую единицу поставляемого товара, соответственно они формализуются и задаются применительно к отдельной поставке;
- q - размер заказа;
- $C_П$ – цена закупки единицы продукции;
- $C_{0П}$ - другие расходы на каждую поставку, которые удобно представлять на каждую единицу поставляемого товара и можно включать в стоимость единицы товара (далее считаем, что такие процедуры уже реализованы);
- $C_Г$ – общие суммарные годовые издержки/затраты.

Сравним результаты расчетов для ожидаемых годовых издержек поставок, которые получит менеджер в формате конкретного сценария матрицы полезностей при анализе следующих двух ситуаций (эти ситуации относятся к различным альтернативным решениям, обусловливаемым отношением ЛПР к стратегии диверсификации поставок):

1) когда диверсификация поставок не реализуется, т.е. в рамках стратегии управления запасами, априори принимается, что будет выбран именно один поставщик соответствующего товара (любой из указанных I и II, т.к. их параметры идентичны между собой);

2) когда используется диверсификация объема годовых поставок между двумя поставщиками; кроме того, годовое потребление покрывается ими в равных долях (в отношении 1:1), причем соответствующие поставки реализуются независимо друг от друга.

I. *Диверсификация поставок не анализируется.* Рассмотрим первую из указанных ситуаций. Тогда, при ориентации только на одного поставщика (любого из I и II), для величины средних ожидаемых годовых издержек поставок (обозначим их в этом случае через $C_{Г(1)}$) в соответствии с методами математической теории управления запасами можно записать

$$C_{Г(1)} = \frac{D}{q} \cdot C_O + \frac{q}{2} \cdot C_h,$$

где опущено слагаемое для годовой стоимости поставляемого товара, которое не зависит от выбора объема заказа (т.е. оно может рассматриваться как соответствующая константа при любой стратегии управления). Для минимизации средних ожидаемых годовых издержек поставок $C_{Г(1)}$ объем заказа выбирается по известной формуле экономичного размера заказа:

$$q_O = \sqrt{\frac{2DC_O}{C_h}}.$$

Подставляя указанное значение q_O вместо параметра q в выражение для $C_{Г(1)}$ найдем соответствующее выражение для минимальных годовых издержек $C_{(1)}(min)$. А именно, при оптимальном значении размера заказа он принимает вид

$$C_{(1)}(min) = \frac{D \cdot C_0}{\sqrt{\frac{2DC_0}{C_h}}} + \frac{C_h}{2} \cdot \sqrt{\frac{2DC_0}{C_h}}.$$

Последнее выражение легко преобразуется к виду

$$C_{(1)}(min) = \sqrt{\frac{D \cdot C_0 \cdot C_h}{2}} + \sqrt{\frac{D \cdot C_0 \cdot C_h}{2}}\,.$$

Или, окончательно,

$$C_{(1)}(min) = \sqrt{2DC_0C_h} \qquad (*)$$

II. ***Диверсификация поставок анализируется.*** Рассмотрим теперь вторую из указанных выше ситуаций. При использовании независимых поставок от обоих поставщиков в рамках соответствующей стратегии диверсификации поставок, причем в равных долях покрывающих годовое потребление D (диверсификация поставок в отношении 1:1), объем годовых поставок от каждого поставщика составит $D/2$. При оптимальной и независимой организации таких поставок от каждого из поставщиков соответствующие годовые издержки по каждому из них (обозначим указанные издержки, связанные с одним из поставщиков, применительно к такой ситуации через $C_{Г(1:1)}$) составят

$$C_{Г(1:1)} = \frac{D/2}{q} \cdot C_0 + \frac{q}{2} \cdot C_h,$$

Здесь снова опущено слагаемое для годовой стоимости поставляемого товара, которое не зависит от выбора объема заказа.

Для минимизации средних ожидаемых годовых издержек поставок $C_{Г(1:1)}$ соответствующий объем заказа применительно к одному (каждому) из поставщиков снова выбирается по формуле экономичного размера заказа, которая применительно к этой ситуации принимает следующий вид:

$$q_{0(1:1)} = \sqrt{\frac{2 \cdot (D/2) \cdot C_0}{C_h}} = \sqrt{\frac{D \cdot C_0}{C_h}}$$

Соответственно при диверсификации поставок (в отношении 1:1), причем при оптимальной и независимой их организации, минимально возможные суммарные годовые издержки, связанные с обоими поставщиками для покрытия годового потребления D (обозначим их через $2C_{Г(1:1)}(min)$) , будут определяться равенством

$$2C_{Г(1:1)}(min) = \frac{D \cdot C_0}{\sqrt{\frac{D \cdot C_0}{C_h}}} + C_h \cdot \sqrt{\frac{D \cdot C_0}{C_h}}\,.$$

После упрощения получаем следующее равенство

$$2C_{Г(1:1)}(min) = 2 \cdot \sqrt{D \cdot C_0 \cdot C_h}\,. \qquad (**)$$

Сравнивая результаты для суммарных годовых издержек, представленные соотношениями (*) и (**), легко видеть следующее. Величина издержек, определяемая формулой (**), когда годовое потребление диверсифицируется между поставщиками, оказывается большей, чем величина издержек, определяемая формулой (*), когда такая диверсификация поставок товара не используется. При этом увеличение соответствующих издержек при использовании стратегии диверсификации, как оказывается, составляет 41% (в $\sqrt{2}$ раз).

Конечно, в общей структуре суммарных годовых издержек (т.е. с учетом годовой стоимости поставляемого товара) соответствующее приращение в процентном выражении будет намного и намного меньшим. Действительно, основная составляющая в общих годовых затратах может определяться другими затратами, в частности, такими как оплата стоимости товара. Поэтому в реальной ситуации указанный рост годовых издержек на хранение и накладные расходы поставок приведет к росту общих суммарных годовых затрат, скорое всего, лишь на доли процента.

Тем не менее, как видим, процедуры диверсификации поставок при независимой и оптимальной их организации приводят к следующему эффекту. При указанной диверсификации появляется дополнительная отдельная составляющая в общей сумме годовых издержек. В абсолютном представлении величина такой дополнительной составляющей (в рамках указанного эффекта) равна

$$2C_{\Gamma(1:1)}(min) - C_{(I)}(min) = (\sqrt{2} - 1)\cdot \sqrt{2DC_0C_h}\ .$$

Как видим, процедуры диверсификации поставок (при независимой организации таких поставок от поставщиков) приводят к дополнительным издержкам. Другими словами, применительно к указанной ситуации можно подчеркнуть следующее: за возможность снижения риска срыва поставок «приходится дополнительно платить». Указанная особенность (эффект роста издержек при диверсификации) имеет место, естественно, не только для стратегии диверсификации годового объема поставок товара между поставщиками I и II в отношении (1:1). Действительно, покажем, что это имеет место применительно к любым стратегиям диверсификации указанного типа.

2. Феномен роста издержек для стратегий диверсификации поставок в моделях управления запасами

Рассмотрим теперь модель стратегии диверсификации поставок в общем виде. Пусть при использовании независимых поставок от обоих поставщиков годовое потребление D в рамках соответствующей стратегии диверсификации поставок покрывается в долях $k : l$ (диверсификация поставок в отношении $k : l$). Тогда объем годовых поставок от первого поставщика составит $k{\cdot}D/(k + l)$. Кроме того, объем годовых поставок от второго поставщика составит $l{\cdot}D/(k + l)$. При оптимальной и независимой организации таких поставок от каждого из поставщиков соответствующие годовые издержки по первому из них (обозначим указанные издержки, связанные с первым из поставщиков, применительно к такой ситуации через $C_{\Gamma I(k:l)}$) составят

$$C_{\Gamma I(k:l)} = \frac{kD/(k+l)}{q}\cdot C_0 + \frac{q}{2}\cdot C_h.$$

Для минимизации таких средних ожидаемых годовых издержек поставок $C_{\Gamma I(k:l)}$ соответствующий объем заказа применительно к первому из поставщиков снова выбирается по формуле экономичного размера заказа, которая применительно к этой ситуации принимает следующий вид:

$$q_{0I(k:l)} = \sqrt{\frac{2\cdot kD/(k+l)\cdot C_0}{C_h}}\ .$$

Аналогичным образом получаем, что при оптимальной и независимой организации таких поставок от второго из поставщиков соответствующие годовые издержки для таких поставок (обозначим указанные издержки, связанные со вторым из поставщиков, применительно к такой ситуации через $C_{\Gamma II(k:l)}$) составят

$$C_{\Gamma II(k:l)}) = \frac{lD/(k+l)}{q}\cdot C_0 + \frac{q}{2}\cdot C_h.$$

Для их минимизации соответствующий размер заказа применительно к поставкам второго поставщика (также по формуле экономичного размера заказа), в этой ситуации принимает следующий вид:

$$q_{0II(k:l)} = \sqrt{\frac{2\cdot lD/(k+l)\cdot C_0}{C_h}}\ .$$

Соответственно при указанной диверсификации поставок (в отношении $k{:}l$), причем при оптимальной и независимой их организации, минимально возможные суммарные годовые издержки, связанные с обоими поставщиками для покрытия годового потребления D (обозначим их через $C_{\Gamma(k:l)}(min)$) , будут определяться равенством

$$C_{\Gamma(k:l)}(min) = \frac{\frac{kD}{(k+l)} \cdot C_0}{\sqrt{\frac{2kD \cdot C_0}{(k+l)C_h}}} + \sqrt{\frac{2kD \cdot C_0}{(k+l)C_h}} \cdot \frac{C_h}{2} +$$

$$+ \frac{\frac{lD}{(k+l)} \cdot C_0}{\sqrt{\frac{2lD \cdot C_0}{(k+l)C_h}}} + \sqrt{\frac{2lD \cdot C_0}{(k+l)C_h}} \cdot \frac{C_h}{2}$$

Здесь опять опущено слагаемое для годовой стоимости поставляемого товара, которое не зависит от выбора объема заказа и может быт опущено в рамках представленного анализа.

После очевидных упрощений получаем следующее равенство

$$C_{\Gamma(k:l)}(min) = \sqrt{2DC_0C_h} \cdot \frac{\sqrt{k} + \sqrt{l}}{\sqrt{k+l}}. \qquad (***)$$

Сравнивая этот результаты для суммарных годовых издержек $C_{\Gamma(k:l)}(min)$ с аналогичным результатом, но представленным в соотношении (*), легко видеть следующее.

1. Величина издержек поставок и хранения, определяемая формулой (***), для ситуации, когда годовое потребление диверсифицируется между поставщиками уже не в равных долях, а в некотором отношении ($k:l$), снова оказывается большей, чем величина издержек, определяемая формулой (*), когда такая диверсификация поставок товара не используется.

2. При этом соответствующие издержки, если использовать стратегию диверсификации годовых поставок объемов товаров между поставщиками в отношении ($k:l$), как видим, увеличиваются именно в

$$\frac{\sqrt{k} + \sqrt{l}}{\sqrt{k+l}}$$

раз.

3. В частности, из последней формулы для стратегии диверсификации (1:1) годового объема поставок в равных долях между поставщиками видно, что издержки поставок и хранения соответственно увеличатся (по сравнению со стратегией без использования указанной диверсификации), как мы уже знаем, в $\sqrt{2}$ раз.

Снова напомним, что в общей структуре суммарных годовых издержек (т.е. с учетом годовой стоимости поставляемого товара) соответствующее приращение для указанных издержек в процентном выражении будет существенно меньшим. Действительно, поскольку основная составляющая в общих годовых затратах для ЛПР может определяться другими затратами (например, такими, как оплата стоимости товара), то в реальной ситуации указанный рост годовых издержек на хранение и накладные расходы поставок может привести к росту общих суммарных годовых затрат, как уже подчеркивалось, лишь на доли процента.

Тем не менее, как видим, и в этом, более общем случае, можно сделать следующий вывод. Процедуры диверсификации объема годовых поставок при независимой и оптимальной их организации приводят к тому, что при указанной диверсификации появляется дополнительная отдельная составляющая в общей сумме годовых издержек. И в этом случае снова можно отметить и подчеркнуть следующее положение: за возможность снижения риска срыва поставок «приходится платить». При этом обратим также внимание на следующее.

Функция от переменных k и l (обозначим ее через $F(k; l)$) , представляющая собой второй сомножитель в (***), т.е. функция

$$F(k;\ l) = \frac{\sqrt{k}+\sqrt{l}}{\sqrt{k+l}}$$

является однородной по переменным *k* и *l*. Делением на $\sqrt{l}$ (как числителя, так и знаменателя соответствующего выражения в определении *F(k; l)*) ее удобно представить в виде следующей функции *f(x)* переменной *x* в области $x \geq 0$:

$$f(x) = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x+1}}\ ,$$

где через *x* обозначено частное $x = k/l$. Нетрудно убедиться в том, что в области $x \geq 0$ выполняется неравенство $f(x) > 1$. Очевидно также, что при $x \to 0$ (в области $x \geq 0$) имеем $f(x) \to 1$. Кроме того, при $x \to +\infty$ снова имеем $f(x) \to 1$. Из уравнения $f'(x) = 0$ находим единственную точку максимума этой функции: $x_{max} = 1$. Последнее означает, что именно в случае диверсификации годового объема поставок в отношении 1:1 между поставщиками I и II (т.е. в случае, который уже был рассмотрен нами ранее), соответствующие дополнительные издержки, обусловливаемые именно ориентацией на диверсификацию поставок, являются максимальными. А именно, в этом случае интересующий нас сомножитель, представляющий собой соответствующий коэффициент увеличения годовых издержек (именно относящихся к накладным расходам поставок и издержкам хранения), равен

$$f(x)\ \Big|_{x=1} = \frac{1+1}{\sqrt{1+1}} = \sqrt{2}$$

(этот результат уже был получен нами ранее непосредственно при анализе стратегии диверсификации годового объема поставок в равных долях между поставщиками I и II).

3. Суть феномена «блокировки» выбора альтернатив для стратегий диверсификации объемов поставок между поставщиками
при управлении запасами

Полученные выше результаты имеют очевидную интерпретацию. А именно, они позволяют объяснить, почему в реальной ситуации при моделировании стратегий управления запасами в условиях неопределенности выбор альтернативных решений, ориентирующих ЛПР на диверсификацию поставок, может быть «заблокирован». Для удобства изложения приведем соответствующие объяснения применительно к случаю, когда при формализации модели принятия решений в условиях неопределенности выделяется именно два (n = 2) случайных события, влияющих на конечный экономический результат и образующих полную группу событий $\{\theta_1$ и $\theta_2\}$. Для этого обратимся к декартовой системе координат. Применительно к интересующей нас альтернативе далее по главной (первой) оси будем откладывать конечный результат дохода, который соответствует событию θ_1 (обозначаем его величину через *u*). Кроме того, по второй оси (ось ординат) откладываем конечный результат дохода, который соответствует событию θ_2 (обозначаем его величину через *v*). В этом пространстве (называем его «пространством доходов») альтернативы, обусловливаемых предложениями поставщиков I и II, будут представлены двумя точками (обозначим их через I и II). Координаты этих точек будут соответственно (u_1, v_1) и (u_2, v_2).

В указанном пространстве стратегия диверсификации годового объема поставок в равных долях (1:1) между поставщиками I и II могла бы быть представлена следующим образом. А именно, если бы дополнительные издержки, обусловливаемые ориентацией на диверсификацию, отсутствовали бы, то указанная стратегия была бы представлена именно точкой, которая соответствует середине отрезка, соединяющего точки I и II. Однако, как мы уже выяснили, дополнительные издержки применительно к рассматриваемой модели, к сожалению, имеют место. Это, кстати, снижает привлекательность этой стратегии (в смысле показателей доходов u и *v* применительно к событиям θ_1 и θ_2). Следовательно, интересующая нас точка (обозначим ее через (1:1)), представляющая в «пространстве доходов» стратегию диверсификации годового объема поставок в равных долях между поставщиками I и II, окажется несколько «сдвинутой» к началу координат от указанной выше середины отрезка, заключенного между точками I и II. Эта ситуация представлена на рис. 5.1. На этом же рисунке отмечены и другие точки, которые представляют стратегии диверсификации годового объема поставок между поставщиками I и II, но в других пропорциях/отношениях. В частности, соответствующими точками представлены стратегии диверсификации годового объема поставок в отношениях (3:1) и (1:3). Их отклонения от отрезка, соединяющего точки I и II, уже будет несколько меньшим. Действительно, например, для точки (3:1) соответствующий коэффициент увеличения годовых издержек (именно накладных расходов поставок и издержек хранения) при x = 3/1 (напомним, что это соответствует случаю k = 3 и l =1) составит

$$f(x)\,\big|_{x=3} = \frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3+1}} = 1{,}36$$

(это, естественно, меньше, чем $\sqrt{2}$ = 1,41). Такой же коэффициент будет соответствовать и стратегии диверсификации (1:3), т.е. ситуации, когда k = 1 и l = 3 (убедитесь в это самостоятельно).

Наконец, полученные выше результаты относительно предельных значений для $f(x)$ ($f(x)\to 1$) при $x \to 0$ и при $x\to+\infty$, применительно к представлению таких стратегий в «пространстве доходов» означают следующее. Чем ближе к концу отрезка (соединяющего точки I и II) будет находиться точка, представляющая конкретную стратегию диверсификации годового объема поставок в некотором анализируемом отношении (k : l), тем ближе к самому указанному выше отрезку она будет расположена. Именно это подчеркивает рисунок 5.1.

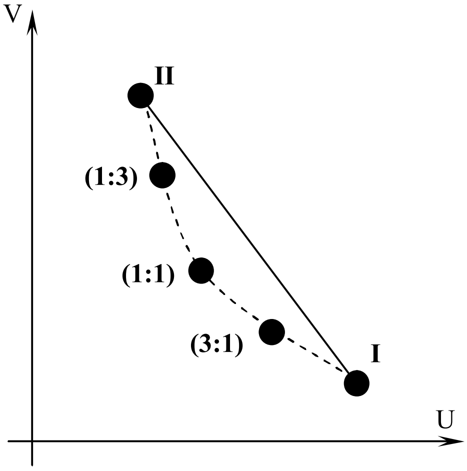


Рис. 5.1. Представление стратегий диверсификации годовых объемов поставок между поставщиками I и II соответствующими точками в «пространстве доходов»

Здесь:

- I - точка, представляющая в «пространстве доходов» конечный результат для стратегии, когда диверсификация поставок не реализуется, причем для поставок выбирается первый поставщик;
- II - точка, представляющая в «пространстве доходов» конечный результат для стратегии, когда диверсификация поставок не реализуется, причем для поставок выбирается второй поставщик;
- (1:1) - точка, представляющая в «пространстве доходов» конечный результат для стратегии, когда реализуется диверсификация поставок, причем годовой объем поставок диверсифицируется между поставщиками I и II в равных долях;
- (3:1) - точка, представляющая в «пространстве доходов» конечный результат для стратегии, когда реализуется диверсификация поставок, причем 3/4 годового объема поставок достанется поставщику I , а остальные ¼ - поставщику II;
- (1:3) - точка, представляющая в «пространстве доходов» конечный результат для стратегии, когда реализуется диверсификация поставок, причем 3/4 годового объема поставок достанется поставщику II , а остальные ¼ - поставщику I.

Установленная нами специфика расположения точек в «пространстве доходов», которые представляют возможные различные варианты организации диверсификации объема годовых поставок между поставщиками I и II, позволяет сделать необходимые выводы. В частности, теперь можно понять следующую неожиданную и в ряде случаев нежелательную для ЛПР «аномальную» особенность применительно к реализации процедур наилучшего выбора в рамках задач оптимизации стратегий управления запасами в условиях неопределенности. А именно, из-за того, что точки, которые представляют соответствующие стратегии диверсификации поставок, будут всегда расположены «ниже» прямой, соединяющей базовые точки (I и II) для предложений поставщиков I и II, возникает следующая «аномальная» возможность, на которую далее мы ссылаемся как на «угрозу» применительно к оптимальному выбору ЛПР. Ни один из традиционно используемых критериев оптимизации решений в условиях неопределенности может никогда не выбрать такие стратегии в качестве оптимальных. А именно, из-за особенностей линий уровня в поле полезностей для указанных традиционно используемых критериев оптимизации соответствующий выбор может быть «заблокирован», например, даже непосредственно точками I и II. Разумеется, это тем более неприятно осознавать, поскольку какая-нибудь из стратегий диверсификации годовых объемов поставок между поставщиками I и II в некотором отношении $(k : l)$ может обладать, в частности, и следующими свойствами:

- ни одно из других анализируемых альтернативных решений не доминирует такую стратегию в соответствующем «пространстве доходов»;
- ЛПР заведомо предпочитает ее (в силу каких-либо специальных обстоятельств, например, из-за желания снижения рисков срыва поставок).

Тем не менее, как мы уже понимаем, указанная стратегия может оказаться «заблокированной» для выбора в указанном выше смысле, и соответственно не будет «признана» оптимальной ни по одному из критериев принятия решений в условиях неопределенности. Пример ситуации, близкой к отмеченной, можно найти в статье [Бродецкий Г.Л., Гусев Д.А «Особенности реализации алгоритмов оптимизации стратегии управления запасами в условиях неопределенности», №1, 2007 г.].

4. Частичный сдвиг линий уровня критерия как возможность обойти феномен «блокировки» выбора альтернатив, ориентирующих ЛПР на диверсификацию объемов поставок между поставщиками

Чтобы понять, какие модификации для традиционно используемых критериев помогут «обойти» указанную аномалию или «угрозу» для процедур выбора наилучшего решения, далее более подробно анализируются соответствующие ситуации «блокировки» для стратегий диверсификации поставок применительно к традиционно используемым критериям принятия решений в условиях неопределенности. Они иллюстрируются рисунками 5.2 – 5.5.

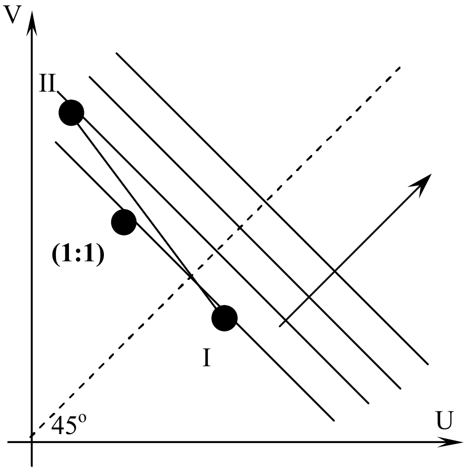


Рис. 5.2 а. Нейтральный N-критерий: Выбор альтернативы II; при этом альтернатива (1:1) заблокирована

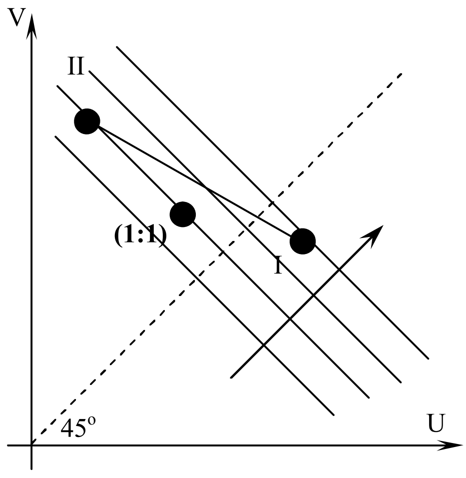


Рис. 5.2 b. Нейтральный N-критерий: выбор альтернативы I; при этом альтернатива (1:1) заблокирована

Рисунки 5.2 a-b иллюстрируют указанную специфическую особенность выбора применительно к нейтральному критерию. А именно, пусть имеет место любое расположение (в соответствующем «пространстве доходов» и тем более в поле полезностей) тех точек, которые представляют имеющиеся, так называемые «чистые» альтернативные решения. Здесь и далее под термином «чистые» понимаются стратегии без использования диверсификации поставок, которые обусловлены именно отдельными предложениями поставщиков I и II. Тогда применительно к нейтральному N-критерию всегда окажется выполненным следующее.

Этот критерий *никогда не выберет* «смешанной» альтернативы (1:1), представляющей стратегию диверсификации годового объема поставок в равных долях между поставщиками I и II. Указанная альтернатива (1:1), как показывают указанные рисунки, оказывается «заблокированной» для выбора этим критерием, поскольку в пространстве доходов, представляющая ее точка, располагается ниже прямой, соединяющей точки I и II для «чистых» предложений поставщиков. Именно это положение, как раз, наглядно иллюстрируют линии уровня *N*-критерия в соответствующем пространстве доходов (на рисунках 5.2 a-b указанные линии уровня представлены семейством прямых, перпендикулярных биссектрисе первого координатного угла).

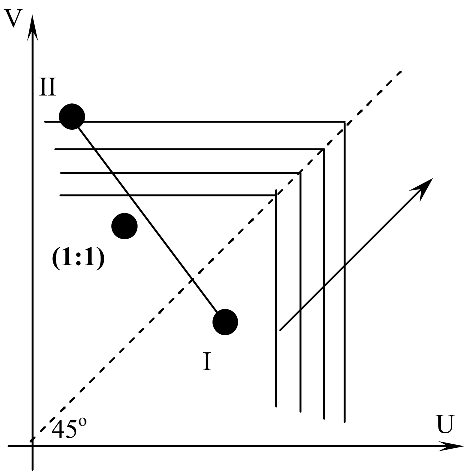


Рис. 5.3. Оптимистический *H*-критерий: выбор альтернативы II; при этом альтернатива (1:1) заблокирована

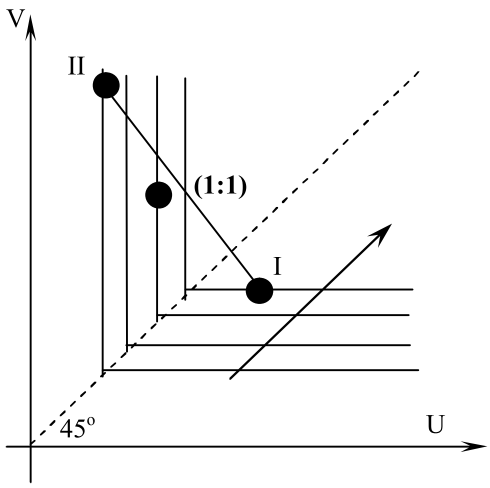


Рис. 5.4а. Пессимистический *ММ*-критерий: выбор альтернативы I; при этом альтернатива (1:1) заблокирована

Напомним, что в формате представленной геометрической интерпретации альтернативу, которую выберет рассматриваемый нейтральный критерий, указывает линия максимального уровня (направление максимизации для линий уровня критерия представлено стрелкой на рисунках) соответствующего семейства, на которой окажется одна из точек, представляющих анализируемые альтернативные решения (кстати, такая точка и представляет выбираемое решение). Разумеется, это положение относится и к любой другой «смешанной» альтернативе при использовании диверсификации годового объема поставок в любых долях между поставщиками I и II (т.е. не только к стратегии (1:1)). Приведите соответствующую иллюстрацию самостоятельно.

Аналогично рис. 5.3 показывает, что каковы бы ни были «чистые» альтернативные решения, обусловливаемые именно предложениями поставщиков I и II (без использования диверсификации поставок), оптимистический Н-критерий также *никогда не выберет* указанной выше «смешанной» альтернативы (1:1). Действительно, всегда будет выбрана именно одна из «чистых» альтернатив, представленных точками I и II (без использования диверсификации поставок). Эту особенность также наглядно иллюстрируют линии уровня Н-критерия (на рисунке 5.3 они представлены семейством угловых прямых, загнутых вплотную к соответствующим антиконусам вдоль биссектрисы первого координатного угла). Это положение будет относиться и к любой другой «смешанной» альтернативе при использовании диверсификации годового объема поставок в любых долях между поставщиками I и II.

Кроме того, нетрудно показать (оставляем это для самостоятельных рассуждений), что ситуация с «блокировкой» возможности выбора именно тех стратегий, которые ориентируют ЛПР на диверсификацию годового объема поставок между анализируемыми поставщиками, не изменится также и в следующих случаях:

1) если использовать модификацию *Н*-критерия на основе сдвига его линий уровня «нацеливанием» их на соответствующую утопическую точку поля полезностей;
2) если использовать модификацию *Н*-критерия на основе только частичного сдвига его линий уровня «нацеливанием» их на утопическую точку поля полезностей (соответствующая модификация более подробно будет представлена в этой главе).

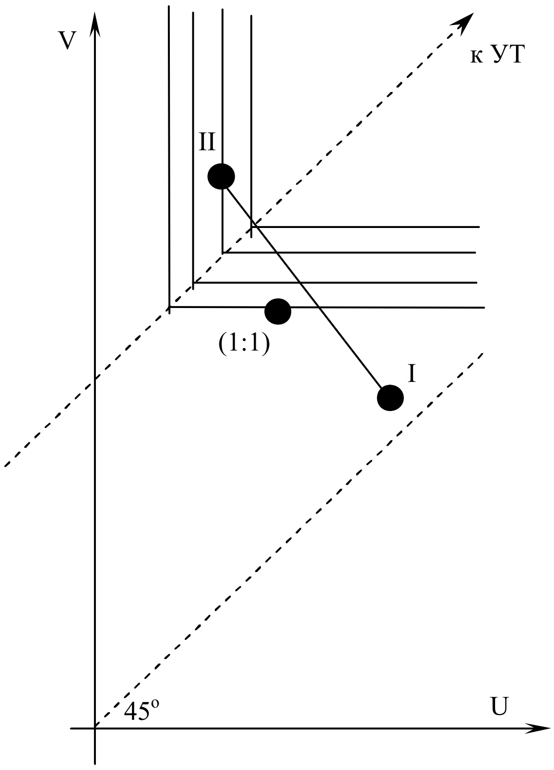


Рис. 5.4b . S-критерий (Сэвиджа):
выбор альтернативы II:
альтернатива (1:1)
заблокирована

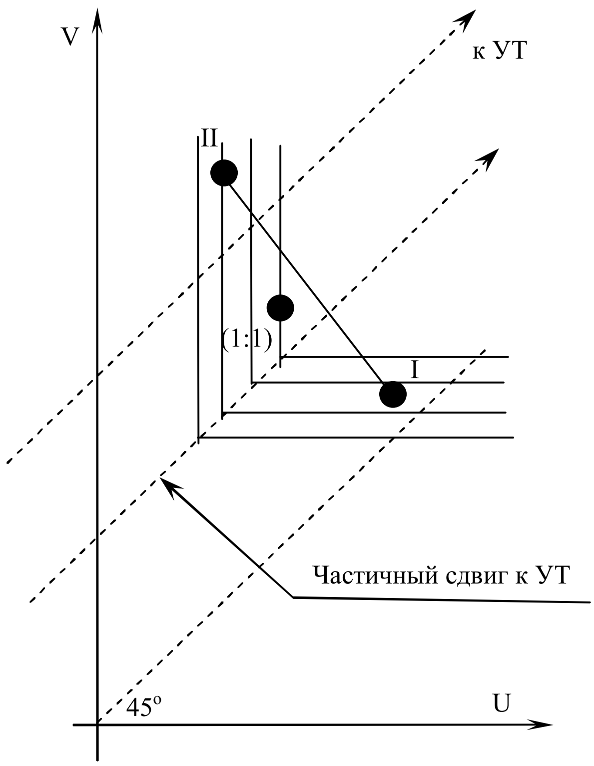


Рис. 5.4c. Модификация ММ-критерия
(а также S-критерия Сэвиджа):
частичный сдвиг линий уровня к УТ;
выбор альтернативы (1:1)

Далее, рис. 5.4а показывает, что при использовании *ММ*-критерия выбор «смешанной» альтернативы (1:1) (напомним, что так мы называем альтернативу, основанную на диверсификации годового объема поставок между «чистыми» предложениями поставщиков I и II, причем в данной ситуации именно в равных долях) также может быть заблокирован соответствующими «чистыми» предложениями поставщиков I и II для таких поставок. Более того, выбор указанной альтернативы (1:1) может быть заблокирован (см. рис. 5.4b) также и при соответствующей модификации *ММ*-критерия на основе сдвига его линий уровня «нацеливанием» их на утопическую точку поля полезностей (т.е. при переходе к классическому *S*-критерию Сэвиджа). Тем не менее, рис. 5.4с показывает, что при соответствующей модификации *ММ*-критерия на основе лишь частичного сдвига его линий уровня «нацеливанием» их на утопическую точку поля полезностей, выбор альтернативы (1:1) с использованием диверсификации годового объема поставок между анализируемыми поставщиками уже может не быть заблокирован.

Обратите внимание на то, что аналогичная ситуация имеет место и применительно к *HW*-критерию Гурвица.

Действительно, рис. 5.5а показывает, что «чистые» альтернативы (без использования диверсификации годового объема поставок) для предложений поставщиков I и II могут в рамках *HW*-критерия Гурвица заблокировать выбор стратегии, которая ориентирует ЛПР именно на диверсификацию годового объема поставок между поставщиками I и II. Иллюстрация этого факта на указанном рисунке приведена для стратегии диверсификации годового объема поставок в равной пропорции между поставщиками I и II.

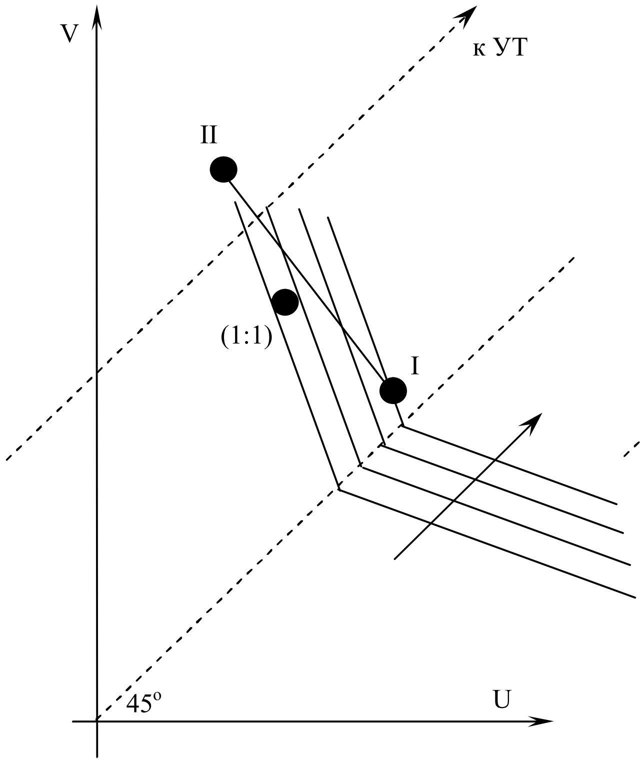


Рис. 5.5а. *HW*-критерий Гурвица (c > 0,5):
выбор альтернативы I;
альтернатива (1:1) «заблокирована»

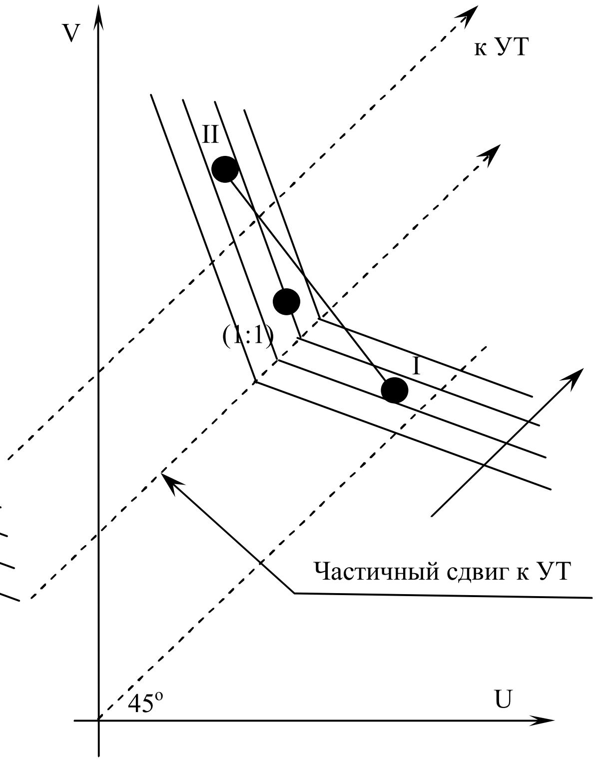


Рис.5.5b. Модификация *HW*-критерия (c > 0,5)
для частичного сдвига линий уровня к УТ:
выбор альтернативы (1:1)

Соответствующая «блокировка» возможности выбора стратегии диверсификации поставок снова обусловливается наличием «дополнительных затрат» на диверсификацию, которое подчеркивалось выше (плата за возможность снижения соответствующих рисков срыва поставок). Действительно, точка (1:1), представляющая на рис. 5.5а. альтернативу диверсификации годового объема поставок между поставщиками в отношении 1:1, лежит ниже прямой, которая соединяет точки I и II, представляющие соответствующие «чистые» предложения этих поставщиков. Именно это обстоятельство не позволит в указанной ситуации выбрать такую стратегию (в качестве оптимальной) по *HW*-критерию Гурвица. Дайте соответствующее объяснение самостоятельно. При этом потребуется учитывать специфику линий уровня *HW*-критерия.

Тем не менее, обратите внимание на следующее. И в этом случае, именно частичный сдвиг линий уровня *HW*-критерия (в частности, при C>0,5), позволяющий «передвинуть» направляющую прямую таким образом, чтобы она проходила ближе к утопической точке поля полезностей (как и прежде, параллельно биссектрисе первого координатного угла), может позволить «обойти» наличие указанной «блокировки». Это иллюстрирует соответственно рис. 5.5b. Действительно, максимальный показатель линии уровня этого критерия для рассматриваемых точек I, II и (1:1), которые представляют указанные альтернативные решения, соответствует именно решению (1:1).

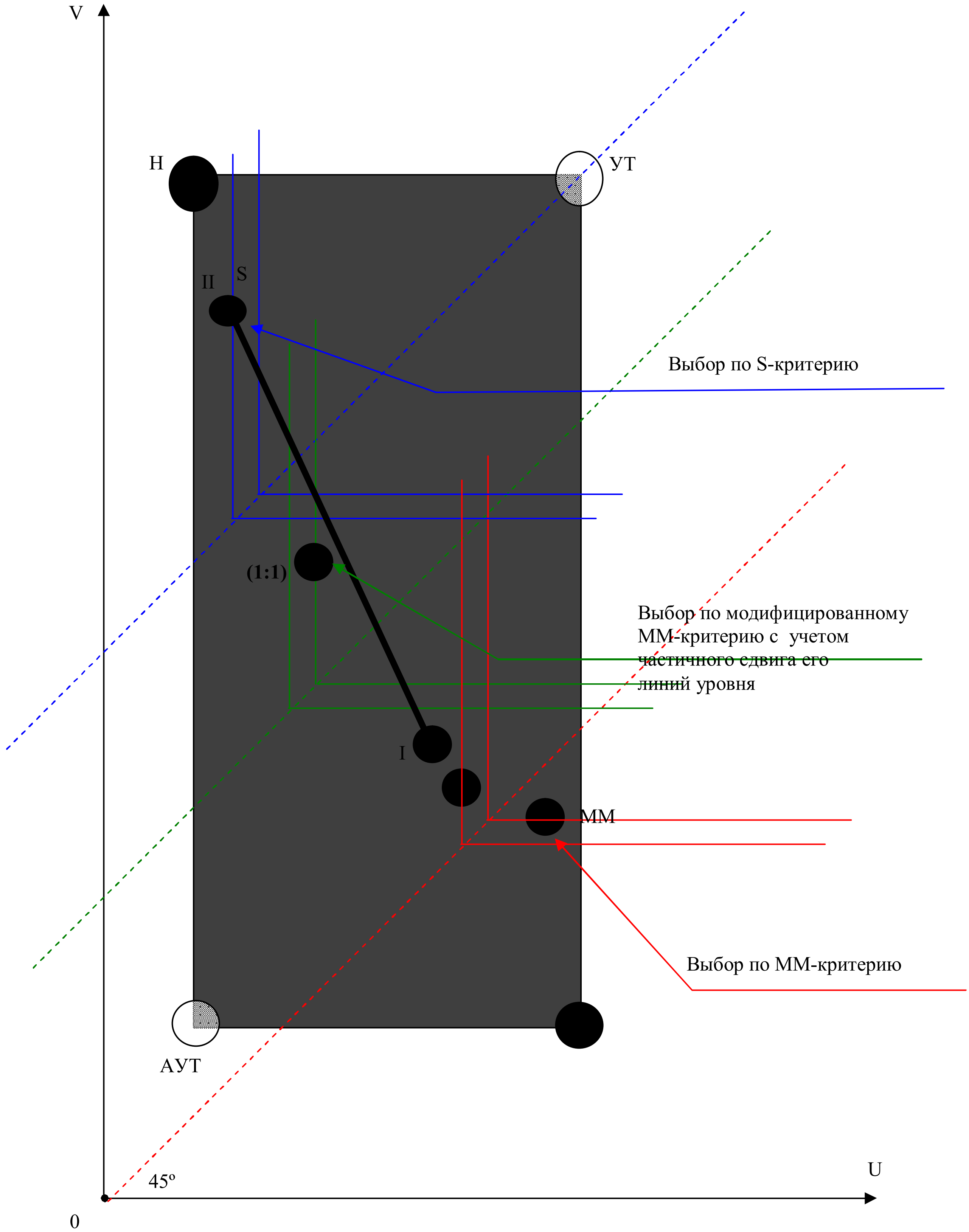


Рис. 5.6а. Выбор в соответствии с модифицированным ММ-критерием на основе частичного сдвига линий уровня к утопической точке поля полезностей

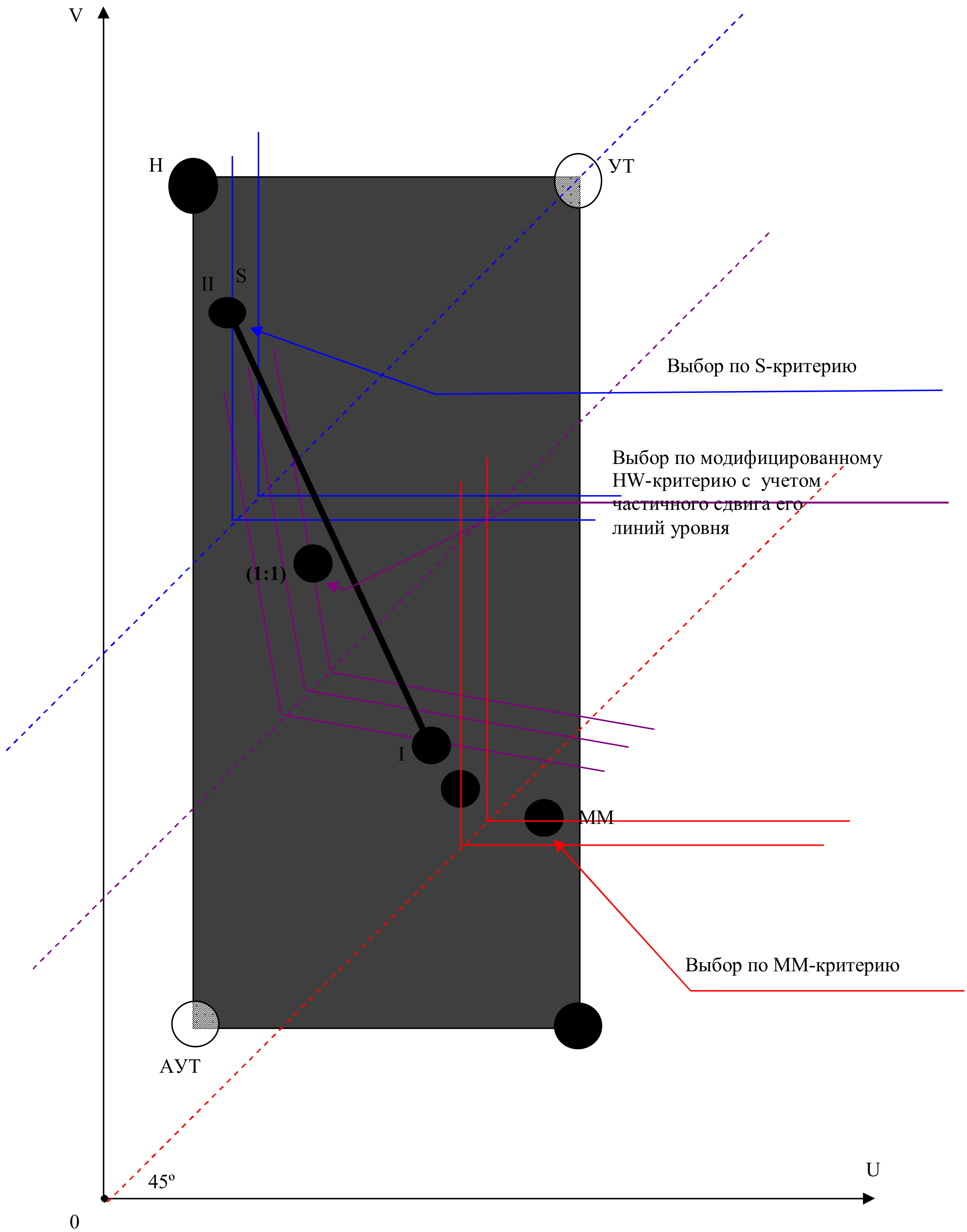


Рис. 5.6b. Выбор в соответствии с модифицированным HW-критерием на основе частичного сдвига линий уровня к утопической точке поля полезностей

Разумеется, отметим и то, что в поле полезностей могут быть также и другие точки, представляющие иные альтернативные решения (отличные от I и II), которые, со своей стороны, тоже могут «заблокировать» выбор рассматриваемой альтернативы (1:1) применительно к процедурам того или иного критерия.

Соответствующие иллюстрации дают дополнительно (уже с учетом специфики соответствующего поля полезностей) рис. 5.6a и 5.6b. В частности, проверьте самостоятельно, что на указанных рисунках выбор альтернативы (1:1) применительно к классическому *ММ*-критерию и применительно к производному *HW*-критерию (при любом $0<C<1$) будут блокировать точки, которые обозначены через *ММ* и *Н*. Кстати, такие обозначения для указанных точек *ММ* и *Н* обусловлены тем, что именно они будут выбраны в данной ситуации (в качестве наилучших) соответственно *ММ*-критерием и *Н*-критерием. Это иллюстрируют представленные на рисунках 5.6a и 5.6b линии уровня этих критериев.

Действительно, не смотря на то, что выбор альтернативы (1:1), как видно из указанных рисунков, оказался «заблокирован», тем не менее, проверьте, что и применительно к такой ситуации указанную аномалию можно, при желании, устранять. Соответствующая модификация и *ММ*-критерия и *Н*-критерия на основе именно частичного сдвига их линий уровня по направлению к утопической точке (точнее, их направляющей прямой) поля полезностей может позволить «обойти» указанную «блокировку» выбора альтернативы диверсификации годового объема поставок между анализируемыми поставщиками. Рисунки 5.6a-b, как раз, и подчеркивают эту особенность.

5. Специальный синтез процедур оптимизации для критериев Сэвиджа и Гермейера ($S_{G(УТ)}$-критерий)

Процедуры «нацеливания» семейства линий уровня критерия (точнее, «нацеливания» их направляющей) на утопическую точку поля полезностей, позволяющие обходить отмеченный выше аномальный феномен блокировки выбора альтернатив, можно реализовать следующим образом. А именно, их можно формализовать в формате процедур критерия Сэвиджа, причем на основе соответствующего синтеза с процедурами критерия Гермейера. Представленные в этом и следующем параграфе алгоритмы такого синтеза получены совместно с Бродецкой Н.Г.

Приведем необходимые уточнения и комментарии.

1) Основная особенность критерия Сэвиджа - формализация соответствующей матрицы потерь (последующие шаги алгоритма оптимизации реализуются именно над элементами такой матрицы). Указанная особенность автоматически «привязывает» направляющую семейства линий уровня этого критерия к утопической точке поля полезностей. В то же время формат процедур критерия Сэвиджа обеспечивает одинаковый наклон направляющей линии к каждой координатной оси в пространстве доходов. Чтобы иметь возможность изменять такой наклон, как раз и потребуется соответствующий синтез с процедурами критерия Гермейера.

2) Если в формате матрицы потерь Сэвиджа реализовать далее именно процедуры критерия Гермейера (естественно, с учетом субъективных вероятностей или их аналогов для событий θ_j), то наклон направляющей уже можно менять по желанию менеджера или ЛПР. При этом направляющая все равно будет проходить через утопическую точку поля полезностей. Адаптацию ее наклона можно регулировать с помощью выбора баланса между значениями соответствующих, указанных выше, субъективных вероятностей.

3) Сделанная только что ссылка на процедуры критерия Гермейера в формате матрицы потерь также требует уточнения. А именно, на содержательном уровне указанные процедуры применительно к матрице потерь интерпретируются следующим образом. К указанной матрице потерь дописываем дополнительный столбец. Элемент *i*-ой строки в таком столбце определяется на основе следующих процедур. Применительно к такой строке рассматриваются произведения вида $l_{ij} \cdot q_j$, где l_{ij} - элемент этой строки матрицы потерь, а q_j - субъективная оценка для вероятности соответствующего (по столбцу) события θ_j. Каждое такое произведение представляет «вклад» отмеченного элемента в ожидаемые потери для решения X_i. Наибольший такой «вклад» (по строке) в ожидаемые потери (можно интерпретировать как наибольшее «зло» в формате альтернативы X_i), т.е. выражение вида $\max_j \{l_{ij} \cdot q_j\}$ и определяет соответствующий элемент дополнительного столбца.

4) Оптимальное решение в формате такого синтезированного критерия определяется по минимальному элементу дополнительного столбца (из всех зол выбирается наименьшее).

Чтобы подчеркнуть специфику такого синтезированного критерия будем обозначать его через $S_{G(УТ)}$. Здесь:

- S - подчеркивает обращение к матрице потерь Сэвиджа;
- *G(УТ)* - подчеркивает то, что применительно к указанной матрице реализуются именно процедуры критерия Гермейера (с автоматической привязкой их к утопической точке в поле полезностей).

Формальное представление процедур $S_{G(УТ)}$-критерия сначала определим для ситуации, когда менеджер (или ЛПР) не намерен использовать свои субъективные оценки вероятностей случайных событий θ_j для регулирования наклона направляющей семейства линий уровня критерия. Для указанной ситуации удобно определить понятие базового положения для указанной направляющей линии. А именно, определим его как направление, которое задают в пространстве доходов две точки: УТ и АУТ (антиутопическая точка).

В такой ситуации алгоритм $S_{G(УТ)}$-критерия представим следующими шагами.

Шаг 1. Формализуется матрица потерь Сэвиджа.

Шаг 2. Определяются координаты l_{Aj} для АУТ в поле потерь:

$$l_{Aj} = \max_i \{l_{ij}\}.$$

Другими словами, l_{Aj} - самые большие потери, которые соответствуют событию θ_j (т.е. самый большой элемент j-го столбца матрицы потерь).

Шаг 3. Определяем вспомогательные показатели (обозначаем их через $\tilde{q}_j$), чтобы соотносить такие показатели с аналогичными параметрами критерия Гермейера. Эти показатели не являются субъективными вероятностями для случайных событий θ_j полной группы. Это - величины, определяемые формулами:

$$\tilde{q}_j = \frac{1}{l_{Aj}} .$$

Шаг 4. Нормируем найденные вспомогательные показатели $\tilde{q}_j$ таким образом, чтобы их сумма давала единицу. Для этого каждый показатель $\tilde{q}_j$ делим на соответствующую сумму $\sum_{j=1}^{n} \tilde{q}_j$, либо умножаем на нормирующий множитель $k = 1/\sum_{j=1}^{n} \tilde{q}_j$. В результате нормировки получаем показатели, которые обозначаем $\hat{q}_j$:

$$\hat{q}_j = \frac{1}{l_{Aj}} \cdot k .$$

Замечание 1. Эти показатели далее будут «играть роль» субъективных вероятностей в формате процедур критерия Гермейера. Соответственно будем называть их *«симуляторами»* субъективных вероятностей.

Замечание 2. Наличие множителя k в процедуре нормировки (при переходе от $\tilde{q}_j$ к $\hat{q}_j$), как будет видно из дальнейшего, не отразится на выборе оптимального решения и на ранжировании анализируемых альтернатив. Поэтому процедуры шага 4 при желании можно опускать. Они приведены здесь для более полного соответствия процедурам критерия Гермейера, которые представлены далее последующими шагами.

Шаг 5. Реализуем процедуры *G*-критерия на базе найденных «симуляторов» субъективных вероятностей с учетом того, что они применяются к матрице потерь, а не к матрице полезностей с отрицательными элементами. Это означает следующее.

- Дописываем к матрице потерь дополнительный столбец.
- Применительно к каждой строке такой матрицы потерь находим самое большое значение специального выражения, которое имеет следующую специальную структуру; это – произведение элемента строки матрицы на «симулятор» вероятности соответствующего случайного события, которому соответствует этот элемент.
- Среди всех элементов дополнительного столбца выбираем наилучший (наименьший, поскольку речь идет о потерях);
- По указанному элементу устанавливаем оптимальное решение.

Графическую иллюстрацию процедур метода дайте самостоятельно, - см. также ситуацию (а) на рисунке 5.7. Числовую иллюстрацию процедур $S_{G(\text{УТ})}$-критерия рассмотрим на том же условном примере, который уже был использован ранее в предыдущих главах.

ЗАМЕЧАНИЕ. Для более полной иллюстрации здесь и в последующих примерах дополним множество анализируемых альтернатив еще одной альтернативой X_6. Эта альтернатива, как раз, обладает нужным нам свойством (для иллюстрации представленных в этой главе методов). Действительно, убедитесь самостоятельно, в следующем. Если такую альтернативу (ее параметры представлены ниже в условиях примера 5.1) включить в множество анализируемых альтернатив в формате всех предыдущих примеров, то окажется, что ни один из рассмотренных в предыдущих главах критериев ее не выберет. При этом подчеркнем, что соответствующая альтернатива X_6 формализована так, что она не является доминируемой. Следовательно, некоторые ЛПР могли бы ее предпочесть. Тем не менее, ни один критерий ее не выбирает. Снимут ли такую «блокировку» предложенные здесь методы модификации критериев принятия решений в условиях неопределенности?

ПРИМЕР 5. 1. Анализируется матрица полезностей, которая имеет вид:

Решения	Доходы при событиях:			
	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4
X_1	5	4	3	3
X_2	6	2	6	4
X_3	-3	6	2	12
X_4	3	9	1	5
X_5	7	1	5	3
X_6	6	6	1	5

Найдем наилучшее решение по $S_{G(УТ)}$-критерию.

Шаг 1. Предварительно переходим к матрице потерь Сэвиджа:

Решения	Потери при событиях:			
	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4
X_1	2	5	3	9
X_2	1	7	0	8
X_3	10	3	4	0
X_4	4	0	5	7
X_5	0	8	1	9
X_6	1	3	5	7

Шаг 2. Легко определяем координаты АУТ в поле потерь:

События	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4
АУТ	10	8	5	9

Шаг 3. Определяем вспомогательные показатели $\widetilde{q}_j$:

$$\widetilde{q}_1 = \frac{1}{10}\ ; \quad \widetilde{q}_2 = \frac{1}{8}\ ; \quad \widetilde{q}_3 = \frac{1}{5}\ ; \quad \widetilde{q}_4 = \frac{1}{9}\ .$$

Шаг 4. (*Можно опустить*) Для нормировки вспомогательных показателей $\widetilde{q}_j$ сначала ищем сумму $\sum_{j=1}^{4} \widetilde{q}_j = 193/360$ и нормирующий множитель $k = 1/\sum_{j=1}^{4} \widetilde{q}_j = 360/193$. После этого определяем «симуляторы» субъективных вероятностей:

$$\hat{q}_1 = \frac{36}{193}\ ; \quad \hat{q}_2 = \frac{45}{193}\ ; \quad \hat{q}_3 = \frac{72}{193}\ ; \quad \hat{q}_4 = \frac{40}{193}$$

(обратите внимание на то, что сумма таких показателей равна единице, чего не будет, если этот шаг опустить, причем это не повлияет на окончательный выбор).
Шаг 5. К матрице потерь дописываем дополнительный столбец, в котором представляем значения показателя критерия применительно к каждой альтернативе (для удобства расчетов рядом с событиями полной группы проставлены в скобках соответствующие «симуляторы» субъективных вероятностей, найденные на предыдущем шаге):

Решения	Потери при событиях:				Показатель $S_{G(УТ)}$-критерия
	θ_1 (36/193)	θ_2 (45/193)	θ_3 (72/193)	θ_4 (40/193)	
X_1	2	5	3	9	360/193
X_2	1	7	0	8	**320/193**
X_3	10	3	4	0	360/193
X_4	4	0	5	7	360/193
X_5	0	8	1	9	360/193
X_6	1	3	5	7	360/193

Наилучший (наименьший) из найденных «плохих» показателей дополнительного столбца матрицы потерь достигается в строке, соответствующей решению X_2 (он выделен в дополнительном столбце матрицы). Это решение и принимается оптимальным по модифицированному $S_{G(УТ)}$-критерию. Все остальные альтернативы имеют одинаковый показатель критерия, т.е. являются эквивалентными между собой по этому критерию. Такое ранжирование анализируемых альтернатив ранее не встречалось, ни при каком другом критерии. Как видим, указанный подход обогащает арсенал методов адаптации линий уровня критерия к предпочтениям ЛПР.

Замечание. Кстати, в формате рассмотренного примера объясните самостоятельно, почему результат выбора не изменится, если опустить процедуры нормировки на шаге 4.

6. Специфика управления наклоном направляющей для линий уровня критерия ($S_{Gk(УТ)}$-критерий)

В общем случае, когда менеджер или ЛПР намерены учитывать свои субъективные оценки для вероятностей случайных событий полной группы таких событий, которые влияют на конечный экономический результат, соответствующий аппарат реализации $S_{G(УТ)}$-критерия необходимо дополнить специальными процедурами в формате шага 4. Соответствующую модификацию рассматриваемого критерия, которая будет представлена в этом пункте, далее обозначаем как $S_{Gk(УТ)}$-критерий. Здесь параметр k в нижнем индексе подчеркивает специфику учета субъективной информации в формате процедур задания наклона направляющей для линий уровня критерия. Уточним такую специфику. Отметим еще раз, что наличие некоторого постоянного множителя для вспомогательных показателей $\tilde{q}_j$, как было уже отмечено и проиллюстрировано выше, не повлияет на выбор оптимального решения и ранжирования альтернатив по $S_{G(УТ)}$-критерию. Этим обстоятельством удобно воспользоваться следующим образом. Менеджер или ЛПР могут задавать свои субъективные суждения относительно шансов наступления событий полной группы не вероятностями, а с помощью соответствующих пропорций. Например, вместо того, чтобы формально задавать вероятности для четырех случайных событий в рамках примера 5.1 , скажем, в виде

$$p_1 = 2/6\,, \qquad p_2 = 2/6\,, \qquad p_3 = 1/6\,, \qquad p_4 = 1/6\,,$$

можно поступить и следующим образом. Можно определить только соответствующие пропорции для указанных вероятностей, задавая такие пропорции в этом случае, в частности, в виде:

$$2:2:1:1.$$

В общем случае можно задать их также соответствующими коэффициентами, которые назовем далее субъективными «коэффициентами доверия»:

$$k_1 = 2, \quad k_2 = 2, \quad k_3 = 1, \quad k_4 = 1.$$

Соответственно, при таком способе их задания показатели «симуляторов» (субъективных вероятностей) в формате последующих процедур на шаге 4 необходимо определять по формулам

$$\hat{q}_j = \tilde{q}_j \cdot k_j$$

(их нормировку далее опускаем, что не отразится на результате выбора оптимального решения).

Графическая интерпретация эффекта учета субъективного отношения менеджера или ЛПР к шансам наступления случайных событий полной группы представлена (применительно к ситуации $n = 2$ когда два события составляют полную группу) на рис. 5.7.

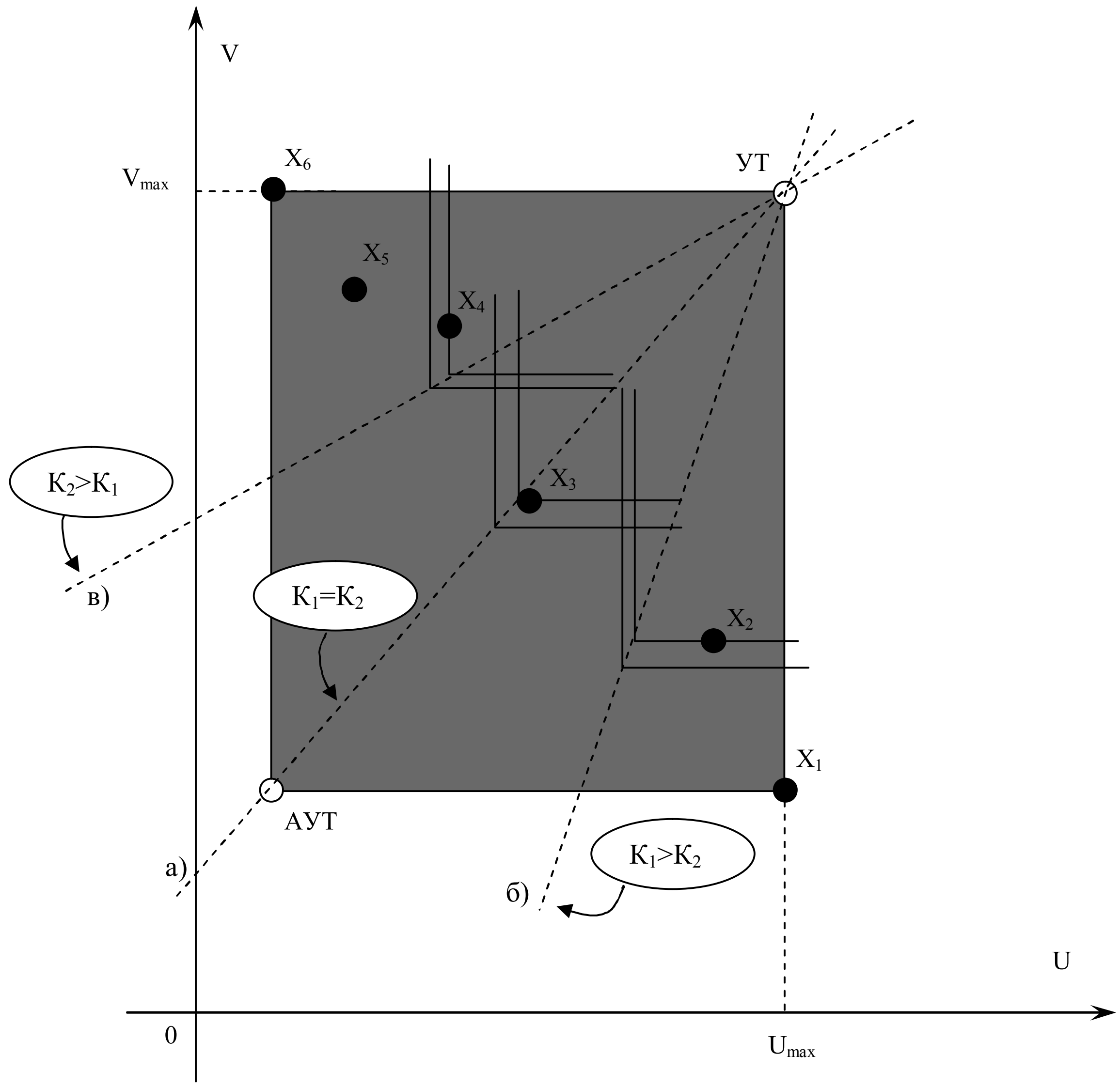


Рис. 5.7. Выбор в формате $S_{Gk(\text{УТ})}$-критерия:
а) опорная ситуация, - субъективных вероятностей нет ($К_1 = К_2$; формат $S_{G(\text{УТ})}$-критерия);
б) ситуация, когда событие θ_1 оценивается, как более вероятное, чем θ_2 (т.е. $К_1 > К_2$);
в) ситуация, когда событие θ_2 оценивается, как более вероятное, чем θ_1 (т.е. $К_2 > К_1$).

Числовую иллюстрацию процедур $S_{Gk(\text{УТ})}$-критерия рассмотрим на том же условном примере, который уже был представлен в этой главе.

ПРИМЕР 5.2. Пусть в условиях примера 5.1 при выборе наилучшего решения планируется учесть субъективные оценки ЛПР для шансов реализации случайных событий θ_1 - θ_4. Пусть эти оценки представлены в виде соответствующих «коэффициентов доверия», заданных пропорциями: 2:2:1:1. Найдем наилучшее решение по $S_{Gk(УТ)}$-критерию с учетом такой дополнительной информации. Подчеркнем, что первые три шага для процедур решения остаются прежними, как и для $S_{G(УТ)}$-критерия. Поэтому представим здесь, как изменится ход решения, начиная с четвертого шага.

Шаг 4. (В контексте этого примера опускать нельзя) Уточняем представления для «симуляторов» (субъективных вероятностей) в виде:

$$\hat{q}_1 = \frac{1}{10}\cdot 2 = \frac{1}{5}\ ; \quad \hat{q}_2 = \frac{1}{8}\cdot 2 = \frac{1}{4}\ ; \quad \hat{q}_3 = \frac{1}{5}\cdot 1 = \frac{1}{5}\ ; \quad \hat{q}_4 = \frac{1}{9}\cdot 1 = \frac{1}{9}\ .$$

(Обратите внимание на то, что их сумма не равна единице, т.к. процедуры нормировки опущены; тем не менее, это не повлияет на результат выбора).

Шаг 5. К матрице потерь дописываем дополнительный столбец, в котором представляем показатели критерия применительно к каждой альтернативе (для удобства расчетов рядом с событиями полной группы в скобках проставлены «симуляторы» субъективных вероятностей):

Решения	Потери при событиях:				Показатель $S_{Gk(УТ)}$-критерия
	θ_1 (1/5)	θ_2 (1/4)	θ_3 (1/5)	θ_4 (1/9)	
X_1	2	5	3	9	5/4
X_2	1	7	0	8	7/4
X_3	10	3	4	0	10/5
X_4	4	0	5	7	**5/5**
X_5	0	8	1	9	8/4
X_6	1	3	5	7	**5/5**

В этой ситуации, как видим, в отличие от примера 5.1, наилучший (наименьший) из найденных показателей дополнительного столбца матрицы потерь (он равен 1 и выделен в дополнительном столбце матрицы) достигается в строках, соответствующих решениям X_4 и X_6 . Эти альтернативные решения не доминируют друг друга. Соответственно любая из альтернатив X_4 и X_6 может быть выбрана в качестве оптимального решения по $S_{Gk(УТ)}$-критерию. Среди всех рассмотренных ранее критериев принятия решений в условиях неопределенности в формате этого примера ни один другой критерий не выбирал альтернативу X_6 в качестве оптимального решения. Поэтому дополнительно отметим следующее.

Для менеджеров и ЛПР, которые в формате указанной условной ситуации предпочли бы именно альтернативу X_6 в качестве оптимального решения, как видим, только представленный здесь подход к оптимизации решения на основе синтезированного $S_{Gk(УТ)}$-критерия позволяет реализовать приемлемый выбор. Таким образом, для них имеет смысл искать адаптацию линий уровня критерия (применительно к своим предпочтениям) именно в классе критериев указанного типа.

Кстати, при заданных «субъективных коэффициентах» или «пропорциях доверия» ранжирование анализируемых альтернатив оказывается следующим:

X_4 и X_6 , X_1, X_2, X_3 и X_5.

Это ранжирование не совпадает с ранжированием на основе какого-либо другого рассмотренного ранее критерия. Соответственно представленный здесь подход к модификации критерия принятия решения в условиях неопределенности, использующий синтез процедур критерия Сэвиджа и критерия Гермейера, может оказаться весьма полезным, т.к. он несомненно расширяет доступный для менеджеров арсенал средств оптимизации решений. Его можно использовать для более эффективной адаптации линий уровня критерия применительно к предпочтениям ЛПР. Реализация такого подхода к оптимизации систем управления запасами будет проиллюстрирована в третьей части книги.

7. Синтез процедур оптимизации модифицированного критерия Гермейера и процедур «нацеливания» на утопическую точку поля полезностей ($G_{k(УТ)}$(mod)-критерий)

Процедуры «нацеливания», причем частичного, для направляющей семейства линий уровня критерия на утопическую точку поля полезностей, позволяющие исправлять отмеченный выше аномальный эффект блокировки выбора некоторых альтернатив, можно также реализовать и в формате модифицированного критерия Гермейера (применительно к матрицам полезностей с положительными элементами). Здесь термин «частичное» нацеливание подчеркивает следующую особенность. Указанное «нацеливание» будет синтезировано с процедурами корректировки указанной направляющей для линий уровня, которые соответствуют субъективным оценкам ЛПР относительно вероятностей наступления случайных событий полной группы, влияющих не конечный экономический результат.

Приведем необходимые уточнения.

1) Основная особенность модифицированного критерия Гермейера - формализация соответствующих процедур, позволяющих при оптимизации решения в условиях неопределенности учитывать субъективные суждения ЛПР относительно шансов наступления случайных событий полной группы. Применительно к линиям уровня критерия эти процедуры обусловливают соответствующее изменение наклона их направляющей (с «привязкой» ее к началу системы координат в пространстве доходов).
2) Напомним, что в главе 4 была представлена модификация $G_{(\text{УТ})}$-критерия, в рамках которой направляющая для линий уровня критерия оказывалась «нацеленной» именно на утопическую точку поля полезностей. Для этого формальным образом вводился специальный аналог для вероятностей случайных событий полной группы (так называемые «симуляторы» указанных вероятностей).
3) В формате представляемой здесь модификации соответствующие «симуляторы» будут получены на основе дополнительного синтеза таких параметров, задаваемых в формате $G_{(\text{УТ})}$-критерия и соответствующих субъективных оценок для вероятностей случайных событий полной группы, влияющих не конечный экономический результат. Такой синтез позволит менеджеру регулировать изменение наклона направляющей для семейства линий уровня критерия (с «привязкой» ее к началу системы координат в пространстве доходов).
4) После учета указанных модификаций реализуются процедуры оптимизации в формате уже известного нам модифицированного критерия Гермейера.

Отметим, что менеджер или ЛПР могут задавать субъективные суждения относительно шансов наступления событий полной группы не вероятностями, а с помощью соответствующих пропорций. Указанное представление может быть удобным на практике, поскольку не требует навыков работы с вероятностями случайных событий. В рамках указанного представления задается баланс для соответствующих возможностей наступления указанных событий. Далее будем представлять такой баланс, как и в рамках предыдущей модификации, именно соответствующими коэффициентами, которые снова называем «субъективными коэффициентами», подчеркивая, что речь идет о субъективных оценках ЛПР в указанном представлении:

$$\{k_1\,,\ k_2\,,\ k_3\,,\ k_4\}.$$

Чтобы подчеркнуть специфику такого синтезированного критерия будем обозначать его через $G_{k(УТ)}$(mod). Здесь:

- G(mod) - подчеркивает обращение к специфике технологий или процедур модифицированного критерия Гермейера;
- нижний индекс $k(УТ)$ - подчеркивает то, что указанные процедуры реализуются в синтезе с процедурами «нацеливания» линий уровня на утопическую точку поля полезностей;
- при этом субъективные оценки возможности наступления случайных событий задаются в формате соответствующих пропорций: вектором $\vec{k}$ соответствующих «субъективных коэффициентов».

Формальные процедуры, определяющие указанную специальную модель модификации, которую мы называем $G_{k(УТ)}$(mod)-критерием, зададим соответствующим алгоритмом. Здесь и далее принято, что ограничения, накладываемые форматом *G(mod)*-критерия, выполнены, т.е. имеют место неравенства $a_{ij} > 0$. В противном случае предварительно требуется реализовать процедуры модификации матрицы полезностей на положительность. Обратим также внимание на то, что в формате интересующей нас модификации, как уже подчеркивалось выше, будут использованы «симуляторы», которые были определены в главе 4 для модифицированного $G_{(\text{УТ})}$-критерия. Такие «симуляторы» вводятся чисто формально по координатам утопической точки поля полезностей (после выполнения процедур «модификации матрицы полезностей на положительность», если таковые потребовались). Они требуются для того, чтобы в базовом положении (когда не имеется субъективной информации о возможностях наступления событий полной группы) семейство линий уровня критерия уже было «нацелено» на утопическую точку поля полезностей. Наличие информации, представленной коэффициентами доверия, позволит регулировать наклон направляющей линии такого семейства в интересах ЛПР.

Шаг 1. По методике, представленной в главе 4 для модифицированного $G_{(УТ)}$-критерия, определяем «симуляторы» $\hat{q}_j$, позволяющие «нацелить» линии уровня модифицированного критерия Гермейера на соответствующую утопическую точку поля полезностей. Напомним, что для этого сначала определяют вспомогательные «опорные» показатели (обозначаем их снова через $\tilde{q}_j$):

$$\tilde{q}_j = a_{Yj} ,$$

где a_{Yj} обозначает j-ую координату утопической точки поля полезностей, т.е. $a_{Yj} = \max_i \{a_{ij}\}$. После чего нормируют показатели $\tilde{q}_j$ так, чтобы их сумма давала единицу. В результате получаем $\hat{q}_j$:

$$\hat{q}_j = a_{Yj} \cdot \Sigma , \quad \text{где} \quad \Sigma = 1 / \sum_{j=1}^{n} \tilde{q}_j .$$

Замечание. Эти показатели, после их синтеза с оценками ЛПР для «пропорций доверия» к вероятностям случайных событий полной группы, будут далее «играть роль» субъективных вероятностей в формате процедур модифицированного критерия Гермейера. Соответственно снова будем называть их «симуляторами».

Шаг 2. Синтезируем новые показатели $\widehat{q}_j$ для указанных «симуляторов» с учетом субъективных показателей для коэффициентов доверия по формулам:

$$\widehat{q}_j = \hat{q}_j \cdot k_j ,$$

где

k_j - соответствующие «субъективные коэффициенты», на основе которых ЛПР задает баланс для шансов наступления соответствующих случайных событий полной группы.

Шаг 3. (Этот шаг можно опустить) Нормируем найденные показатели $\widehat{q}_j$ для указанных «симуляторов» таким образом, чтобы их сумма давала единицу.

Шаг 4. Реализуем процедуры G(mod)-критерия на базе найденных «симуляторов» $\widehat{q}_j$ для субъективных вероятностей. Это означает следующее.

- Дописываем к матрице полезностей дополнительный столбец.
- Применительно к каждой строке такой матрицы потерь находим самое маленькое значение специального выражения, которое имеет следующую структуру; это – частное от деления элемента строки матрицы на синтезированный «симулятор» $\widehat{q}_j$ вероятности соответствующего случайного события, которому соответствует этот элемент.
- Среди всех элементов дополнительного столбца выбираем наилучший (наибольший, поскольку речь идет о доходах); по указанному элементу устанавливаем оптимальное решение.

Графическую иллюстрацию процедур метода при n=2 (двумерное пространство доходов, когда полная группа событий содержит только два случайных события) дает рисунок 5.8.

Числовую иллюстрацию процедур модифицированного $G_{YT}(mod)$-критерия рассмотрим на том же условном примере, который уже был использован ранее.

ПРИМЕР 5. 3. Анализируется матрица полезностей, которая имеет вид:

Решения	Доходы при событиях:			
	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4
X_1	5	4	3	3
X_2	6	2	6	4
X_3	-3	6	2	12
X_4	3	9	1	5
X_5	7	1	5	3
X_6	6	6	1	5

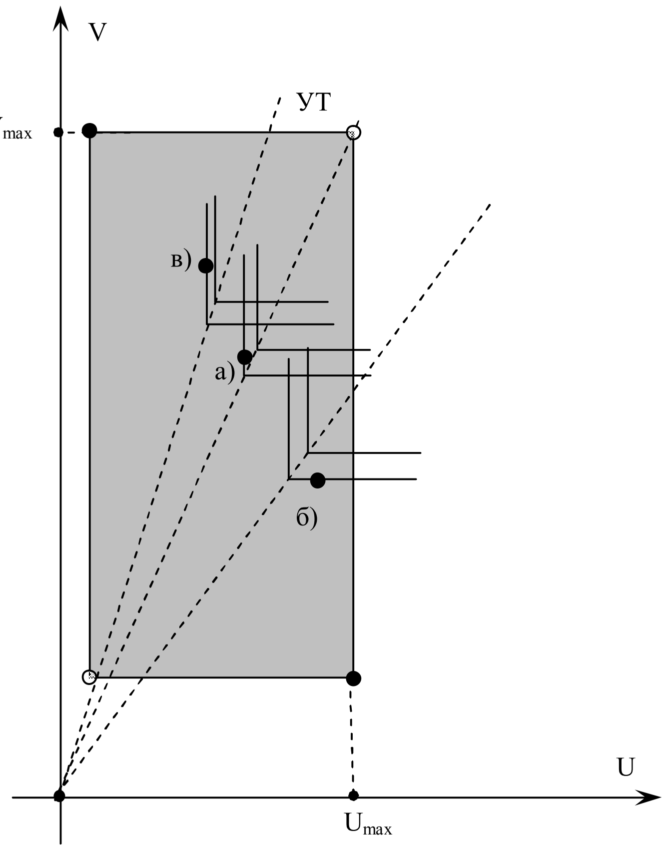


Рис 5.8. Структура линий уровня и особенность оптимального выбора по модифицированному $G_{k(УТ)}$(mod)-критерию:
а) при тривиальном простейшем балансе 1:1 для шансов наступления событий θ_1 и θ_2 (либо, когда нет необходимости учитывать такой баланс);
б) с учетом баланса в пользу события θ_1 (оси OU);
в) с учетом баланса в пользу события θ_2 (оси OV).

Пусть, как и в условиях примера 5.2, при выборе наилучшего решения планируется учесть субъективные оценки ЛПР для шансов реализации случайных событий θ_1 - θ_4. Рассмотрим ситуацию, когда эти оценки представлены в виде соответствующих «коэффициентов доверия», заданных теми же пропорциями, как и в примере 5.2:

2:2:1:1.

Найдем наилучшее решение по $G_{k(УТ)}$*(mod)*-критерию с учетом такой дополнительной информации. Предварительно требуется реализовать процедуры модификации исходной матрицы полезностей на «положительность». Пусть, как и в примере 5.1, после соответствующего сдвига координатных осей получена следующая матрица полезностей:

Решения	Доходы при событиях:			
	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4
X_1	9	8	7	7
X_2	10	6	10	8
X_3	1	10	6	16
X_4	7	13	5	9
X_5	11	5	9	7
X_6	10	10	5	9

Шаг 1. Определяем вспомогательные показатели $\widetilde{q}_j$ для «привязки» базового направления к утопической точке соответствующего поля полезностей:

События	Θ_1	Θ_2	Θ_3	Θ_4
Показатели $\widetilde{q}_j$	$\widetilde{q}_1 = 11$	$\widetilde{q}_1 = 13$	$\widetilde{q}_1 = 10$	$\widetilde{q}_1 = 16$

Далее для реализации операции нормировки находим сумму

$$\sum_{j=1}^{4} \widetilde{q}_j = 50$$

и нормировочный множитель

$$k = \frac{1}{\sum_{j=1}^{4} \widetilde{q}_j} = 0{,}02.$$

После этого находим «симуляторы» субъективных вероятностей (но еще без процедур их синтеза с соответствующими «коэффициентами доверия»):

$$\hat{q}_1 = 11 \cdot 0{,}02 = 0{,}22 \qquad \hat{q}_2 = 13 \cdot 0{,}02 = 0{,}26$$

$$\hat{q}_3 = 10 \cdot 0{,}02 = 0{,}20 \qquad \hat{q}_4 = 16 \cdot 0{,}02 = 0{,}32$$

Шаг 2. Синтезируем новые показатели $\widehat{q}_j$ для требуемых «симуляторов» с учетом указанных процедур синтеза по формулам:

$$\widehat{q}_j = \hat{q}_j \cdot k_j\,,$$

где согласно условию

$$k_1 = 2, \quad k_2 = 2, \quad k_3 = 1, \quad k_4 = 1.$$

Соответственно получаем

$$\widehat{q}_1 = 0{,}22 \cdot 2 = 0{,}44 \qquad \widehat{q}_2 = 0{,}26 \cdot 2 = 0{,}52$$

$$\widehat{q}_3 = 0{,}20 \cdot 1 = 0{,}20 \qquad \widehat{q}_4 = 0{,}32 \cdot 1 = 0{,}32$$

(обратите внимание на то, что сумма найденных показателей $\widehat{q}_j$ не равна единице).

Шаг 3. Процедуры нормировки найденных показателей $\widehat{q}_j$ для требуемых «симуляторов» опускаем (это не повлияет на результат оптимизации решения в условиях неопределенности в формате рассматриваемого критерия).

Шаг 4. К матрице полезностей дописываем дополнительный столбец. Его элементы (K_i) будут представлять собой наименьшие по величине выражения среди всех возможных (в рамках каждой строки) анализируемых значений частного, которое получается при делении каждого отдельного элемента строки на синтезированный «симулятор» $\widehat{q}_j$ вероятности соответствующего события. По наибольшему такому показателю в дополнительном столбце матрицы полезностей, как раз и будет, затем выбрано оптимальное альтернативное решение. А именно:

Решения	Доходы при событиях:				$G_{k(УТ)}(mod)$ критерий (K_i)
	θ_1 ($\hat{q}_1$=0,44)	θ_2 ($\hat{q}_2$=0,52)	θ_3 ($\hat{q}_3$=0,20)	θ_4 ($\hat{q}_4$=0,32)	
X_1	9	8	7	7	8/0,52=15,385
X_2	10	6	10	8	6/0,52=11,538
X_3	1	10	6	16	1/0,44= 2,273
X_4	7	13	5	9	7/0,44=15,909
X_5	11	5	9	7	5/0,52= 9,615
X_6	10	10	5	9	10/0,52=**19,231**

Рядом с событиями полной группы в скобках проставлены симуляторы субъективных вероятностей. Самый большой показатель $G_{k(УТ)}(mod)$-критерия соответствует решению X_6 (он составляет 10/0,52 = **19,231** и выделен в дополнительном столбце матрицы). Оптимальной по $G_{k(УТ)}(mod)$-критерию является альтернатива X_6. Ранжирование анализируемых альтернатив (при тех же «пропорциях доверия», как и в предыдущем примере 5.2) становится следующим:

$$X_6, \;, \quad X_4, \quad X_1, \quad X_2 \quad X_5, \quad X_3.$$

Такое ранжирование не совпадает с теми, которые были получены ранее в формате других, критериев выбора в условиях неопределенности. Следовательно, предложенный подход к модификации критериев принятия решений еще больше расширяет арсенал методов, которые можно использовать для адаптации линий уровня критерия применительно к предпочтениям ЛПР.

Среди всех рассмотренных ранее критериев принятия решений в условиях неопределенности в формате этого примера ни один другой критерий (кроме синтезированного $S_{G(УТ)}$-критерия) не выбирал альтернативу X_6 в качестве оптимального решения. Поэтому дополнительно отметим следующее. Для менеджеров и ЛПР, которые в формате указанной условной ситуации предпочли бы именно альтернативу X_6 в качестве оптимального решения, как видим, только представленный здесь подход к оптимизации решения и подход на основе синтезированного $S_{G(УТ)}$-критерия позволили реализовать приемлемый выбор. Таким образом, менеджерам и ЛПР с такими предпочтениями имеет смысл особо отметить представленные в этой главе критерии и подходы к их модификации, а также соответственно искать адаптацию линий уровня критерия (применительно к своим предпочтениям) в классе критериев указанных типов или на основе методов модификации указанных типов.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ. Таким образом, изложенные в этой главе материалы проиллюстрировали следующий эффект, который имеет место применительно к оптимизации систем управления запасами в условиях неопределенности, когда анализируются стратегии диверсификации годового объема поставок. А именно, при независимой реализации поставок от различных поставщиков стратегии диверсификации (при любых пропорциях для диверсификации годового объема поставок) обусловливают некоторый рост издержек поставок по отношению к ситуациям, когда диверсификация поставок не реализуется. Это, в свою очередь, может приводить к аномальным эффектам «блокировки» выбора таких стратегий при оптимизации системы управления запасами, несмотря на желаемое для ЛПР снижение риска срыва поставок. Поэтому в практических ситуациях могут оказаться весьма полезными (и, в частности, более адекватными применительно к имеющимся предпочтениям ЛПР) предложенные в этой главе подходы к реализации специальных модификаций для уже известных критериев принятия решений в условиях неопределенности. А именно, речь идет о таких модификациях, которые позволяют реализовать:

- изменение наклона направляющей для семейства линий уровня критерия, причем с «привязкой» ее к утопической точке поля полезностей;
- частичное изменение указанного наклона направляющей прямой для линий уровня критерия с учетом субъективной информации ЛПР о возможностях наступления случайных событий, влияющих на конечный экономический результат;
- частичный сдвиг направляющей прямой для линий уровня критерия по направлению к утопической точке поля полезностей (такие модификации будут представлены ниже).

Как уже было подчеркнуто, рассмотренные в этой главе модификации сохраняют специфику линий уровня самого модифицируемого критерия. Далее (в следующей главе) будут представлены модификации рассмотренных ранее критериев оптимизации решений в условиях неопределенности на основе частичного сдвига направляющей прямой для их линий уровня по направлению к соответствующей утопической точке.

ВОПРОСЫ (к главе 5)

5.1. Объясните, какими факторами обусловливается эффект увеличения годовых издержек в системах управления запасами, если ориентироваться на реализацию стратегий диверсификации годового объема поставок между предложениями поставщиков. Уточните это для моделей:
- а) на содержательном (вербальном) уровне;
- б) при формальном представлении таких моделей;
- в) в формате оптимизационных моделей в условиях неопределенности.

5.2. Каким образом оценивается величина роста таких издержек для ситуации, когда используется стратегия диверсификации годового объема поставок между предложениями поставщиков в отношении $(k : l)$?

5.3. Уточните, какое увеличение издержек (в процентном его представлении) можно ожидать при «переходе» к стратегии диверсификации годового объема поставок между предложениями поставщиков, по сравнению с издержками для стратегии, не использующей диверсификацию. В частности, подчеркните те факторы, которые окажут наибольшее влияние на указанный показатель.

5.4. Укажите особенности и специфику графического представления в «пространстве доходов» для стратегий диверсификации годового объема поставок между предложениями поставщиков I и II. Уточните их применительно к стратегиям:
- а) диверсификации в отношении (1 : 1);
- б) диверсификации в отношении $(k : l)$, если $k > l$;
- в) диверсификации в отношении $(k : l)$, если $k < l$.

5.5. На основе графической иллюстрации представьте специфику эффекта «блокировки» выбора стратегии диверсификации годового объема поставок между предложениями поставщиков I и II в формате оптимизационных моделей управления запасами в условиях неопределенности.

5.6. Уточните факторы, которые могут обусловить эффект «блокировки» выбора стратегии диверсификации годового объема поставок между предложениями поставщиков для оптимизационных моделей управления запасами в условиях неопределенности в формате классических критериев:
- а) пессимистического критерия;
- б) нейтрального критерия;
- в) оптимистического критерия;
- г) критерия Сэвиджа.

5.7. Уточните факторы, которые могут обусловить эффект «блокировки» выбора стратегии диверсификации годового объема поставок между предложениями поставщиков для оптимизационных моделей управления запасами в условиях неопределенности в формате производных критериев:
- а) критерия Гурвица (при $c > 0,5$);
- б) критерия Гурвица (при $c < 0,5$);
- в) критерия произведений;
- г) критерия Гермейера и его модификаций.

5.8. Существует ли возможность обойти нежелательный для ЛПР эффект «блокировки» выбора стратегий диверсификации годового объема поставок между предложениями поставщиков в формате оптимизационных моделей управления запасами в условиях неопределенности? В частности, в связи с этим, отметьте особенности следующих подходов:
- а) на основе именно частичного сдвига линий уровня критерия;
- б) на основе изменения наклона направляющей для семейства линий уровня критерия.

5.9. Какие процедуры (в формате оптимизационных моделей принятия решений в условиях неопределенности) позволяют менеджеру по логистике формализовать сдвиг (или частичный сдвиг) линий уровня выбираемого ЛПР критерия по направлению к утопической точке поля полезностей, чтобы адаптировать их к специфике предпочтений ЛПР?

5.10. Какие процедуры (в формате оптимизационных моделей принятия решений в условиях неопределенности) позволяют менеджеру по логистике формализовать изменение наклона направляющей для семейства линий уровня критерия, чтобы адаптировать их к специфике предпочтений ЛПР?

Глава 6. ОСОБЕННОСТИ СПЕЦИАЛЬНЫХ МОДИФИКАЦИЙ, ДОПУСКАЮЩИХ ВОЗМОЖНОСТЬ ЧАСТИЧНОГО СДВИГА ЛИНИЙ УРОВНЯ КРИТЕРИЯ К УТОПИЧЕСКОЙ ТОЧКЕ ПОЛЯ ПОЛЕЗНОСТЕЙ ДЛЯ АДАПТАЦИИ К ПРЕДПОЧТЕНИЯМ ЛПР

В предыдущей главе была подчеркнута необходимость разработки новых критериев принятия решений в условиях неопределенности, чтобы дать менеджеру возможность более эффективной адаптации семейства линий уровня критерия к системе предпочтений ЛПР. Было отмечено, что соответствующие модификации потребуют от менеджера умения формализовать, в частности, частичный «сдвиг» линий уровня выбираемого ЛПР критерия по направлению к утопической точке соответствующего поля полезностей в пространстве доходов. Подходы, которые позволяют реализовать такие модификации, как раз, и будут представлены в этой главе.

Как при оптимизации решения в условиях неопределенности учитывать особенности, обусловливаемые требованием или желанием ЛПР именно частично ориентировать или «нацелить» свой выбор на утопическую точку поля полезностей, причем за счет соответствующего сдвига семейства линий уровня критерия к утопической точке поля полезностей? На основе, каких процедур можно добиваться указанного частичного сдвига направляющей прямой (к утопической точке поля полезностей) для линий уровня критерия в такой ситуации, т.е. с учетом таких требований? Какие критерии позволяют при этом соответственно адаптировать выбор наилучшей альтернативы применительно к предпочтениям ЛПР? Чтобы получить ответы на эти и другие вопросы, в этой главе рассмотрены специальные модификации применительно к традиционно используемым и представленным в предыдущих главах критериям принятия решений в условиях неопределенности.

Подчеркнем, что указанные модификации в формате классических критериев принятия решений в условиях неопределенности имеют смысл только применительно к ММ-критерию (Вальда). Действительно, реализация таких модификаций применительно к Н-критерию и применительно к N-критерию оставит выбор (оптимальной альтернативы), практически, без изменения. Кроме того, их реализации применительно к S-критерию (Сэвиджа) будут полностью эквивалентны реализации такого подхода непосредственно к ММ-критерию. Далее, реализация таких модификаций применительно к производным критериям, прежде всего, оправдана, как уже подчеркивалось ранее, применительно к HW-критерию (Гурвица) и применительно к Р-критерию (произведений). Поэтому в данной главе указанные модификации реализуются непосредственно для критерия Вальда, критерия Гурвица, критерия произведений. Эти модификации позволяют реализовать процедуры именно частичного сдвига линий уровня критерия по направлению к утопической точке поля полезностей, причем в той мере, которая соответствует особенностям выбора ЛПР. Аналогичная модификация будет представлена и для критерия идеальной точки. Естественно, такая возможность расширяет арсенал методов адаптации линий уровня в поле полезностей применительно к предпочтениям ЛПР и будет интересна многим менеджерам по логистике.

Как уже было подчеркнуто, модификации указанного типа сохранят специфику линий уровня самого модифицируемого критерия. Но при этом они позволят обеспечить именно параллельное смещение таких линий по направлению к утопической точке поля полезностей в пространстве доходов. Далее в этой главе будут представлены следующие такие модификации (применительно как к классическим, так и производным критериям принятия решений в условиях неопределенности).

- Модификация *ММ*-критерия.
- Модификация *HW*-критерия.
- Модификация *Р*-критерия.
- Модификация *ИТ*-критерия.

1. Специфика процедур модификации критерия на основе частичного сдвига его линий уровня к утопической точке поля полезностей

Напомним, как формализуется понятие семейства линий уровня в общем случае, когда оптимизационная модель задачи принятия решения в условиях неопределённости учитывает произвольное число возможных случайных событий $\{\theta_j, j = \overline{1,n}\}$, которые влияют на конечный экономический результат и образуют полную группу случайных событий. В этом случае для любого критерия принятия решений в условиях неопределенности соответствующие линии уровня в пространстве доходов могут быть представлены в следующем виде

$$f(u;v;...;z) = K .$$

Здесь

- параметр K характеризует конкретную линию из соответствующего их семейства (причем большим значениям параметра K соответствует «линия», точнее гиперповерхность, в пространстве доходов, точки которой будут представлять более предпочтительные альтернативы);
- $f(u;v;...;z)$ - функция n переменных, аргументом которой являются n-мерные векторы (строки) соответствующей матрицы полезностей;
- $(u;v;...;z)$ - точки соответствующего n-мерного пространства доходов;
- указанное равенство представляет в параметрической форме множество точек этого пространства, которые расположены именно на «гиперповерхности» уровня K.

После формализации задачи принятия решений в условиях неопределенности (см. введение) анализируемые альтернативы будут представлены точками соответствующего n-мерного пространства доходов. Каждое альтернативное решение X_i из заданного анализируемого множества альтернатив $\{X_i, i = \overline{1,m}\}$ будет представлено конкретной точкой (для удобства ее также обозначаем через X_i). Указанная точка в принятых ранее обозначениях (см. введение) может быть записана в виде вектора следующим образом:

$$X_i = (a_{i1};a_{i2};...;a_{in}) .$$

Другими словами, X_i - точка в указанном выше пространстве доходов, для которой имеют место равенства:

$$u = a_{i1}$$
$$v = a_{i2}$$
$$..........$$
$$z = a_{in}$$

Минимальный (по размерам) «параллелепипед» в соответствующем n-мерном пространстве доходов, включающий в себя все анализируемые решения $\{X_i, i = \overline{1,m}\}$, образует «поле полезностей». Соответственно равенство $f(u;v;...;z) = K$ представляет, как уже было подчеркнуто, некоторую «гиперповерхность» в указанном пространстве доходов.

В поле полезностей соответствующим образом вводится понятие утопической точки (УТ). Это - условное или утопическое решение (УТ = $X_У$):

$$УТ = X_У = (a_{У1};a_{У2};...;a_{Уn}) ,$$

координаты которого в пространстве доходов определяются равенствами

$$a_{Уj} = \max_i \{a_{ij}\}.$$

Здесь координата $a_{Уj}$ является наилучшим (наибольшим) показателем среди элементов j-го столбца матрицы полезностей. Таким образом, УТ - это точка, представляющая условное утопическое решение, с наилучшими координатами по каждой координатной оси в указанном выше пространстве доходов.

Представим на формальном уровне интересующую нас в этой главе процедуру частичного сдвига семейства линий уровня критерия по направлению к утопической точке поля полезностей. Имеется в виду параллельный сдвиг линий уровня, не нарушающий соответствующей структуры таких линий. Из курса высшей математики хорошо известно, что преобразование типа

$$"u" \to "u + \Delta_u",$$

где $\Delta_u \geq 0$, применительно к определению семейства линий уровня, т.е. формализация такого семейства в виде

$$f(u + \Delta_u; v; ...; z) = K,$$

приведет к сдвигу влево таких линий вдоль оси *0U* (в соответствующем пространстве доходов). При этом величина указанного сдвига по такой оси составит именно Δ_u ($\Delta_u \geq 0$).

Аналогично, одновременная реализация (в рамках одной модификации) преобразований типа

$$"u" \to "u + \Delta_u"$$
$$"v" \to "v + \Delta_v"$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$"z" \to "z + \Delta_z"$$

(где $\Delta_u \geq 0$; $\Delta_v \geq 0$; … ; $\Delta_z \geq 0$) применительно к указанному параметрическому представлению семейства линий уровня, т.е. формализация его в виде

$$f(u + \Delta_u; v + \Delta_v; ...; z + \Delta_z) = K,$$

приведет к следующему сдвигу линий уровня указанного семейства. А именно, - к сдвигу влево одновременно по каждой из координатных осей соответствующего пространства доходов. При этом по оси *0U* сдвиг составит Δ_u, по оси 0V сдвиг составит Δ_v, … , по оси 0Z сдвиг составит Δ_z.

Как мы уже знаем, указанные процедуры (преобразования) можно использовать для «нацеливания» семейства линий уровня критерия на соответствующую утопическую точку поля полезностей. При этом будет сохраняться их структура. Более того, можно реализовать такой сдвиг именно частично, т.е. не в полной мере (например, на 25%, на 50%, на 75% и т.д.). Представим соответствующую формализацию для процедур такого типа.

А именно, пусть далее $a_У^*$ обозначает максимальную из координат соответствующей утопической точки (УТ = $X_У$) поля полезностей в рамках решаемой задачи оптимизации решения в условиях неопределенности. Другими словами, пусть

$$a_У^* = \max_j \{a_{Уj}\}$$

(в частности, применительно к матрице полезностей $a_У^*$ - наибольший элемент такой матрицы). Теперь легко видеть, что указанные выше процедуры «нацеливании» семейства линий уровня критерия на соответствующую утопическую точку поля полезностей удобно представить следующим образом.

Определим показатели / параметры соответствующих сдвигов по каждой координатной оси применительно к случаю 100% -го формата реализации сдвига в интересующей нас модификации:

$$\Delta_u^* = a_У^* - a_{У1}$$

$$\Delta_v^* = a_У^* - a_{У2}$$

………………

$$\Delta^*_z = a^*_У - a_{Уn} \tag{*}$$

Соответствующие сдвиги в компактной форме можно задать вектором

$$\vec{\Delta}^* = (\Delta^*_u ; \Delta^*_v ;...; \Delta^*_z) .$$

Тогда формализация семейства линий уровня критерия в следующем новом виде

$$f(u + \Delta^*_u ; v + \Delta^*_v ;...; z + \Delta^*_z) = K ,$$

как раз, и дает требуемое «нацеливание» семейства линий уровня критерия на соответствующую утопическую точку поля полезностей на основе параллельного сдвига (100%-го) направляющей линии для этого семейства, причем таким образом, чтобы она проходила через указанную точку.

ЗАМЕЧАНИЕ. Подчеркнем, что переход от представления семейства линий уровня критерия в виде

$$f(u;v;...;z) = K$$

к его представлению в представленном выше модифицированном виде можно также интерпретировать следующим образом. В указанном представлении то же самое поле полезностей уже как бы рассматривается с новой «точки зрения». А именно, начало системы координат соответствующего n-мерного пространства доходов в таком представлении смещено таким образом, что соответствующая утопическая точка поля полезностей (точка УТ = $X_У$) будет уже «видна» под одинаковым углом к любой из координатных осей.

Последнее означает, что после такого преобразования семейство линий уровня классического *ММ*-критерия и классического *Н*-критерия в новой системе координат будут иметь следующую особенность. Они будут уже «автоматически» нацелены (в указанном выше смысле) на соответствующую утопическую точку поля полезностей. Разумеется, эта особенность относится и к классическому S-критерию и к классическому *N*-критерию, несмотря на то, что линии уровня этих критериев по определению (т.е. и без указанного преобразования) уже и так были «нацелены» на утопическую точку поля полезностей (см. гл. 1).

Кроме того, указанная особенность, естественно, относится и к производному *HW*-критерию, и к производному *Р*-критерию. Соответствующие модификации таких критериев уже были представлены в главе 4. Здесь нас интересуют преобразования, которые позволят реализовать именно частичный сдвиг семейства линий уровня критерия по направлению к утопической точке поля полезностей, не изменяя структуру таких линий. Представим теперь требуемую формализацию для интересующих нас процедур указанного типа.

Далее термин «частичный» сдвиг семейства линий уровня критерия по направлению к утопической точке поля полезностей будем понимать следующим образом. Подразумевается реализация представленных выше процедур, но уже в следующем модифицированном виде. А именно, пусть γ - некоторое число, причем $\gamma \in [0;1]$. Рассмотрим вектор

$$\vec{\Delta}^*(\gamma) = \gamma \cdot \vec{\Delta}^* .$$

Соответственно, в координатной форме этот вектор можно записать следующим образом:

$$\vec{\Delta}^*(\gamma) = (\Delta^*_u(\gamma), \Delta^*_v(\gamma), \ldots, \Delta^*_z(\gamma)),$$

где приведенные координаты определяются соответственно по формулам

$$\Delta^*_u(\gamma) = \gamma \cdot \Delta^*_u$$

$$\Delta_v^*(\gamma) = \gamma \cdot \Delta_v^*$$

$$\dots\dots\dots\dots\dots\dots$$

$$\Delta_z^*(\gamma) = \gamma \cdot \Delta_z^* \qquad (**)$$

Указанный вектор и формализует понятие «частичного» сдвига семейства линий уровня критерия по направлению к утопической точке соответствующего поля полезностей (в контексте рассматриваемой здесь модификации).

А именно, переход от представления семейства линий уровня критерия в виде

$$f(u; v; \dots; z) = K$$

к его модифицированному представлению типа

$$f(u + \Delta_u^*(\gamma); v + \Delta_v^*(\gamma); \dots; z + \Delta_z^*(\gamma)) = K \qquad (***)$$

мы, как раз, и будем называть «частичным» сдвигом линий уровня этого семейства по направлению к утопической точке поля полезностей в рамках конкретной задачи принятия решений в условиях неопределенности.

Обратим внимание на то, что в частных случаях конкретного выбора параметра γ можно получать различные результаты такого «частичного» сдвига линий уровня критерия. Например,

- при γ = 0 никакого сдвига для семейства линий уровня критерия не будет;
- при γ = 1 указанный сдвиг реализуется на все 100% (по направлению к утопической точке поля полезностей);
- при γ = 0,5 указанный сдвиг реализуется на 50% (по направлению к утопической точке поля полезностей);
- при γ = 0,75 указанный сдвиг реализуется на 75% (по направлению к утопической точке поля полезностей);
- и т.д.

Геометрическая интерпретация преобразований типа (***) при γ = 0, при γ = 0,5 и при γ = 1 в соответствующем пространстве доходов применительно к *ММ*-критерию для случая n = 2 (двумерное пространство доходов) представлена на рис. 6.1. Особенности и специфика выбора по этому критерию для таких преобразований представлена на рис. 6.2. Обратим внимание на то, что при больших значениях γ соответствующий выбор (как иллюстрирует рис. 6.2) будет в большей степени «нацелен» на такие альтернативные решения, которые в пространстве доходов представлены точками, расположенными, более близко к утопической точке поля полезностей.

Приведите самостоятельно соответствующие интерпретации для случая n = 3 (трехмерное пространство доходов), когда после формализации задачи принятия решений в условиях неопределенности соответствующая полная группа событий, влияющих на конечный экономический результат, будет состоять именно из трех таких событий.

ЗАМЕЧАНИЕ. Представленные выше процедуры модификации на основе «частичного» сдвига семейства линий уровня критерия к утопической точке поля полезностей относились именно к таким критериям принятия решений в условиях неопределенности, применительно к которым направляющая линия (для соответствующего семейства линий уровня) в пространстве доходов совпадает с биссектрисой первого координатного угла. Понятно, что к таким критериям относится большинство критериев принятия решений, которые были рассмотрены в предыдущих главах. Отметьте самостоятельно, какие именно.

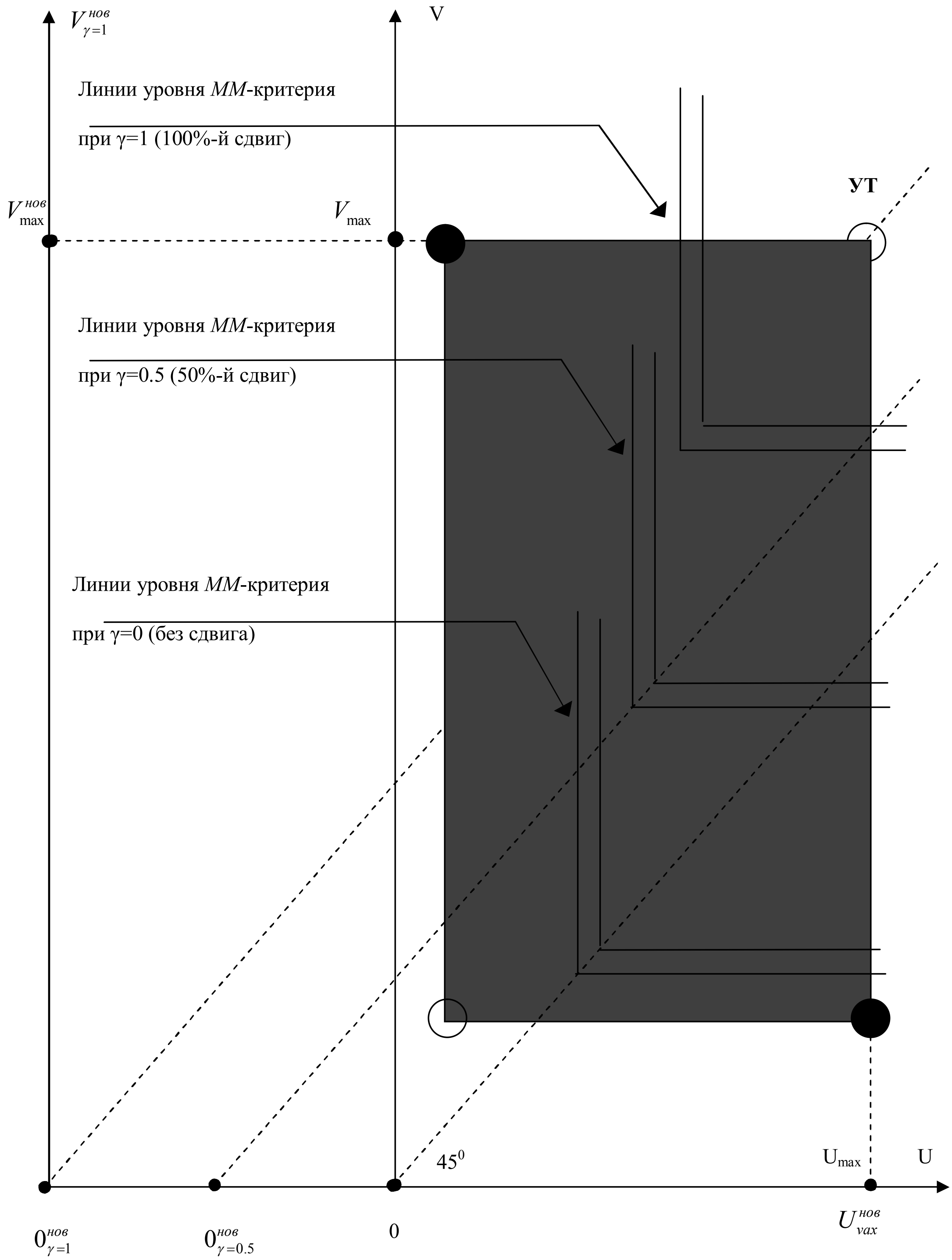


Рис. 6.1. Иллюстрация частичного сдвига линий уровня *ММ*-критерия

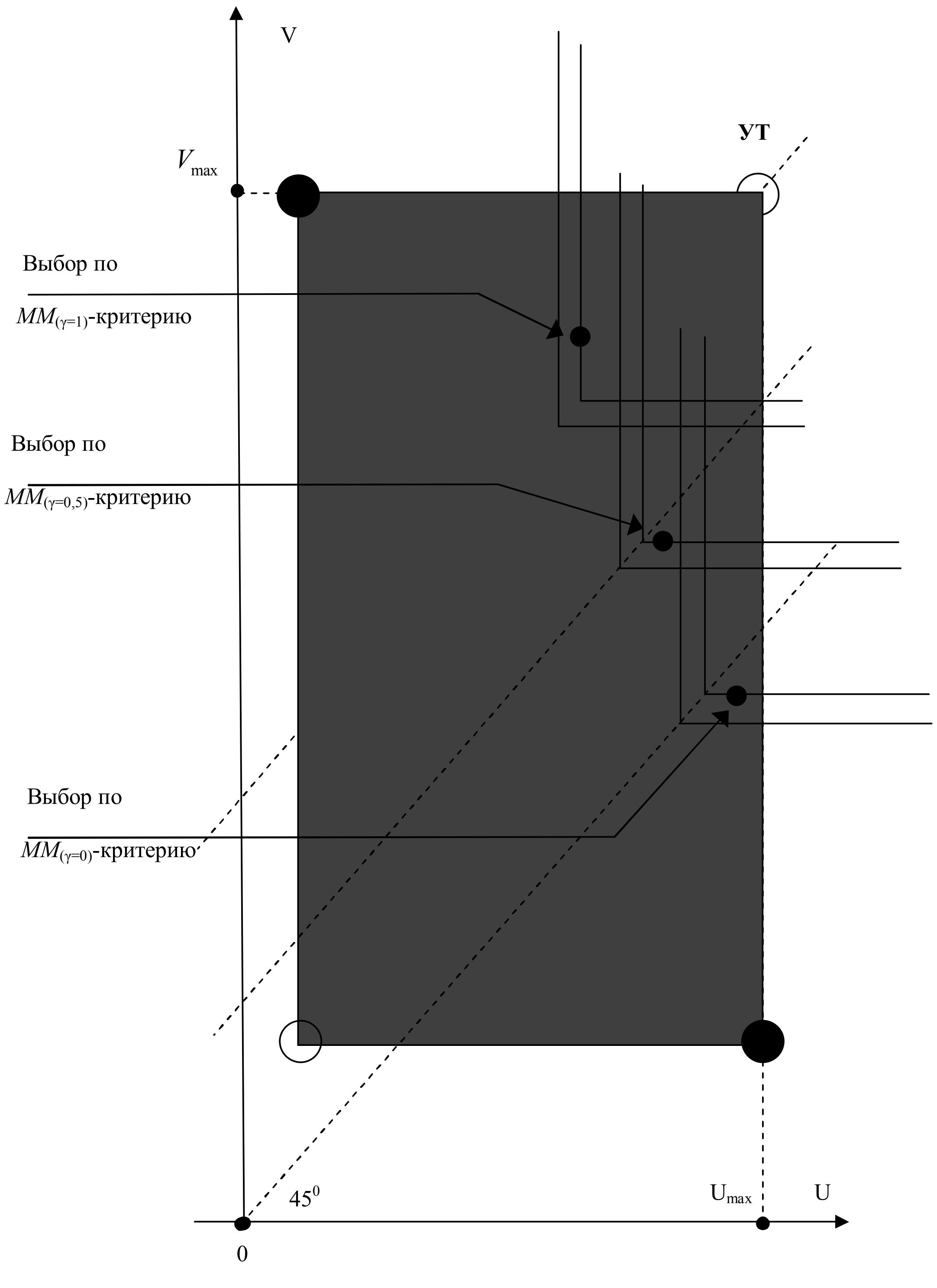


Рис. 6.2. Иллюстрация оптимального выбора по модифицированному *ММ*-критерию при сдвиге его линий уровня

ЗАМЕЧАНИЕ 2. Еще раз подчеркнем, что указанное преобразование для семейства линий уровня критерия реализуется «автоматически» в рамках соответствующей модификации критерия. Поэтому никаких линий уровня и, тем более, гиперповерхностей в пространстве доходов (до и после представленных преобразований) менеджеру, естественно, «рисовать» в рамках процедур оптимизации решений в условиях неопределенности не требуется. Необходимо только реализовать требуемые шаги (они формализованы ниже) в рамках соответствующего алгоритма модификации. Естественно, при этом необходимо также понимать, какие возможности дает указанная модификация и как ими воспользоваться. Представленные на рис. 6.1 и 6.2 графические иллюстрации призваны помочь в этом.

Соответственно обратим внимание на следующую особенность. Указанные выше процедуры / шаги алгоритма модификации (речь идет именно о частичном сдвиге линий уровня критерия по направлению к утопической точке поля полезностей) реализуются только применительно к матрице полезностей (атрибуты самого критерия остаются прежними). А именно, в обозначениях принятых для матрицы полезностей (см. введение), интересующая нас в этой главе модификация формализуется следующим образом.

Пусть исходная матрица полезностей при формализации задачи принятия решений в условиях неопределенности задана в виде:

	Θ_1	Θ_2	...	Θ_n
X_1	a_{11}	a_{12}	...	a_{1n}
X_2	a_{21}	a_{22}	...	a_{2n}
...	...	...	...	...
X_m	a_{m1}	a_{m2}	...	a_{mn}

Тогда, если менеджер решает использовать преобразование (***) для семейства линий уровня критерия на основе их частичного сдвига к утопической точке поля полезностей (при некотором конкретном значении коэффициента γ), то это означает следующее. Требуется реализовать процедуры соответствующего критерия, но уже не применительно к указанной исходной матрице полезностей, а применительно к новой модифицированной матрице, причем модификация делается на основе преобразования (***). Другими словами, для выбора оптимальной альтернативы в задаче принятия решений в условиях неопределенности менеджер в такой ситуации будет иметь дело с матрицей вида

	Θ_1	Θ_2	...	Θ_n
X_1	$a_{11}+\Delta_1^*(\gamma)$	$a_{12}+\Delta_2^*(\gamma)$	...	$a_{1n}+\Delta_n^*(\gamma)$
X_2	$a_{21}+\Delta_1^*(\gamma)$	$a_{22}+\Delta_2^*(\gamma)$	...	$a_{2n}+\Delta_n^*(\gamma)$
...	...	...	...	...
X_m	$a_{m1}+\Delta_1^*(\gamma)$	$a_{m2}+\Delta_2^*(\gamma)$	...	$a_{mn}+\Delta_n^*(\gamma)$

(****)

Образно говоря, в рамках таких процедур модификации можно дать следующую интерпретацию применительно к новым значениям конечных экономических результатов в модифицированной матрице полезностей (****). А именно, менеджер или ЛПР, как бы, «смотрит» на такие результаты, но уже с новой «точки зрения» в пространстве доходов. Эта новая точка зрения обусловливается новой системой координат, полученной после реализации соответствующих процедур модификации из-за сдвига координатных осей в пространстве доходов (для адаптации к предпочтениям ЛПР). Для двумерного пространства доходов такой эффект был уже проиллюстрирован рисунком 6.1.

Соответствующие процедуры модификации, которые были представлены в этом разделе, далее для краткости будем называть процедурами *γ(УТ)*-модификации или $\gamma(УТ)$-преобразованиями. В следующих разделах этой главы рассмотрим специфику реализации таких процедур применительно к интересующим нас критериям принятия решений в условиях неопределенности. Иллюстрация их приложений к системам управления запасами будет представлена в третьей части книги.

2. Алгоритм γ*(УТ)*-модификации для *ММ*-критерия (*ММ* $_{\gamma(УТ)}$-критерий)

Представим особенности реализации соответствующих процедур γ*(УТ)*-модификации, которые обусловлены именно частичным сдвигом семейства линий уровня критерия (к утопической точке поля полезностей) применительно к классическому *ММ*-критерию. Получаемый в результате такой модификации новый модифицированный критерий принятия решений в условиях неопределенности обозначаем кратко как *ММ* $_{\gamma(УТ)}$-критерий.

Прежде всего подчеркнем, что алгоритм оптимизации решения в рамках указанного *ММ* $_{\gamma(УТ)}$-критерия можно характеризовать следующими шагами.

На начальном шаге уточняется конкретное значение коэффициента γ ($\gamma \in [0;1]$), выбор которого (см. иллюстрацию в примере 6.1 - Дополнение) должен быть реализован ЛПР в соответствии со своей системой предпочтений в пространстве доходов.

Шаг 1. Применительно к исходной матрице полезностей, которую формализовали для соответствующей задачи оптимизации решения в условиях неопределенности, по формулам (*), (**) и (***) реализуются процедуры требуемой γ*(УТ)*-модификации. В результате получается новая модифицированная матрица полезностей.

Шаг 2. Для указанной новой модифицированной матрицы полезностей реализуются процедуры классического *ММ*-критерия. Это означает, что к такой матрице дописывается дополнительный столбец. Его элементы определяются как самые плохие (наименьшие) элементы соответствующей строки указанной матрицы.

Шаг 3. По элементам дополнительного столбца модифицированной матрицы полезностей определяется наилучшее / оптимальное решение. А именно, это – решение, которому соответствует наилучший (наибольший) показатель в дополнительном столбце указанной матрицы.

Соответственно, в рамках рассматриваемого здесь *ММ* $_{\gamma(УТ)}$-критерия семейство линий уровня критерия будет определяться равенствами типа:

$$\min\left\{u + \gamma \cdot \Delta_u^*; v + \gamma \cdot \Delta_v^*; \ldots; z + \gamma \cdot \Delta_z^*\right\} = K .$$

Здесь

- K – показатель линии уровня;
- γ - выбранный ЛПР показатель коэффициента частичного сдвига линий уровня критерия к утопической точке поля полезностей;
- Δ_α - соответствующие показатели (применительно к каждой координатной оси), добавление которых к аргументам критериальной функции, обеспечивает именно100%-ый сдвиг семейства линий уровня критерия к утопической точке поля полезностей ($\alpha \in \{u; v; \ldots z\}$).

Пусть

i – вариант возможного решения ЛПР $(i = 1,2,\ldots,m)$;

j – вариант возможной ситуации $(j = 1,2,\ldots,n)$;

a_{ij} – доход / прибыль для ЛПР, если будет принято решение i, а ситуация сложится j-ая;

$A = (a_{ij})$ – соответствующая исходная матрица полезностей для задачи оптимизации.

$\gamma \cdot \Delta_j^*$ - требуемые «добавки» к элементам j-го столбца исходно матрицы полезностей при реализации процедур γ*(УТ)*-модификации (в рамках предпочтений ЛПР).

Тогда для целевой функция модифицированного критерия имеем:

$$Z_{MM_{\gamma(УТ)}} = \max_i \{K_i\} ,$$

где

$$K_i = \min_j \{a_{ij} + \gamma \cdot \Delta_j^*\} .$$

Графическая интерпретация для семейства линий уровня этого критерия, а также соответствующие особенности выбора оптимального решения, уже были представлены выше на рис. 6.1 и 6.2.

Иллюстрацию численных процедур этого метода рассмотрим (для удобства сравнения результатов) на том же примере, который уже был использован в главе 1.

ПРИМЕР 6.1. Для удобства изложения напомним исходные данные в рамках рассматриваемого примера. А именно, после формализации задачи принятия решений выделено множество $\{\theta_j, j=\overline{1,4}\}$ из 4-х случайных событий, которые необходимо учитывать в рамках соответствующих решений. Кроме того, пусть анализируются 6 альтернативных решений $\{X_i, i=\overline{1,6}\}$, из которых требуется выбрать наилучшее. При этом соответствующая матрица полезностей имеет вид:

Решения	Доходы при событиях:			
	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4
X_1	5	4	3	3
X_2	6	2	6	4
X_3	-3	6	2	12
X_4	3	9	1	5
X_5	7	1	5	3
X_6	6	6	1	4

Найдем наилучшее решение по *ММ* $_{\gamma(УТ)}$-критерию применительно к ситуации, когда, например, ЛПР для параметра γ (в рамках указанной модификации классического критерия пессимизма) выбирает значение γ= 0,5.

Шаг 1. Сначала подчеркнем, что соответствующая утопическая точка в поле полезностей применительно к этой задаче имеет координаты:

$$X_У = (7;\ 9;\ 6;\ 12).$$

Как видим, максимальная координата этой точки составляет 12. Соответственно далее по формуле (*) определяем показатели Δ^*_j для величин «сдвигов» по j-ой координатной оси в пространстве доходов (для случая 100%-ой реализации таких сдвигов):

$$\Delta^*_1 = 12 - 7 = \mathbf{5}; \qquad \Delta^*_2 = 12 - 9 = \mathbf{3};$$

$$\Delta^*_3 = 12 - 6 = \mathbf{6}; \qquad \Delta^*_4 = 12 - 12 = \mathbf{0}.$$

После этого определяем показатели $\Delta^*_j(\gamma)$ с учетом требований ЛПР применительно к частичной реализации соответствующего сдвига (50% вместо 100% при указанных значениях Δ^*_j):

$$\Delta^*_1(\gamma) = 0{,}5\cdot 5 = \mathbf{2{,}5}; \qquad \Delta^*_2(\gamma) = 0{,}5\cdot 3 = \mathbf{1{,}5};$$

$$\Delta^*_3(\gamma) = 0{,}5\cdot 6 = \mathbf{3}; \qquad \Delta^*_4(\gamma) = 0{,}5\cdot 0 = \mathbf{0}.$$

Наконец, с учетом формул перехода к новым элементам матрицы (****) выписываем модифицированную матрицу полезностей:

Решения	Доходы при событиях:			
	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4
X_1	7,5	5,5	6	3
X_2	8,5	3,5	9	4
X_3	-0,5	7,5	5	12
X_4	5,5	10,5	4	5
X_5	9,5	2,5	8	3
X_6	8,5	7,5	4	4

Шаг 2. Для указанной новой модифицированной матрицы полезностей реализуем процедуры классического *ММ*-критерия. Они представлены элементами соответствующего дополнительного столбца, который дописываем к этой матрице.

Решения	Доходы при событиях:				Показатель $MM_{\gamma(УТ)}$-критерия
	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4	
X_1	7,5	5,5	6	3	3
X_2	8,5	3,5	9	4	3,5
X_3	-0,5	7,5	5	12	-0,5
X_4	5,5	10,5	4	5	**4**
X_5	9,5	2,5	8	3	3
X_6	8,5	7,5	4	4	**4**

Шаг 3. Находим самый большой элемент в дополнительном столбце модифицированной матрицы полезностей. Он равен 4 (и выделен в дополнительном столбце матрицы). Соответствующие альтернативные решения (альтернативы X_4 и X_6) являются оптимальными по $MM_{\gamma(УТ)}$-критерию (при γ = 0,5). Любая из них может быть выбрана в качестве наилучшей. Кстати, объясните самостоятельно, почему.

ЗАМЕЧАНИЕ. Сравнивая полученный здесь результат с результатом выбора по классическому *ММ*-критерию (без указанной *γ(УТ)*-модификации, см. пример 1.1) видим, что оптимальный выбор изменился. Здесь модифицированный $MM_{\gamma(УТ)}$-критерий выбрал альтернативы X_4 и X_6, в то время как классический *ММ*-критерий выбрал альтернативу X_1. Более того, подчеркнем, что в рамках модифицированного $MM_{\gamma(УТ)}$-критерия еще и альтернатива X_2 стала ранжироваться как более предпочтительная, чем альтернатива X_1 (которую выбирает *ММ*-критерий без указанной модификации).

Вообще, в рамках рассмотренного здесь модифицированного $MM_{\gamma(УТ)}$-критерия анализируемые альтернативы ранжируются (по убыванию предпочтения) следующим образом:

$$X_4 \text{ и } X_6, \quad X_2, \quad X_1 \text{ и } X_5, \quad X_3.$$

Это ранжирование не совпадает с ранжированием по обычному классическому *ММ*-критерию (см., например, пример 1.1 применительно к анализу первых пяти таких альтернатив). Естественно, для тех ЛПР, которые именно так и ранжировали бы указанные альтернативные решения, соответствующая модификация (при γ = 0,5) вполне могла бы соответствовать предпочтениям ЛПР. Как видим, менеджерам необходимо понимать особенность представленной здесь модификации классического *ММ*-критерия и уметь использовать ее, чтобы более эффективно адаптировать линии уровня критерия применительно к системе предпочтений ЛПР. Возможности для оценки приемлемых значений коэффициента γ ($\gamma \in [0;1]$) в рамках рассматриваемой модификации проиллюстрированы ниже следующим дополнением к этому примеру.

Возможность оценки и выбора параметра γ для конкретного ЛПР при γ(УТ)-модификации в формате критерия пессимизма

Дополнительно в этом пункте отметим ещё одну особенность, связанную с возможностями использования представленного $MM_{\gamma(УТ)}$-критерия. А именно, зная выбор конкретного ЛПР, который был сделан им применительно к определённой задаче принятия решений в условиях неопределённости, можно получать оценки для допустимых значений параметра γ применительно к системе предпочтений этого ЛПР. Другими словами, можно определять, на сколько процентов следует реализовать «сдвиг» семейства линий уровня критерия к утопической точке поля полезностей с учетом системы предпочтений ЛПР. Такой подход позволяет оценивать и уточнять применительно к конкретному ЛПР (по результатам известных бывших и последующих выборов) соответствующий характер его линий уровня. В частности, по значениям указанного параметра можно интерпретировать степень склонности ЛПР к более оптимистическим решениям (ближайшим к утопической точке поля полезностей) и степень склонности ЛПР к осторожным классическим решениям. Для иллюстрации соответствующего подхода к оценке параметра «γ» снова вернемся к условиям нашего примера.

ПРИМЕР 6.1 (Дополнение: иллюстрация процедур оценки коэффициента γ в формате предпочтений ЛПР для критерия пессимизма). Рассмотрим упрощенную ситуацию, которая обсуждалась выше в качестве условного примера, когда после формализации задачи принятия решений в условиях неопределенности было выделено множество $\{\theta_j, j = \overline{1,4}\}$ из 4-х случайных событий. При этом, напомним, выбиралось лучшее решение из 6 альтернативных решений $\{X_i, i = \overline{1,6}\}$.

Пусть, например, в рамках этой ситуации известно, что некоторое ЛПР выбирает только именно альтернативу X_4. Оценим возможный диапазон значений для параметра γ применительно к этому ЛПР. Для этого предварительно дополним исходную матрицу полезностей примера одним дополнительным столбцом, в котором представим показатели $MM_{\gamma(УТ)}$-критерия как функции переменной γ в области $\gamma \in [0;1]$. Соответствующие процедуры представлены ниже:

Решения	Доходы при событиях:				Показатель $MM_{\gamma(УТ)}$-критерия как функция от γ
	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4	
X_1	5	4	3	3	3 (при любом $\gamma \in [0;1]$)
X_2	6	2	6	4	min {2+3·γ; 4}
X_3	-3	6	2	12	-3 + 5·γ
X_4	3	9	1	5	min {1+6·γ; 5}
X_5	7	1	5	3	min {1+3·γ; 3}
X_6	6	6	1	4	min {1+6·γ; 4}

Теперь воспользуемся тем, что согласно условию, ЛПР выбрало альтернативу X_4. В контексте данного модифицированного $MM_{\gamma(УТ)}$-критерия это означает, что показатель min {1+6·γ; 5} (см. строку, соответствующую альтернативе X_4) оказался самым большим из всех показателей дополнительного столбца. Следовательно, можно выписать следующую систему линейных неравенств относительно неизвестного значения γ:

$$\min\{1+6\cdot\gamma;\ 5\} > 3;$$

$$\min\{1+6\cdot\gamma;\ 5\} > \min\{2+3\cdot\gamma;\ 4\};$$

$$\min\{1+6\cdot\gamma;\ 5\} > -3 + 5\cdot\gamma;$$

$$\min\{1+6\cdot\gamma;\ 5\} > \min\{1+3\cdot\gamma;\ 3\};$$

$$\min\{1+6\cdot\gamma;\ 5\} > \min\{1+6\cdot\gamma;\ 4\}.$$

Решение этой системы неравенств представлено на рис. 6.3 (графическим методом). Для удобства приняты следующие сокращения:

$$f_1 = f_1(\gamma) = 3;$$

$$f_2 = f_2(\gamma) = \min\{2+3\cdot\gamma;\ 4\};$$

$$f_3 = f_3(\gamma) = -3 + 5\cdot\gamma;$$

$$f_4 = f_4(\gamma) = \min\{1+6\cdot\gamma;\ 5\};$$

$$f_5 = f_5(\gamma) = \min\{1+3\cdot\gamma;\ 3\};$$

$$f_6 = f_6(\gamma) = \min\{1+6\cdot\gamma;\ 4\}.$$

При этом легко видеть, что в этих специальных обозначениях интересующая нас система неравенств имеет следующий вид:

$$f_4 > f_1$$

$$f_4 > f_2$$

$$f_4 > f_3$$

$$f_4 > f_5$$

$$f_4 > f_6$$

Рисунок 6.3 наглядно иллюстрирует, что решением указанной системы неравенств является следующая область значений параметра γ:

$$\gamma \in (0{,}5;1].$$

Итак, приемлемым для такого ЛПР будет некоторое значение γ из области $\gamma \in (0{,}5;1]$, т.к. в рассматриваемой ситуации оптимальный выбор по модифицированному $MM_{\gamma(УТ)}$-критерию будет давать именно только альтернативу X_4 . Продолжая аналогичные процедуры, но уже применительно к другим ситуациям бизнеса, можно далее уточнять для этого ЛПР соответствующую оценку неизвестного коэффициента γ .

Представленная модификация $MM_{\gamma(УТ)}$-критерия не претендует на исключительную универсальность. Другими словами, мы должны специально подчеркнуть, что на практике не исключены следующие ситуации. Альтернативное решение, которое предпочитает ЛПР (соответственно оно, естественно, будет недоминируемым), может оказаться таким, что оно не будет выбрано модифицированным $MM_{\gamma(УТ)}$-критерием ни при каком значении коэффициента $\gamma \in [0;1]$. Для адаптации к предпочтениям такого ЛПР менеджеру возможно понадобятся аналогичные модификации, но уже применительно к другим критериям принятия решений в условиях неопределенности. Проиллюстрируем это положение применительно к рассматриваемой в этом примере ситуации.

Предварительно напомним, что во введении уже подчеркивалось, что различные ЛПР имеют, вообще говоря, различное отношение к риску (а соответственно и к возможным отклонениям конечного экономического результата). Поэтому в одной и той же ситуации их предпочтения могут существенно отличаться.

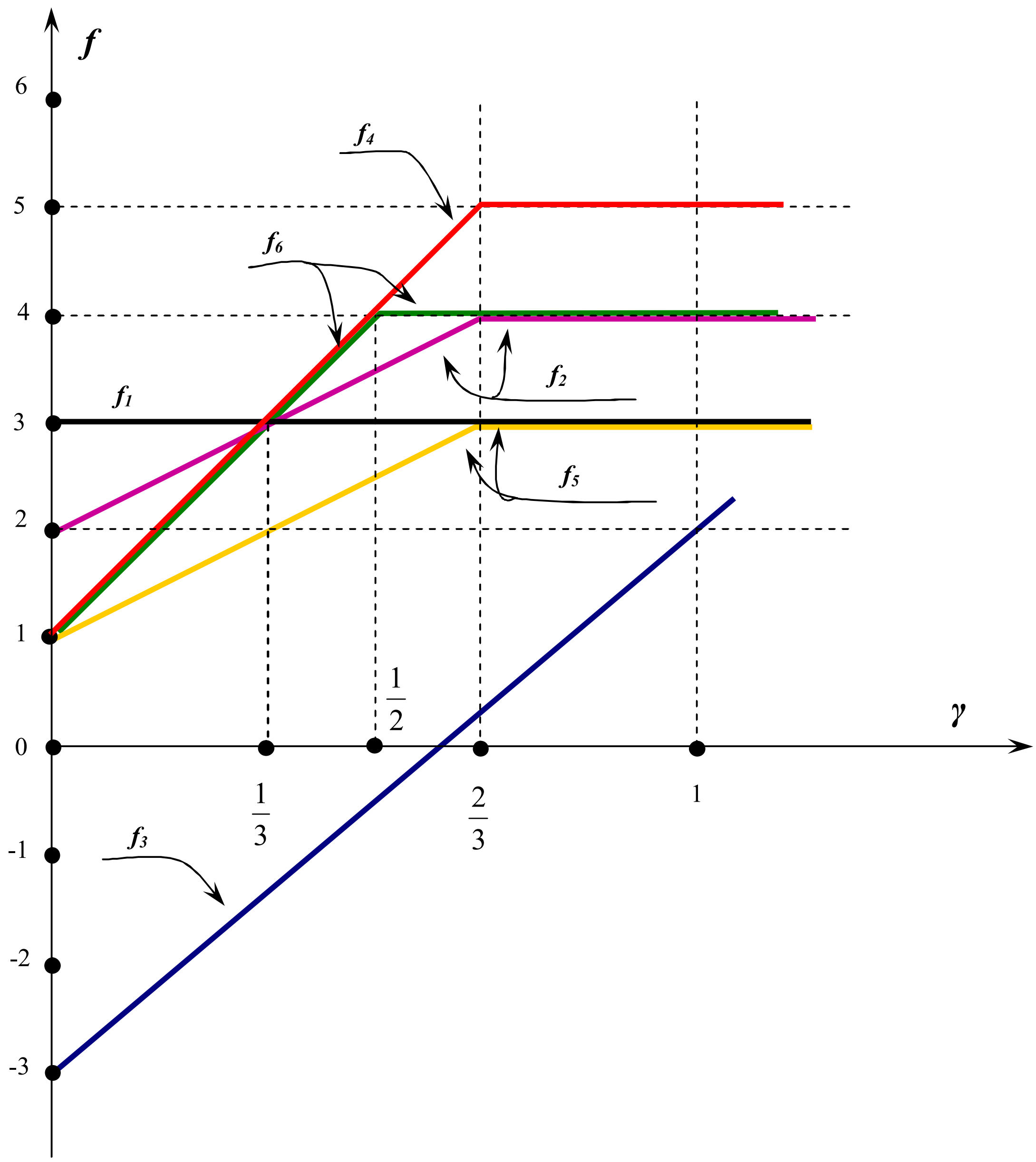


Рис. 6.3. Графическое решение системы неравенств
(в области $\gamma \in [0;1]$)

Итак, рассмотрим здесь теперь ситуацию, когда в условиях этого примера ЛПР предпочитает, например, только именно альтернативу X_5, а не какую-нибудь другую альтернативу из анализируемого множества альтернативных решений. Подчеркнем, что никакое другое решение не доминирует при этом альтернативу X_5. Тогда соответственно необходимо рассматривать систему неравенств, которая применительно к введенным ранее обозначениям будет иметь вид:

$$f_5 > f_1$$

$$f_5 > f_2$$

$$f_5 > f_3$$

$$f_5 > f_4$$

$$f_5 > f_6$$

Из рис. 6.3 легко видеть, что указанная система неравенств не имеет решения в области $\gamma \in [0;1]$. Действительно, при любом значении коэффициента γ (в указанной области $\gamma \in [0;1]$) выполнено строгое неравенство $f_2 > f_5$. Поскольку при оптимизации альтернативного решения выбирается наибольший такой показатель, то этого неравенства достаточно, чтобы понять, что в рамках нашего примера альтернатива X_5, не будет выбрана в качестве оптимальной, ни при каком значении параметра $\gamma \in [0;1]$.

Наконец, дополнительно подчеркнем также следующее.

Пусть в условиях этого дополнения к примеру 6.1 анализируется ситуация, когда ЛПР наверняка предпочитает только именно альтернативу X_2 (а не X_4 и не X_5). Тогда потребуется решать следующую систему неравенств

$$f_2 > f_1$$

$$f_2 > f_3$$

$$f_2 > f_4$$

$$f_2 > f_5$$

$$f_2 > f_6$$

Из рис. 6.3 видно, что указанная система неравенств не имеет решения. Соответственно выбрать приемлемое значение параметра γ для такого ЛПР не представляется возможным.

Модифицируем это условие в рамках нашего примера следующим образом. Пусть в условиях этого дополнения к примеру 6.1 анализируется ситуация, когда ЛПР предпочитает альтернативу X_2 , но строгой уверенности в этом у него нет. Тогда соответствующая система неравенств будет нестрогой. Легко видеть, что в этом случае получаем единственное решение: γ = 1/3.

Означает ли это, что модифицированный $MM_{\gamma(УТ)}$-критерий при γ = 1/3 , как раз, и соответствует системе предпочтений указанного ЛПР? Вряд ли. Столь жесткие такие требования к приемлемому значению коэффициента γ в рамках указанной модификации при первой же «выборке», скорее всего, подчеркивают следующее. В этом случае, как и в случае выбора альтернативы X_5, для более адекватной адаптации к системе предпочтений ЛПР следует, возможно, рассматривать аналогичные модификации, но уже применительно к другим критериям принятия решений в условиях неопределенности.

Рассмотренную здесь модификацию $MM_{\gamma(УТ)}$-критерия имеет смысл анализировать для таких ЛПР, которые в условиях примера 6.1, если и сомневаются в выборе оптимального решения, то только применительно к альтернативам X_1, X_4 и X_6 (остальные для них без сомнения явно неприемлемы). Как видим, выбор для ЛПР приемлемого критерия или соответствующей его модификации может потребовать от менеджера тщательного и кропотливого анализа. При этом менеджеру необходимо владеть всем арсеналом доступных для выбора критериев принятия решений в условиях неопределенности, а также всеми наборами соответствующих приемов и методов модификации таких критериев.

Соответствующие γ(УТ)-модификации будут далее представлены применительно к остальным указанным в начале главы критериям.

Дополнительная специфика процедур выбора наилучшего решения на основе $MM_{\gamma(УТ)}$-критерия

Как и в случае рассмотренного в первой главе классического *ММ*-критерия, отметим здесь дополнительно важную особенность, характерную для процедур оптимального выбора по модифицированному $MM_{\gamma(УТ)}$-критерию. Соответствующая особенность еще раз подчеркнет, что термин *«крайний»* для классического *ММ*-критерия и в этом случае специальной модификации также может иметь дополнительную специфическую смысловую нагрузку, вполне аналогичную той, которая была отмечена в первой главе.

А именно, и в этом случае линии уровня представленного здесь модифицированного критерия занимают «крайнее» положение по отношению к соответствующим конусам предпочтений. Тот факт, что вершины таких угловых линий уровня смещены относительно биссектрисы главного координатного угла (в отличие от *ММ*-критерия, чтобы «сместить» выбор ближе к утопической точке поля полезностей), не устраняет отмеченную ранее особенность выбора наилучших решений, обусловливаемую соответствующим «крайним» положением для линий уровня критерия. Поэтому, указанная особенность снова относится к ситуации, когда окажется, что максимальное значение целевой функции (теперь - функции $Z_{MM\ \gamma(УТ)}$) соответствующего модифицированного $MM_{\gamma(УТ)}$-критерия достигается не на одном единственном решении из множества X_1 - X_m , а одновременно на нескольких альтернативных решениях, представленных в матрице полезностей.

Действительно, если при реализации алгоритма $MM_{\gamma(УТ)}$-критерия будет найдено несколько альтернатив с одинаковым наилучшим значением показателя указанной целевой функции, то снова, как и для *ММ*-критерия, можно столкнуться с противоречивой ситуацией. А именно: пусть, например, оказалось, что решения X^* и X^{**} имеют одинаковый (причем, - наилучший для всего множества анализируемых альтернативных решений) показатель соответствующей целевой функции $Z_{MM\ \gamma(УТ)}$. Тогда снова возможны следующие случаи.

1. Одно из этих решение может оказаться доминируемым. Разумеется, ЛПР не станет его использовать. Поэтому в такой ситуации в качестве оптимального решения всегда будет принято доминирующее его решение.

2. Среди этих решений X^* и X^{**} может не быть доминируемых. Соответственно, любая из этих альтернатив может быть принята в качестве оптимального решения по $MM_{\gamma(УТ)}$-критерию.

Графические иллюстрации таких ситуаций приведите самостоятельно (они вполне аналогичны тем, которые были проиллюстрированы ранее в главе 1).

Соответственно и алгоритм выбора оптимального решения на основе $MM_{\gamma(УТ)}$-критерия должен быть дополнен процедурой идентификации решения на оптимальность. Ее формализация здесь опускается. Такая процедура также полностью соответствует приведенной выше такой процедуре применительно к *ММ*-критерию.

ПРИМЕР 6.1 ***(Специальное дополнение: иллюстрация процедур идентификации оптимального решения для $MM_{\gamma(УТ)}$-критерия).*** Пусть в условиях примера 6.1 множество анализируемых альтернативных решений содержит не шесть, а девять альтернативных решений X_1 - X_9, которые представлены соответствующей матрицей полезностей:

Решения	Доходы при событиях:			
	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4
X_1	5	4	3	3
X_2	6	2	6	4
X_3	-3	6	2	12
X_4	3	9	1	5
X_5	7	1	5	3
X_6	6	6	1	4
X_7	2	5	-3	12
X_8	2	9	3	5
X_9	2	8	3	5

Реализуем процедуры модифицированного $MM_{\gamma(УТ)}$-критерия при γ = 0,5 для нахождения соответствующего оптимального альтернативного решения.

Шаг 1. Для утопической точки соответствующего поля полезностей координаты остаются прежними (как и непосредственно в примере 6.1):

$$X_У = (7;\ 9;\ 6;\ 12).$$

Соответственно при γ = 0,5 получаем такие же показатели для «частичных сдвигов» $\Delta^*_j(\gamma)$ по координатным осям в пространстве доходов, как и те, которые были найдены ранее, - непосредственно в примере 6.1:

$\Delta^*_1(\gamma) = 0{,}5\cdot 5 = \mathbf{2{,}5}$; $\Delta^*_2(\gamma) = 0{,}5\cdot 3 = \mathbf{1{,}5}$;

$\Delta_3^*(\gamma)$ = 0,5·6 = **3**; $\Delta_4^*(\gamma)$ = 0,5·0 = **0**.

Поэтому для модифицированной матрицы полезностей в этом случае имеем:

Решения	Доходы при событиях:			
	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4
X_1	7,5	5,5	6	3
X_2	8,5	3,5	9	4
X_3	-0,5	7,5	5	12
X_4	5,5	10,5	4	5
X_5	9,5	2,5	8	3
X_6	8,5	7,5	4	4
X_7	4,5	6,5	0	12
X_8	4,5	10,5	6	5
X_9	4,5	9,5	6	5

Шаг 2. Для указанной новой модифицированной матрицы полезностей в соответствии с алгоритмом оптимизации реализуем требуемые процедуры классического *ММ*-критерия. Они представлены элементами соответствующего дополнительного столбца: его дописываем к такой модифицированной матрице полезностей.

Решения	Доходы при событиях:				Показатель $MM_{\gamma(УТ)}$-критерия
	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4	
X_1	7,5	5,5	6	3	3
X_2	8,5	3,5	9	4	4
X_3	-0,5	7,5	5	12	-0,5
X_4	5,5	10,5	4	5	4
X_5	9,5	2,5	8	3	3
X_6	8,5	7,5	4	4	4
X_7	4,5	6,5	0	12	0
X_8	4,5	10,5	6	5	**4,5**
X_9	4,5	9,5	6	5	**4,5**

Итак, в этой ситуации, как видим, наилучшее значение показателя $MM_{\gamma(УТ)}$-критерия достигается одновременно у двух альтернатив: X_8 и X_9 (показатель равен 4,5 и выделен в дополнительном столбце матрицы). Реализация требуемых в таком случае процедур идентификации этих решений на оптимальность приводит к следующему. Альтернатива X_8 доминирует альтернативу X_9. Поэтому последняя из указанных альтернатив не может быть принята в качестве оптимальной. Соответственно, в этой ситуации оптимальным решением по модифицированному $MM_{\gamma(УТ)}$-критерию является альтернативное решение X_8.

3. γ*(УТ)*-модификация для критерия Гурвица ($HW_{\gamma(УТ)}$-критерий)

Представим особенности реализации соответствующих процедур γ*(УТ)*-модификации, которые обусловлены именно частичным сдвигом семейства линий уровня критерия (к утопической точке поля полезностей), применительно к *HW*-критерию Гурвица. Получаемый в результате такой модификации новый модифицированный критерий принятия решений в условиях неопределенности обозначаем кратко как $HW_{\gamma(УТ)}$-критерий.

Подчеркнем, что в такой ситуации алгоритм оптимизации альтернативного решения в рамках указанного $HW_{\gamma(УТ)}$-критерия можно характеризовать следующими шагами.

На начальном шаге (как и в предыдущем случае) уточняется конкретное значение коэффициента γ ($\gamma \in [0;1]$), выбор которого (см. далее иллюстрацию в примере 6.2 - Дополнение) должен быть реализован ЛПР в соответствии со своей системой предпочтений в пространстве доходов. Кроме того, в соответствии с рекомендациями главы 2 формализуется значение приемлемого для ЛПР «весового» коэффициента *С* в рамках технологии критерия Гурвица. Дальнейшие процедуры можно представить следующими шагами.

Шаг 1. Применительно к исходной матрице полезностей, которую формализовали для соответствующей задачи оптимизации решения в условиях неопределенности, по формулам (*), (**) и (***) реализуются процедуры требуемой γ*(УТ)*-модификации. В результате получается новая модифицированная матрица полезностей.

Шаг 2. Для указанной новой модифицированной матрицы полезностей реализуются процедуры описанного в главе 2 *HW*-критерия Гурвица. Это означает, что к такой матрице дописываются три дополнительных столбца. А именно:

4. первый – для оценок по классическому *ММ*-критерию (напомним, что его элементы определяются как самые плохие, т.е. наименьшие, из возможных конечных экономических результатов при соответствующем решении);
5. второй – для оценок по классическому *Н*-критерию (напомним, что его элементы определяются как самые хорошие, т.е. возможные наибольшие конечные экономические результаты при соответствующем решении);
6. третий – для результирующих “взвешенных” оценок модифицированной матрицы по *HW*-критерию с учетом выбранных «весов» применительно к первым двум из указанных выше типов оценок.

Шаг 3. По элементам синтезированного третьего дополнительного столбца модифицированной матрицы полезностей определяется наилучшее / оптимальное альтернативное решение. А именно, это – решение, которому соответствует наилучший (наибольший) показатель в дополнительном столбце указанной матрицы.

Соответственно, в рамках рассматриваемого здесь $HW_{\gamma(УТ)}$-критерия семейство линий уровня критерия будет определяться равенствами типа:

$$c \cdot \min\left\{u + \gamma \cdot \Delta^*_u ; v + \gamma \cdot \Delta^*_v ;...; z + \gamma \cdot \Delta^*_z\right\} +$$

$$(1-c) \cdot \min\left\{u + \gamma \cdot \Delta^*_u ; v + \gamma \cdot \Delta^*_v ;...; z + \gamma \cdot \Delta^*_z\right\} = K$$

Здесь

- *К* – показатель линии уровня;
- γ - выбранный ЛПР показатель коэффициента для «частичного» сдвига линий уровня критерия к утопической точке поля полезностей;
- Δ_α - соответствующие показатели (применительно к каждой координатной оси), добавление которых к аргументам критериальной функции, обеспечивает именно100%-ый сдвиг семейства линий уровня критерия к утопической точке поля полезностей ($\alpha \in \{u; v; ...z\}$).

Пусть

i – вариант возможного решения ЛПР $(i = 1,2,...,m)$;

j – вариант возможной ситуации $(j = 1,2,...,n)$;

a_{ij} – доход / прибыль для ЛПР, если будет принято решение *i*, а ситуация сложится *j*-ая;

$A = (a_{ij})$ – соответствующая исходная матрица полезностей для задачи оптимизации.

$\gamma \cdot \Delta^*_j$ - требуемые «добавки» к элементам *j*-го столбца исходно матрицы полезностей при реализации процедур γ*(УТ)*-модификации (в рамках предпочтений ЛПР).

Тогда для целевой функции модифицированного $HW_{\gamma(УТ)}$-критерия имеем:

$$Z_{HW_{\gamma(УТ)}} = \max_i \{K_i\},$$

где

$$K_i = c \cdot \min_j \{a_{ij} + \gamma \cdot \Delta^*_j\} + (1-c) \cdot \max_j \{a_{ij} + \gamma \cdot \Delta^*_j\};$$

c - соответствующий “весовой” коэффициент, который выбирается ЛПР;
γ - соответствующий коэффициент для γ(УТ)-преобразования,
который адаптирован к предпочтениям ЛПР.

Графическая интерпретация для семейства линий уровня этого критерия, а также соответствующие особенности выбора оптимального решения, представлены на рис. 6.4 и 6.5.

Иллюстрацию численных процедур этого метода рассмотрим (для удобства сравнения результатов) на том же примере, который уже был использован выше.

ПРИМЕР 6.2. Для удобства изложения напомним исходные данные в рамках рассматриваемого примера. А именно, после формализации задачи принятия решений выделено множество $\{\theta_j, j = \overline{1,4}\}$ из 4-х случайных событий, которые необходимо учитывать в рамках соответствующих решений. Кроме того, пусть анализируются 6 альтернативных решений $\{X_i, i = \overline{1,6}\}$, из которых требуется выбрать наилучшее. При этом соответствующая матрица полезностей имеет вид:

Решения	Доходы при событиях:			
	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4
X_1	5	4	3	3
X_2	6	2	6	4
X_3	-3	6	2	12
X_4	3	9	1	5
X_5	7	1	5	3
X_6	6	6	1	4

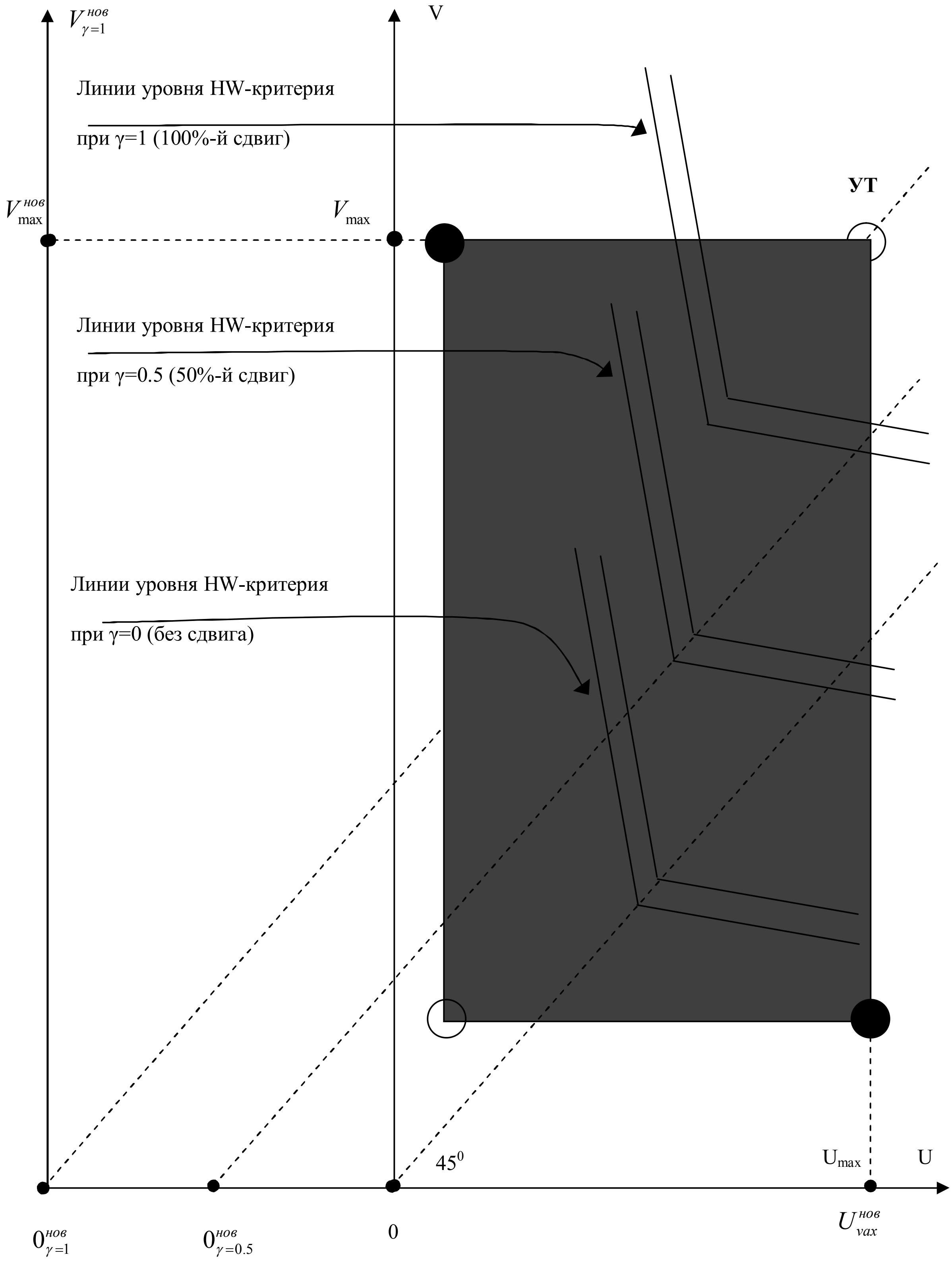


Рис. 6.4. Иллюстрация частичного сдвига линий уровня HW-критерия

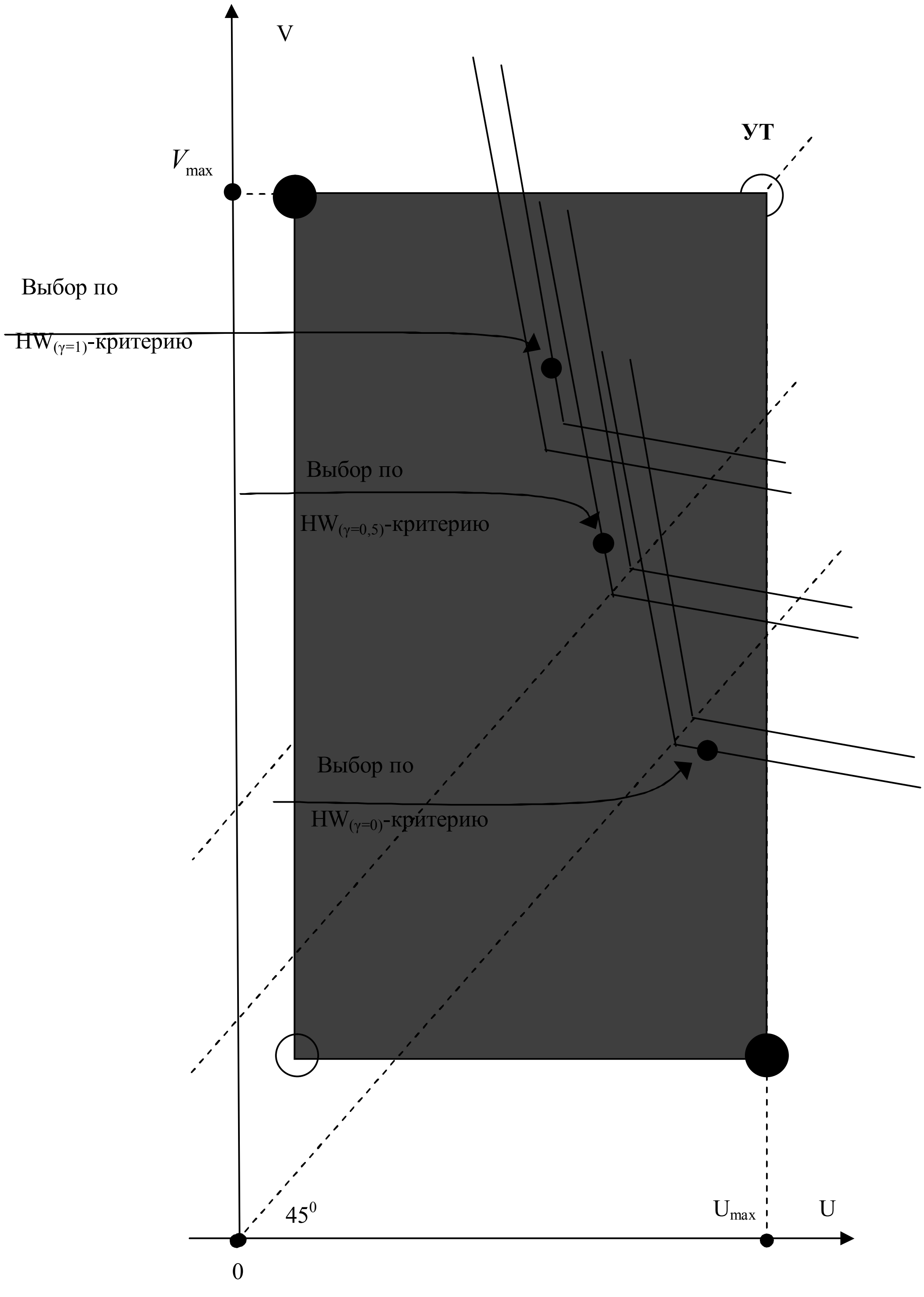


Рис. 6.5. Иллюстрация оптимального выбора по модифицированному HW-критерию при сдвиге его линий уровня

Найдем наилучшее решение по модифицированному $HW_{\gamma(УТ)}$-критерию применительно к ситуации, когда, например, для «весового» коэффициента *«с»* в рамках технологии критерия Гурвица ЛПР выбирает значение c = 0,8. Кроме того, для более эффективной адаптации линий уровня такого критерия к своим предпочтениям ЛПР для параметра γ, в отличие от предыдущей модификации производного критерия Гурвица, выбирает значение γ= 0,4.

Шаг 1. Напомним, что соответствующая утопическая точка в поле полезностей применительно к этой задаче имеет координаты:

$$X_У = (7;\ 9;\ 6;\ 12).$$

Максимальная координата этой точки, как видим, составляет 12. Далее, как и в примере 6.1, по формуле (*) определяем показатели Δ_j^* для величин «сдвигов» по j-ой координатной оси в пространстве доходов (для случая 100%-ой реализации таких сдвигов). Они остаются прежними:

$$\Delta_1^* = 12 - 7 = \mathbf{5}; \qquad \Delta_2^* = 12 - 9 = \mathbf{3};$$

$$\Delta_3^* = 12 - 6 = \mathbf{6}; \qquad \Delta_4^* = 12 - 12 = \mathbf{0}.$$

После этого определяем показатели $\Delta_j^*(\gamma)$ с учетом требований ЛПР применительно к частичной реализации соответствующего сдвига (40% вместо 100% при указанных значениях Δ_j^*):

Показатели соответствующих сдвигов $\Delta_j^*(\gamma)$ по координатным осям в пространстве доходов с учетом требований ЛПР применительно к частичной реализации соответствующего сдвига (40% вместо 100%) будут такими:

$$\Delta_1^*(\gamma) = 0{,}4\cdot5 = \mathbf{2{,}0}; \qquad \Delta_2^*(\gamma) = 0{,}4\cdot3 = \mathbf{1{,}2};$$

$$\Delta_3^*(\gamma) = 0{,}4\cdot6 = \mathbf{2{,}4}; \qquad \Delta_4^*(\gamma) = 0{,}4\cdot0 = \mathbf{0}.$$

Поэтому, реализуя процедуры модификации, вполне аналогичные тем, которые были представлены в примере 6.1, с учетом формул перехода (****), получаем следующую модифицированную матрицу полезностей:

Решения	Доходы при событиях:			
	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4
X_1	7	5,2	5,4	3
X_2	8	3,2	8,4	4
X_3	-1	7,2	4,4	12
X_4	5	10,2	3,4	5
X_5	9	2,2	7,4	3
X_6	8	7,2	3,4	4

Шаг 2. На этом шаге для указанной новой модифицированной матрицы полезностей реализуем процедуры представленного в главе 2 традиционно используемого на практике производного HW-критерия. Они определяют элементы трех дополнительных столбцов, которые дописываем к этой матрице. А именно, в первом выписаны показатели классической «крайней» пессимистической позиции (крайне осторожная позиция) для анализируемых решений. Во втором - представлены соответствующие показатели классической «крайней» оптимистической позиции для таких альтернатив. Наконец, в третьем столбце - синтезированный средневзвешенный показатель критерия Гурвица с учетом заданных «весов» для указанных крайних позиций в рамках модифицированной матрицы.

Решения	Доходы при событиях:				Показатель осторожной позиции	Показатель позиции оптимизма	Синтезированный показатель критерия
	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4			
X_1	7	5,2	5,4	3	3	7	0.8·3+0,2·7 =3,8

X_2	8	3,2	8,4	4	3,2	8,4	0.8·3,2+0,2·8,4=4,24
X_3	-1	7,2	4,4	12	-1	12	0.8·(-1) +0,2·12 =1,6
X_4	5	10,2	3,4	5	3,4	10,2	0.8·3,4+0,2·10,2=**4,76**
X_5	9	2,2	7,4	3	2,2	9	0.8·2,2+0,2·9 =3,56
X_6	8	7,2	3,4	4	3,4	8	0.8·3,4+0,2·8 =4,32

Шаг 3. Находим самый большой элемент в третьем дополнительном столбце модифицированной матрицы полезностей. Он равен 4,76 (и выделен в дополнительном столбце матрицы). Соответствующее альтернативное решение (альтернатива X_4) является оптимальным выбором по модифицированному $HW_{\gamma(УТ)}$-критерию (при γ = 0,4 и c = 0,8).

ЗАМЕЧАНИЕ. Если сравнивать полученный здесь результат с результатом выбора по традиционному *HW*-критерию (без указанной γ*(УТ)*-модификации, - см., в частности, аналогичную модель примера 2.1) видим, что оптимальный выбор изменяется. А именно, здесь модифицированный $HW_{\gamma(УТ)}$-критерий выбрал альтернативу X_4, в то время как традиционный *HW*-критерий при том же весовом коэффициенте «*c*» будет выбирать альтернативу X_1. Более того, изменилось и ранжирование анализируемых альтернатив (по убыванию предпочтения):

$$X_4,\ X_6,\ X_2,\ X_1,\ X_5,\ X_3.$$

Это, естественно, обусловлено соответствующей модификацией, которая (при γ = 0,4) изменила линии уровня критерия, нацелив их «частично» на утопическую току поля полезностей. Такая модификация была реализована в соответствии с особенностями, которые были заданы ЛПР. Разумеется, снова требуется подчеркнуть, что менеджерам необходимо понимать специфику представленной здесь модификации *HW*-критерия Гурвица и уметь использовать ее, чтобы более эффективно адаптировать линии уровня критерия применительно к системе предпочтений ЛПР.

Как и в случае предыдущей модели, проиллюстрируем теперь соответствующие возможности для оценки приемлемых значений коэффициента γ ($\gamma \in [0;1]$) в рамках рассматриваемой модификации. При этом напомним, что возможности оценки и выбора параметра «*c*» (весового коэффициента для синтеза единого показателя критерия по указанным показателям двух крайних позиций) применительно к конкретным ЛПР в рамках критерия Гурвица уже были проиллюстрированы ранее в главе 2.

Возможность оценки и выбора параметра γ для конкретного ЛПР при γ(УТ)-модификации в рамках критерия Гурвица

Как и для классического *ММ*-критерия, в этом пункте дополнительно отметим ещё одну особенность, связанную с возможностями использования представленного $HW_{\gamma(УТ)}$-критерия. А именно, зная выбор конкретного ЛПР, который был сделан им применительно к определённой задаче принятия решений в условиях неопределённости, и при этой модификации можно получать оценки для допустимых значений параметра γ применительно к системе предпочтений этого ЛПР. Другими словами, можно определять, на сколько процентов следует реализовать «сдвиг» семейства линий уровня критерия к утопической точке поля полезностей, чтобы адаптироваться к системе предпочтений ЛПР. Такой подход позволяет оценивать и уточнять применительно к конкретному ЛПР (по результатам известных бывших и последующих выборов) соответствующий характер линий уровня критерия Гурвица. В частности, по значениям указанного параметра можно интерпретировать степень склонности ЛПР к более оптимистическим решениям (ближайшим к утопической точке поля полезностей) и степень склонности ЛПР к осторожным классическим решениям. Для иллюстрации соответствующего подхода к оценке параметра «γ» рассмотрим следующее дополнение к примеру 6.2.

ПРИМЕР 6.2 (Дополнение: иллюстрация процедур оценки коэффициента γ в формате предпочтений ЛПР для критерия Гурвица). Рассмотрим упрощенную ситуацию, которая обсуждалась выше в качестве условного примера, когда после формализации задачи принятия решений в условиях неопределенности было выделено множество $\{\theta_j, j=\overline{1,4}\}$ из 4-х случайных событий. При этом, напомним, выбиралось лучшее решение из шести альтернативных решений $\{X_i, i=\overline{1,6}\}$.

Пусть, например, в рамках этой ситуации известно, что некоторое ЛПР выбирает только именно альтернативу X_4. Оценим возможный диапазон значений для параметра γ применительно к этому ЛПР. Для этого предварительно дополним исходную матрицу полезностей примера тремя дополнительными столбцами, в которых представим соответствующие требуемые показатели в рамках рассматриваемой здесь модификации. Элементы последнего третьего столбца для компактности записи представим сначала только в виде обозначений для соответствующих функций переменной γ в области $\gamma \in [0;1]$. Необходимые процедуры представлены ниже:

Решения	Доходы при событиях:				Показатель позиции пессимизма	Показатель позиции оптимизма	Показатель $HW_{\gamma(УТ)}$-критерия
	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4			
X_1	5	4	3	3	3	5+2·γ	f_1
X_2	6	2	6	4	Min{2+3·γ; 4}	6+2,4·γ	f_2
X_3	-3	6	2	12	-3 + 5·γ	12	f_3
X_4	3	9	1	5	Min{1+6·γ; 5}	9+1,2·γ	f_4
X_5	7	1	5	3	Min{1+3·γ; 3}	7+2·γ	f_5
X_6	6	6	1	4	Min{1+6·γ; 4}	6+2·γ	f_6

Для соответствующих показателей третьего столбца модифицированной матрицы полезностей имеем (при $\gamma \in [0;1]$):

$$f_1 = f_1(\gamma) = 0,8\cdot 3 + 0,2\cdot(5 + 2\cdot\gamma)$$

$$f_2 = f_2(\gamma) = 0,8\cdot \mathrm{Min}\{2+3\cdot\gamma;\ 4\} + 0,2\cdot(6 + 2,4\cdot\gamma)$$

$$f_3 = f_3(\gamma) = 0,8\cdot(-3 + 5\cdot\gamma) + 0,2\cdot 12$$

$$f_4 = f_4(\gamma) = 0,8\cdot \mathrm{Min}\{1+6\cdot\gamma;\ 5\} + 0,2\cdot(9 + 1,2\cdot\gamma)$$

$$f_5 = f_5(\gamma) = 0,8\cdot \mathrm{Min}\{1+3\cdot\gamma;\ 3\} + 0,2\cdot(7 + 2\cdot\gamma)$$

$$f_6 = f_6(\gamma) = 0,8\cdot \mathrm{Min}\{1+6\cdot\gamma;\ 4\} + 0,2\cdot(6 + 2\cdot\gamma)$$

Теперь воспользуемся тем, что согласно условию, ЛПР выбирает только именно альтернативу X_4. В контексте данного модифицированного $HW_{\gamma(УТ)}$-критерия это означает, что значение показателя составляющее 0,8· Min{1+6·γ; 5} + 0,2·(9 +1,2·γ) (см. строку, соответствующую альтернативе X_4) оказалось самым большим (из всех показателей дополнительного столбца). Следовательно, можно выписать соответствующую систему линейных неравенств относительно неизвестного значения γ. В веденных обозначениях интересующая нас система неравенств имеет следующий вид:

$$f_4 > f_1$$

$$f_4 > f_2$$

$$f_4 > f_3$$

$$f_4 > f_5$$

$$f_4 > f_6$$

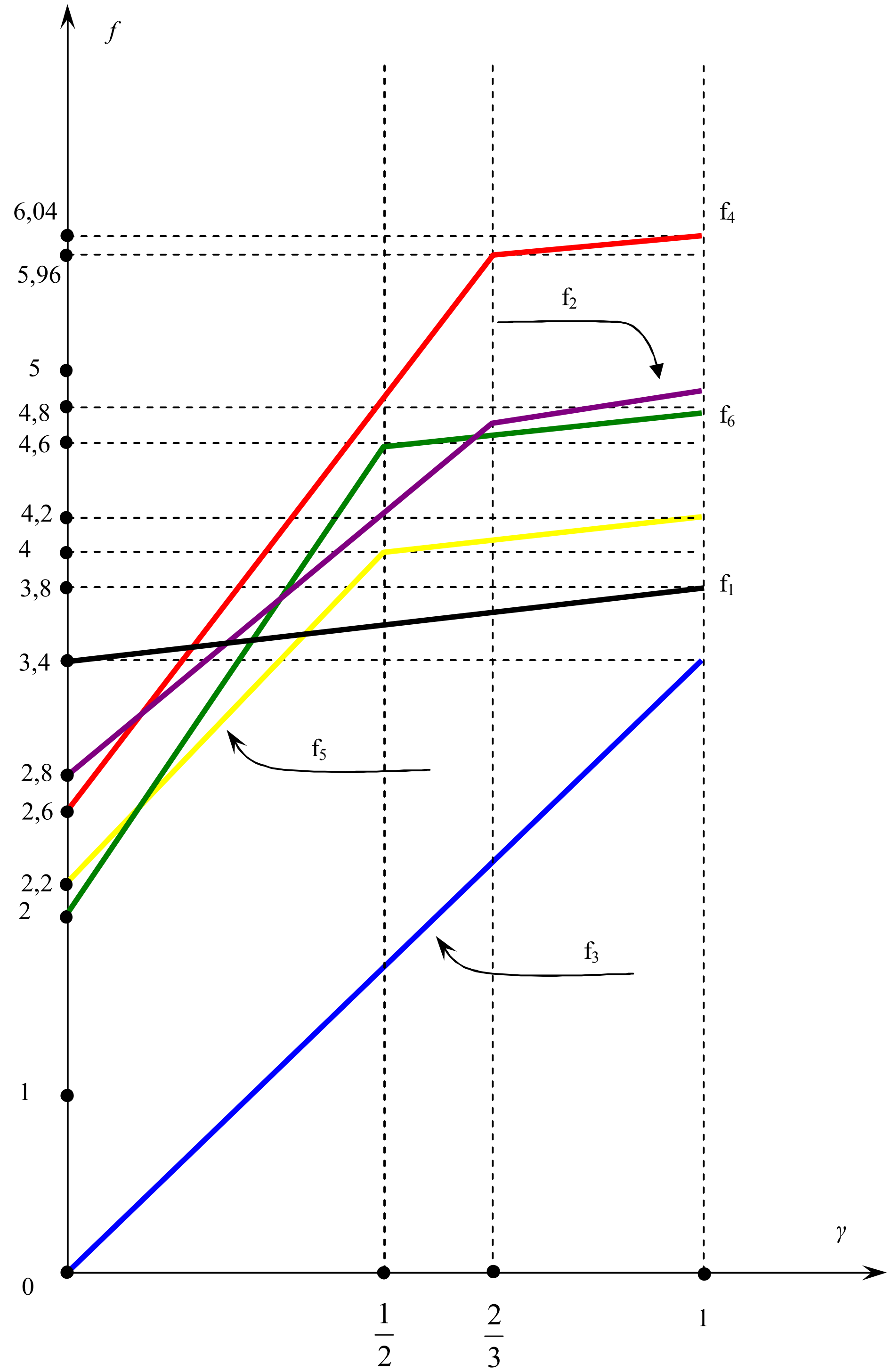


Рис. 6.6. Показатели альтернатив для $HW_{\gamma(УТ)}$-критерия при c = 0,8
как функции $f_1 - f_6$ переменного $\gamma \in [0; 1]$.

Ее решение представлено на рис. 6.6 (графическим методом). Для удобства работы с представленными там графиками введенных выше функций f_1 - f_6 приведем дополнительно необходимые расчеты применительно к использованным на рис. 6.6 значениям этих функций в указанных на рисунке точках. А именно:

- для f_1 -

$$f_1(0) = 0{,}8 \cdot 3 + 0{,}2 \cdot 5 = 3{,}4$$

$$f_1(1) = 0{,}8 \cdot 3 + 0{,}2 \cdot 7 = 3{,}8$$

- для f_2 -

$$f_2(0) = 0{,}8 \cdot 2 + 0{,}2 \cdot 6 = 2{,}8$$
$$f_2(⅔) = 0{,}8 \cdot 4 + 0{,}2 \cdot 7{,}6 = 4{,}72$$
$$f_2(1) = 0{,}8 \cdot 4 + 0{,}2 \cdot 8{,}4 = 4{,}88$$

- для f_3 -

$$f_3(0) = 0{,}8 \cdot (-3) + 0{,}2 \cdot 12 = 0$$
$$f_3(1) = 0{,}8 \cdot {} + 0{,}2 \cdot 12 = 4$$

- для f_4 -

$$f_4(0) = 0{,}8 \cdot 1 + 0{,}2 \cdot 9 = 2{,}6$$
$$f_4(⅔) = 0{,}8 \cdot 5 + 0{,}2 \cdot 9{,}8 = 5{,}96$$
$$f_4(1) = 0{,}8 \cdot 5 + 0{,}2 \cdot 10{,}2 = 6{,}04$$

- для f_5 -

$$f_5(0) = 0{,}8 \cdot 1 + 0{,}2 \cdot 7 = 2{,}2$$
$$f_5(⅔) = 0{,}8 \cdot 3 + 0{,}2 \cdot 8{,}(3) = 4{,}0(6)$$
$$f_5(1) = 0{,}8 \cdot 3 + 0{,}2 \cdot 9 = 4{,}2$$

- для f_6 -

$$f_6(0) = 0{,}8 \cdot 1 + 0{,}2 \cdot 6 = 2$$
$$f_6(1/2) = 0{,}8 \cdot 4 + 0{,}2 \cdot 7 = 4{,}6$$
$$f_6(1) = 0{,}8 \cdot 4 + 0{,}2 \cdot 8 = 4{,}8$$

Из рис. 6.6 видно, что для решения указанной выше системы неравенств в области $\gamma \in [0;1]$ достаточно рассмотреть решение только одного неравенства

$$f_4 > f_1,$$

причем именно в указанной области изменения параметра γ. Поэтому решаем неравенство

$$0{,}8 \cdot \mathrm{Min}\{1+6 \cdot \gamma;\ 5\} + 0{,}2 \cdot (9 + 1{,}2 \cdot \gamma) > 0{,}8 \cdot 3 + 0{,}2 \cdot (5 + 2 \cdot \gamma).$$

После упрощения получаем следующее неравенство

$$4{,}4 \cdot \gamma > 0{,}8.$$

Его решение дает

$$\gamma > 0{,}1(8).$$

Соответственно решение интересующей нас системы неравенств будет следующим:

$$\gamma \in (0{,}1(8);1].$$

Итак, приемлемым для такого ЛПР будет некоторое значение γ из области $\gamma \in (0{,}1(8);1]$, т.к. в рассматриваемой ситуации оптимальный выбор по модифицированному $HW_{\gamma(УТ)}$-критерию будет давать именно только альтернативу X_4 . Продолжая аналогичные процедуры, но уже применительно к другим ситуациям бизнеса, естественно, можно уточнять для этого ЛПР соответствующую оценку неизвестного коэффициента γ .

Обратим и здесь внимание на то, что представленная модификация $HW_{\gamma(УТ)}$-критерия также не претендует на «универсальность» (как и представленная выше в этой главе модификация $MM_{\gamma(УТ)}$-критерия). Другими словами, и здесь подчеркнем, что на практике не исключены следующие ситуации. Альтернативное решение, которое предпочитает ЛПР, может оказаться таким, что оно не будет выбрано модифицированным $HW_{\gamma(УТ)}$-критерием ни при каком значении коэффициента $\gamma \in [0;1]$. Соответственно для адаптации к предпочтениям такого ЛПР менеджеру понадобятся модификации, но уже применительно к другим производным критериям принятия решений в условиях неопределенности. Проиллюстрируем это положение применительно к рассматриваемой в этом примере ситуации.

Напомним, что в главе 2, рассматривая аналогичный пример (пример 2.2 Дополнение), было отмечено, что ни при каком значении «весового» коэффициента C соответствующий традиционный HW-критерий не выбирает альтернативу X_6 (кстати, подчеркнем, что она не является доминируемой). Проверим, изменится ли указанная особенность, если в такой ситуации перейти от традиционного критерия Гурвица к его модификации на основе γ(УТ)-преобразования.

Сначала обратимся к случаю, когда после соответствующих уточнений ЛПР уже выбрало следующее приемлемое значение коэффициента γ:

$$\gamma = 0{,}5.$$

Применительно к указанной ситуации рассмотрим следующее продолжение предыдущего примера. Подчеркнем, что мы анализируем здесь ситуацию, когда ЛПР предпочитает именно альтернативу X_6. Кроме того, как уже подчеркивалось, нам известно, что в классе модифицированных $HW_{\gamma(УТ)}$-критериев принятия решений в условиях неопределенности соответствующее γ(УТ)-преобразование необходимо рассматривать применительно к случаю γ = 0,5.

Пусть требуется определить, при каком значении «весового» коэффициента C ($C \in [0;\ 1]$) оптимальный выбор на основе такого модифицированного $HW_{\gamma(УТ)}$-критерия будет соответствовать предпочтениям ЛПР, т.е. будет выбрана именно альтернатива X_6. Поскольку анализируется γ(УТ)-преобразование при γ = 0,5, то соответствующая модифицированная матрица полезностей будет такая же, как и в примере 6.1. А именно:

Решения	Доходы при событиях:			
	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4
X_1	7,5	5,5	6	3
X_2	8,5	3,5	9	4
X_3	-0,5	7,5	5	12
X_4	5,5	10,5	4	5
X_5	9,5	2,5	8	3
X_6	8,5	7,5	4	4

Еще раз напомним, что мы анализируем ситуацию, когда известно, что ЛПР предпочитает именно альтернативу X_6. Оценим возможный диапазон значений для «весового» показателя C применительно к этому ЛПР в рамках модифицированного $HW_{\gamma(УТ)}$-критерия. Для этого предварительно дополним матрицу тремя столбцами. В первом представим слагаемое для показателя критерия Гурвица, обусловливаемое учетом «крайней» пессимистической позиции. Во втором – слагаемое, обусловливаемое учетом «крайней» оптимистической позиции. В третьем – результирующий показатель соответствующей модификации критерия Гурвица, по наибольшему значению которого, как раз и осуществляется выбор наилучшего решения. Соответствующие процедуры представлены ниже. Для компактной записи элементы последнего третьего столбца представлены как функции соответствующей переменной «*c*» и вынесены за пределы таблицы:

Решения	Доходы при событиях:				Учет позиции пессимизма	Учет позиции оптимизма	Показатель критерия Гурвица
	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4			
X_1	7,5	5,5	6	3	$c{\cdot}3$	$(1\text{-}c){\cdot}7{,}5$	$f_1(c)$
X_2	8,5	3,5	9	4	$c{\cdot}3{,}5$	$(1\text{-}c){\cdot}9$	$f_2(c)$
X_3	-0,5	7,5	5	12	$c{\cdot}$ (-0,5)	$(1\text{-}c){\cdot}$ 12	$f_3(c)$
X_4	5,5	10,5	4	5	$c{\cdot}4$	$(1\text{-}c){\cdot}10{,}5$	$f_4(c)$
X_5	9,5	2,5	8	3	$c{\cdot}2{,}5$	$(1\text{-}c){\cdot}9{,}5$	$f_5(c)$
X_6	8,5	7,5	4	4	$c{\cdot}4$	$(1\text{-}c){\cdot}8{,}5$	$f_6(c)$

Здесь для введенных в таблице функций имеем -

$$f_1(c) = c\cdot 3+(1-c)\cdot 7,5 = - 4,5\cdot c + 7,5$$

$$f_2(c) = c\cdot 3,5+(1-c)\cdot 9 = - 5,5\cdot c + 9$$

$$f_3(c) = c\cdot(-0,5)+ (1-c)\cdot 12 = - 12,5\cdot c + 12$$

$$f_4(c) = c\cdot 4+(1-c)\cdot 10,5 = - 6,5\cdot c + 10,5$$

$$f_5(c) = c\cdot 2,5+(1-c)\cdot 9,5 = = - 7\cdot c + 9,5$$

$$f_6(c) = c\cdot 4+(1-c)\cdot 8,5 = - 4,5\cdot c + 8,5$$

Теперь воспользуемся тем, что согласно условию, ЛПР выбирает альтернативу X_6. В контексте данного критерия это означает, что показатель $- 4,5\cdot c + 8,5$, соответствующий этой альтернативе, оказался самым большим из всех показателей третьего дополнительного столбца. Следовательно, можно выписать следующую систему линейных неравенств относительно неизвестного значения интересующего ЛПР параметра c:

$$- 4,5\cdot c + 8,5 > - 4,5\cdot c + 7,5$$

$$- 4,5\cdot c + 8,5 > - 5,5\cdot c + 9$$

$$- 4,5\cdot c + 8,5 > - 12,5\cdot c + 12$$

$$- 4,5\cdot c + 8,5 > - 6,5\cdot c + 10,5$$

$$- 4,5\cdot c + 8,5 > - 7\cdot c + 9,5$$

Предпоследнее неравенство после элементарного упрощения имеет вид $c > 1$. Следовательно в области $c \in [0;\ 1]$ интересующая нас система неравенств не имеет решения. Итак, как видим, в рамках анализируемой ситуации при $\gamma = 0,5$ соответствующее γ(УТ)-преобразование не помогает адаптировать линии уровня критерия Гурвица таким образом, чтобы соответствовать предпочтениям ЛПР (чтобы выбирать альтернативу X_6 в качестве оптимальной).

Однако, тем не менее, может быть такому ЛПР (предпочитающему именно альтернативу X_6 в рамках рассматриваемого примера) следует искать приемлемое γ(УТ)-преобразование линий уровня критерия Гурвица при других значениях коэффициента γ? Покажем, что в нашем примере указанное требование не будет выполнено, ни при каких значениях коэффициента γ из области значений $\gamma \in [0;\ 1]$. Для этого нам, в частности, будет достаточно доказать, что при любом $\gamma \in [0;\ 1]$ и любом $C \in [0;\ 1]$ альтернатива X_6 будет иметь такой показатель соответствующего модифицированного критерия, который будет меньшим, чем показатель другой альтернативы, например, альтернативы X_4. С этой целью обратим внимание на следующее. При любом фиксированном $\gamma \in [0;\ 1]$ альтернативы X_4 и X_6 характеризуются показателями:

Альтернативы	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4
X_4	$3 + 5\cdot\gamma$	$9+ 3\cdot\gamma$	$1 + 6\cdot\gamma$	5
X_6	$6 + 5\cdot\gamma$	$6 + 3\cdot\gamma$	$1 + 6\cdot\gamma$	4

Далее, при любом $C \in [0;\ 1]$ оба слагаемые для результирующего показателя модифицированного критерия, которые соответствуют «крайним» позициям пессимизма и оптимизма, будут определяться следующим образом:

Альтернативы	Позиция пессимизма	Позиция оптимизма
X_4	$C\cdot\min\{1+6\cdot\gamma;5\}$	$(9+3\cdot\gamma)\cdot(1-C)$
X_6	$C\cdot\min\{1+6\cdot\gamma;4\}$	$(6+5\cdot\gamma)\cdot(1-C)$

Теперь уже легко видеть, что суммарный показатель (как сумма указанных слагаемых для каждого из альтернативных решений) в рамках рассматриваемого $HW_{\gamma(УТ)}$-критерия для альтернативы X_6 всегда будет больше, чем аналогичный суммарный показатель для альтернативы X_4. Действительно, каждое отдельное слагаемое в результирующем показателе $HW_{\gamma(УТ)}$-критерия для альтернативы X_6 , как видим, является более предпочтительным. Следовательно, и их сумма всегда будет большей для альтернативы X_6 (по сравнению с альтернативой X_4).

Таким образом, представленный здесь модифицированный $HW_{\gamma(УТ)}$-критерий не может быть приемлемым в любых ситуациях. Как видим, еще раз подтверждается уже проиллюстрированное выше положение. А именно: чем больше будет резерв возможных модификаций указанного типа в арсенале менеджера, тем более эффективными могут быть процедуры адаптации линий уровня критерия к системе предпочтений ЛПР. В следующем пункте рассмотрим соответствующие процедуры γ(УТ)-преобразований линий уровня критерия применительно к критерию произведений.

4. γ*(УТ)*-модификация для критерия произведений ($P_{\gamma(УТ)}$-критерий)

Соответствующие процедуры *γ(УТ)*-модификации, которые обусловливают именно частичный сдвиг семейства линий уровня критерия (к утопической точке поля полезностей), применительно к *Р*-критерию произведений реализуются аналогично процедурам такого типа, представленным выше для *ММ*-критерия и *HW*-критерия. Получаемый в результате указанной модификации новый модифицированный критерий принятия решений в условиях неопределенности далее обозначаем кратко как $P_{\gamma(УТ)}$-критерий.

Таким образом, алгоритм оптимизации решения в рамках указанного $P_{\gamma(УТ)}$-критерия можно формализовать такими же шагами. На начальном шаге уточняется конкретное значение коэффициента γ ($\gamma \in [0;1]$), выбор которого должен быть реализован в соответствии с системой предпочтений ЛПР в пространстве доходов. Дальнейшие шаги - следующие.

Шаг 1. Применительно к исходной матрице полезностей, которую формализовали для соответствующей задачи оптимизации решения в условиях неопределенности, по формулам (*), (**) и (***) реализуются процедуры требуемой *γ(УТ)*-модификации. В результате получается новая модифицированная матрица полезностей.

Шаг 2. Для указанной новой модифицированной матрицы полезностей реализуются процедуры классического *Р*-критерия. Это означает, что к такой матрице дописывается дополнительный столбец. Его элементы определяются как произведение элементов соответствующей строки указанной матрицы.

Замечание. Предварительно, если это необходимо, реализуются соответствующие дополнительные процедуры «модификации новой полученной матрицы полезностей на положительность», т.к. при использовании *Р*-критерия имеются соответствующие ограничения.

Шаг 3. По элементам дополнительного столбца модифицированной матрицы полезностей определяется наилучшее / оптимальное решение. А именно, это – решение, которому соответствует наилучший (наибольший) показатель в дополнительном столбце указанной матрицы.

Для формального представления семейства линий уровня $P_{\gamma(УТ)}$-критерия напомним и уточним следующую особенность. В контексте соответствующих правил теории принятия решений в условиях неопределенности процедуры оптимизации, которые соответствуют критерию произведений, требуют иного представления. Для “линий уровня”, которые характеризуют решение X_i, они задаются не как произведение элементов i-ой строки матрицы полезностей, а как *среднее геометрическое* таких элементов. Поскольку затем выбирается решение, для которого такой показатель будет максимальным, то переход к использованию (на практике) именно показателя произведения (а не среднего геометрического) не изменит выбора. Тем не менее, представление аппарата линий уровня этого критерия для иллюстрации положений теории удобно реализовать именно на основе указанного среднего геометрического показателя.

Соответственно, в рамках рассматриваемого здесь $P_{\gamma(УТ)}$-критерия семейство линий уровня критерия будет определяться равенствами типа:

$$\sqrt[n]{\left\{u+\gamma\cdot\Delta_u^*; v+\gamma\cdot\Delta_v^*;...;z+\gamma\cdot\Delta_z^*\right\}} = K .$$

Здесь

- K – показатель линии уровня;
- γ - выбранный ЛПР показатель коэффициента для частичного сдвига линий уровня критерия к утопической точке поля полезностей;
- Δ_α - соответствующие показатели (применительно к каждой координатной оси), добавление которых к аргументам критериальной функции, обеспечивает именно100%-ый сдвиг семейства линий уровня критерия к утопической точке поля полезностей ($\alpha \in \{u; v; ...z\}$).

Пусть

i – вариант возможного решения ЛПР $(i = 1,2,...,m)$;

j – вариант возможной ситуации $(j = 1,2,...,n)$;

a_{ij} – доход / прибыль для ЛПР, если будет принято решение i, а ситуация сложится j-ая;

$A = (a_{ij})$ – соответствующая исходная матрица полезностей для задачи оптимизации.

$\gamma\cdot\Delta_j^*$ - требуемые «добавки» к элементам j-го столбца исходной матрицы полезностей при реализации процедур γ*(УТ)*-модификации (в рамках предпочтений ЛПР).

Тогда для целевой функции модифицированного критерия имеем:

$$Z_{P_{\gamma(УТ)}} = \max_i \{K_i\},$$

где

$$K_i = \sqrt[n]{\prod_{j=1}^{n}\{a_{ij} + \gamma\cdot\Delta_j^*\}},$$

причем для всех i и j , т.е. для всех элементов новой модифицированной матрицы полезностей предполагается выполненным неравенство $a_{ij} + \gamma\cdot\Delta_j^* > 0$.

Графическую интерпретацию для семейства линий уровня этого критерия, а также соответствующие особенности выбора оптимального решения, представьте самостоятельно.

Для иллюстрации численных процедур этого метода рассмотрим (для удобства сравнения результатов) уже знакомый нам пример.

ПРИМЕР 6.3. Для удобства изложения опять напомним исходные данные в рамках рассматриваемого примера. А именно, после формализации задачи принятия решений выделено множество $\{\theta_j, j=\overline{1,4}\}$ из 4-х случайных событий, которые необходимо учитывать в рамках соответствующих решений. Кроме того, пусть анализируются 6 альтернативных решений $\{X_i, i=\overline{1,6}\}$, из которых требуется выбрать наилучшее. При этом соответствующая матрица полезностей имеет вид:

Решения	Доходы при событиях:			
	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4
X_1	5	4	3	3
X_2	6	2	6	4
X_3	-3	6	2	12
X_4	3	9	1	5
X_5	7	1	5	3
X_6	6	6	1	4

Найдем наилучшее решение по $P_{\gamma(УТ)}$-критерию применительно к ситуации, когда, например, ЛПР для параметра γ (в рамках указанной модификации классического критерия пессимизма) выбирает значение γ= 0,8.

Шаг 1. Сначала подчеркнем, что соответствующая утопическая точка в поле полезностей применительно к этой задаче остается прежней (см. примеры 6.1 - 6.2), т.е. имеет координаты:

$$X_У = (7; 9; 6; 12).$$

Соответственно и показатели Δ_j^* для величин «сдвигов» по j-ой координатной оси в пространстве доходов (для случая 100%-ой реализации таких сдвигов), определяемые формулами (*), остаются прежними:

$$\Delta_1^* = 12 - 7 = \mathbf{5}; \qquad \Delta_2^* = 12 - 9 = \mathbf{3};$$

$$\Delta_3^* = 12 - 6 = \mathbf{6}; \qquad \Delta_4^* = 12 - 12 = \mathbf{0}.$$

После этого определяем показатели $\Delta_j^*(\gamma) = \gamma \cdot \Delta_j^*$ с учетом требований ЛПР применительно к частичной реализации соответствующего сдвига (здесь в этом примере - 80% вместо 100% при указанных значениях Δ_j^*):

$$\Delta_1^*(\gamma) = 0{,}8 \cdot 5 = \mathbf{4}; \qquad \Delta_2^*(\gamma) = 0{,}8 \cdot 3 = \mathbf{2{,}4};$$

$$\Delta_3^*(\gamma) = 0{,}8 \cdot 6 = \mathbf{4{,}8}; \qquad \Delta_4^*(\gamma) = 0{,}8 \cdot 0 = \mathbf{0}.$$

Наконец, с учетом формул (****) для перехода к новым элементам матрицы, выписываем соответствующую модифицированную матрицу полезностей:

Решения	Доходы при событиях:			
	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4
X_1	9	6,4	7,8	3
X_2	10	4,4	10,8	4
X_3	1	8,4	6,8	12
X_4	7	11,4	5,8	5
X_5	11	3,4	9,8	3
X_6	10	8,4	5,8	4

Шаг 2. Для указанной новой модифицированной матрицы полезностей реализуем процедуры интересующего нас P-критерия. Подчеркнем, что все элементы новой модифицированной матрицы полезностей являются положительными. Соответственно предварительные процедуры «модификации на положительность» не требуются. Произведения элементов матрицы по строкам представлены в соответствующем дополнительном ее столбце.

Решения	Доходы при событиях:				Показатель $P_{\gamma(УТ)}$-критерия
	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4	

X_1	9	6,4	7,8	3	$1{,}35\cdot 10^3$
X_2	10	4,4	10,8	4	$1{,}90\cdot 10^3$
X_3	1	8,4	6,8	12	$0{,}70\cdot 10^3$
X_4	7	11,4	5,8	5	**$2{,}31\cdot 10^3$**
X_5	11	3,4	9,8	3	$1{,}10\cdot 10^3$
X_6	10	8,4	5,8	4	$1{,}95\cdot 10^3$

Шаг 3. Находим самый большой элемент в дополнительном столбце модифицированной матрицы полезностей. Он равен $2{,}31\cdot 10^3$ (и выделен в дополнительном столбце матрицы). Соответствующее альтернативное решение (альтернатива X_4) является оптимальным выбором по $P_{\gamma(УТ)}$-критерию (применительно к ситуации $\gamma = 0{,}8$).

ЗАМЕЧАНИЕ. Сравнивая полученный здесь результат с результатом выбора по *P*-критерию (без указанной *γ(УТ)*-модификации, см. пример 2.2) видим, что оптимальный выбор изменился. Здесь модифицированный $P_{\gamma(УТ)}$-критерий выбрал альтернативу X_4 , в то время как обычный *P*-критерий (без указанной модификации) выбрал альтернативу X_2. Более того, подчеркнем, следующее. В рамках модифицированного $P_{\gamma(УТ)}$-критерия анализируемые шесть альтернативных решений ранжируются уже совсем по-другому (не так, как применительно к обычному *P*-критерию, без указанной *γ(УТ)*-модификации). А именно, в рассматриваемом здесь случае указанные альтернативы ранжируются (в порядке убывания предпочтения) следующим образом:

$$X_4,\ \ X_6,\ \ X_2,\ \ X_1,\ \ X_5,\ \ X_3.$$

Естественно, для тех ЛПР, которые именно так и ранжировали бы указанные альтернативные решения, соответствующая модификация (при $\gamma = 0{,}8$) вполне могла бы соответствовать предпочтениям ЛПР. Разумеется, для выбора именно такого критерия применительно к задаче оптимизации решения в условиях неопределенности понадобится дополнительный анализ. Поэтому еще раз обратим внимание на то, что менеджерам необходимо понимать особенность представленной здесь модификации *P*-критерия и уметь использовать ее, чтобы более эффективно адаптировать линии уровня критерия применительно к системе предпочтений ЛПР.

5. Алгоритм частичного сдвига линий уровня для критерия идеальной точки ($ИТ_{\gamma(ЭТ)}$-критерий)

Процедуры, вполне аналогичные процедурам γ(УТ)-модификации, можно формализовать и применительно к *ИТ*-критерию. При этом, однако, надо учитывать, что в формате *ИТ*-критерия нет смысла обсуждать частичный сдвиг его линий уровня именно по направлению к утопической точке поля полезностей. Действительно, линии уровня этого критерия уже по определению «нацелены» на соответствующую утопическую точку поля полезностей (см. рис. 4.6 в главе 4). При этом любой их сдвиг будет рассматриваться именно как сдвиг от утопической точки поля полезностей. Тем не менее, реализовать сдвиг линий уровня *ИТ*-критерия в пространстве доходов, конечно же, можно (в том числе и частичный сдвиг). Требуется лишь уточнить, в каком направлении (т.е. в направлении какой из точек соответствующего пространства доходов) он будет реализован.

В контексте рассматриваемой здесь модификации введем указанную точку следующим образом. А именно, определим сначала понятие «эталонной точки» (ЭТ) в пространстве доходов. По определению, это – точка, все координаты которой равны показателю максимально возможного дохода, причем в самом благоприятном случае. Другими словами, координаты этой точки в пространстве доходов равны наибольшему элементу матрицы полезностей:

$$ЭТ = (\,a^*_{Э1};\ \ a^*_{Э2}\ ;\ \ \ldots\ \ ;\ a^*_{Эn}\,),$$

где

- $a^*_{Эi} = a^*_{Э} = \max\limits_{i}\ (\max\limits_{j}\ (a_{ij}))$;
- a_{ij} - элементы матрицы полезностей.

Любой менеджер и ЛПР в случае необходимости формализовать ситуацию, которую потребовалось бы рассматривать именно как «эталонную» (причем вариант утопической точки сразу исключается), не отказались бы от использования для этой цели именно указанной точки (ЭТ). Поэтому далее соответствующую модификацию *ИТ*-критерия формализуем как частичный сдвиг линий уровня указанного критерия именно к ЭТ. Получаемый в результате такой модификации новый критерий принятия решений условиях неопределенности далее обозначаем через $ИТ_{\gamma(ЭТ)}$-критерий.

Определим показатели/параметры соответствующих сдвигов по каждой координатной оси применительно к случаю 100% -го формата (γ=1) реализации интересующей нас модификации:

$$\Delta_u^* = a_Э^* - a_{У1}$$

$$\Delta_v^* = a_Э^* - a_{У2}$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$\Delta_z^* = a_Э^* - a_{Уn}$$

(напомним, что здесь $a_{Уi}$ - координаты УТ).

Несмотря на новые обозначения (они обусловлены атрибутами рассматриваемого критерия), соответствующие сдвиги по осям координат в пространстве доходов полностью характеризуются компонентами вектора $\vec{\Delta}^* = (\Delta_u^*; \Delta_v^*; \ldots; \Delta_z^*)$, который был введен ранее в начале главы. Поэтому и вектор $\vec{\Delta}^*(\gamma) = \gamma \cdot \vec{\Delta}^*$, который в координатной форме мы записывали как

$$\vec{\Delta}^*(\gamma) = (\Delta_u^*(\gamma), \Delta_v^*(\gamma), \ldots, \Delta_z^*(\gamma)),$$

в формате рассматриваемого здесь модифицированного критерия может быть использован для формализации понятия «частичного сдвига» (ситуация, когда 0 < γ < 1) семейства линий уровня *ИТ*-критерия. Еще раз подчеркнем, что это будет сдвиг уже по направлению к «эталонной» точке (ЭТ) в соответствующем пространстве доходов. Для этого перейдем от исходного представления семейства линий уровня интересующего нас критерия в исходном виде $f(u; v; \ldots; z) = K$ к его представлению в виде, вполне аналогичном представлению (***), но с учетом специфики направления интересующих нас сдвигов для линий уровня *ИТ*-критерия:

$$f(u - \Delta_u^*(\gamma); v - \Delta_v^*(\gamma); \ldots; z - \Delta_z^*(\gamma)) = K.$$

В интересующем нас случае параметры сдвигов по осям координат определяются, как и ранее, в формате рассмотренных выше модификаций, соответственно по формулам:

$$\Delta_u^*(\gamma) = \gamma \cdot \Delta_u^*$$

$$\Delta_v^*(\gamma) = \gamma \cdot \Delta_v^*$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$\Delta_z^*(\gamma) = \gamma \cdot \Delta_z^*.$$

Другими словами, вместо семейства линий уровня «К», которые в формате *ИТ*-критерия задавались соотношениями

$$\sqrt{(a_{У1}^* - u)^2 + (a_{У2}^* - v)^2 + \ldots + (a_{Уn}^* - z)^2} = K,$$

переходим к модифицированному представлению в виде

$$\sqrt{(a^*_{Э\gamma 1}-u)^2+(a^*_{Э\gamma 2}-v)^2+\ldots+(a^*_{Э\gamma n}-z)^2}=K,$$

где

$$a^*_{Э\gamma 1}=a^*_{У1}+\Delta^*_1(\gamma),$$

$$a^*_{Э\gamma 2}=a^*_{У2}+\Delta^*_2(\gamma),$$

$$\ldots\quad \ldots\quad \ldots$$

$$a^*_{Э\gamma n}=a^*_{Уn}+\Delta^*_n(\gamma).$$

Результат такого преобразования мы, как раз, и будем называть «частичным сдвигом» линий уровня ИТ-критерия по направлению к ЭТ. Подчеркнем, что указанное преобразование соответствует сдвигу анализируемых линий уровня по каждой координатной оси, причем настолько, чтобы их центр (центр соответствующих концентрических окружностей в поле полезностей) оказался именно в точке ЭТ(γ), которую формате модифицированного критерия далее будем называть опорной. Ее координаты:

$$\text{ЭТ}(\gamma)=(a^*_{Э\gamma 1};\ a^*_{Э\gamma 2};\ \ldots\ ;\ a^*_{Э\gamma n}).$$

Графическую интерпретацию (при желании) в двумерном пространстве доходов сделайте самостоятельно. При этом обратите внимание на то, что для реализации процедур выбора менеджеру достаточно пользоваться представленным ниже алгоритмом оптимизации.

Алгоритм реализации указанного критерия в задачах оптимизации решения в условиях неопределенности удобнее формализовать применительно к матрице потерь (Сэвиджа). Но при этом понадобится ее модификация, обусловливаемая требованиями учета указанного выше сдвига линий уровня *ИТ*-критерия. Действительно, показатель $ИТ_{\gamma(ЭТ)}$-критерия показывает расстояние от точки, которая характеризует в пространстве доходов альтернативу X_i, до заданной ЛПР (при выборе γ) опорной точки ЭТ(γ). Напомним, что элементы матрицы потерь Сэвиджа, в свою очередь, показывают расстояния (по каждой координатной оси в пространстве доходов) от X_i до точки УТ. Воспользуемся этим. Тогда алгоритм реализации $ИТ_{\gamma(ЭТ)}$-критерия можно представить следующими шагами.

На начальном шаге, естественно, формализуется матрица потерь Сэвиджа с элементами l_{ij} (см. гл. 1):

	Θ_1	Θ_2	...	Θ_n
X_1	l_{11}	l_{12}	...	l_{1n}
X_2	l_{21}	l_{22}	...	l_{2n}
...	...	...	...	...
X_m	l_{m1}	l_{m2}	...	l_{mn}

Кроме того, на начальном шаге также уточняется конкретное значение коэффициента γ ($\gamma\in[0;1]$), выбор которого должен быть реализован ЛПР в соответствии со своей системой предпочтений в пространстве доходов.

Шаг 1. Применительно к исходной матрице потерь (l_{ij}), которую формализовали для соответствующей задачи оптимизации решения в условиях неопределенности, с учетом формул (*) и (**) реализуются процедуры требуемого преобразования ее в формате *γ(ЭТ)*-модификации. В результате получается новая модифицированная матрица полезностей:

	Θ_1	Θ_2	...	Θ_n
X_1	$l_{11}+\Delta_1^*(\gamma)$	$l_{12}+\Delta_2^*(\gamma)$	...	$l_{1n}+\Delta_n^*(\gamma)$
X_2	$l_{21}+\Delta_1^*(\gamma)$	$l_{22}+\Delta_2^*(\gamma)$	...	$l_{2n}+\Delta_n^*(\gamma)$
...	...	...	...	...
X_m	$l_{m1}+\Delta_1^*(\gamma)$	$l_{m2}+\Delta_2^*(\gamma)$	...	$l_{mn}+\Delta_n^*(\gamma)$

Шаг 2. Для указанной новой модифицированной матрицы потерь реализуются процедуры *ИТ*-критерия. Рассматривая элементы указанной матрицы как возможные потери относительно опорной точки ЭТ(γ) в пространстве доходов, далее стандартными (в контексте правил высшей математики и линейной алгебры) методами находим показатели $ИТ_{\gamma(ЭТ)}$-критерия для каждой анализируемой альтернативы. Это – расстояния в соответствующем n-мерном пространстве доходов от конкретной точки, представляющей альтернативу X_i до указанной опорной точки ЭТ(γ):

$$\sqrt{(l_{i1}+\Delta_1^*(\gamma))^2+(l_{i2}+\Delta_2^*(\gamma))^2+\ldots+(l_{in}+\Delta_n^*(\gamma))^2}$$

(это – корень квадратный из суммы квадратов всех элементов по строке модифицированной матрицы потерь). Указанные показатели выписываются в дополнительном столбце, который дописывается к такой матрице.

Шаг 3. По элементам дополнительного столбца модифицированной матрицы полезностей определяется наилучшее / оптимальное решение. А именно, это – решение, которому соответствует наилучший (наименьший, т.к. анализируются потери в виде расстояния до опорной точки) показатель в дополнительном столбце указанной матрицы.

Иллюстрацию численных процедур этого метода рассмотрим (для удобства сравнения результатов) на том же примере, который уже был использован ранее.

ПРИМЕР 6.4. Для удобства изложения напомним исходные данные в рамках рассматриваемого примера. А именно, после формализации задачи принятия решений выделено множество $\{\theta_j, j=\overline{1,4}\}$ из 4-х случайных событий, которые необходимо учитывать в рамках соответствующих решений. Кроме того, пусть анализируются 6 альтернативных решений $\{X_i, i=\overline{1,6}\}$, из которых требуется выбрать наилучшее. Соответствующая матрица полезностей имеет вид:

Решения	Доходы при событиях:			
	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4
X_1	5	4	3	3
X_2	6	2	6	4
X_3	-3	6	2	12
X_4	3	9	1	5
X_5	7	1	5	3
X_6	6	6	1	4

Найдем наилучшее решение по $ИТ_{\gamma(ЭТ)}$-критерию применительно к ситуации, когда, например, ЛПР для параметра γ (в рамках указанной модификации ИТ-критерия) выбирает значение γ= 0,5.

Начальный шаг. Поскольку выбор параметра γ уже реализован (γ = 0,5), то формализуем здесь требуемую в формате процедур этого критерия матрицу потерь Сэвиджа. Сначала отметим, что соответствующая утопическая точка в поле полезностей применительно к этой задаче оптимизации имеет координаты:

$$X_У = (7; 9; 6; 12).$$

Соответственно матрица потерь Сэвиджа имеет вид

Решения	Потери при событиях:			
	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4
X_1	2	5	3	9
X_2	1	7	0	8
X_3	10	3	4	0
X_4	4	0	5	7
X_5	0	8	1	9
X_6	1	3	5	8

Шаг 1. Максимальная координата утопической точки составляет 12. Поэтому интересующую нас «эталонную» точку в пространстве доходов для рассматриваемого примера представляет вектор

$$ЭТ = (12;\ 12;\ 12;\ 12).$$

По формулам (*) определяем показатели Δ_j^* для величин «сдвигов» по j-ой координатной оси в пространстве доходов (сначала для случая 100%-го формата реализации таких сдвигов для линий уровня *ИТ*-критерия):

$$\Delta_1^* = 12 - 7 = \mathbf{5}; \qquad \Delta_2^* = 12 - 9 = \mathbf{3};$$

$$\Delta_3^* = 12 - 6 = \mathbf{6}; \qquad \Delta_4^* = 12 - 12 = \mathbf{0}.$$

После этого по формулам (**) определяем показатели $\Delta_j^*(\gamma)$ с учетом требований ЛПР применительно к частичной реализации соответствующего сдвига (для γ = 0,5 это - 50% вместо 100% при указанных значениях Δ_j^*):

$$\Delta_1^*(\gamma) = 0{,}5\cdot 5 = \mathbf{2{,}5}; \qquad \Delta_2^*(\gamma) = 0{,}5\cdot 3 = \mathbf{1{,}5};$$

$$\Delta_3^*(\gamma) = 0{,}5\cdot 6 = \mathbf{3}; \qquad \Delta_4^*(\gamma) = 0{,}5\cdot 0 = \mathbf{0}.$$

Соответственно с учетом формул, которые определяют координаты опорной точки ЭТ(γ), при γ=0,5 имеем

$$ЭТ(\gamma) = (9{,}5;\quad 10.5;\quad 9;\quad 12).$$

Наконец, с учетом формул перехода к новым элементам матрицы потерь в формате рассматриваемого критерия выписываем модифицированную такую матрицу:

Решения	Потери при событиях:			
	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4
X_1	4,5	6,5	6	9
X_2	3,5	8,5	3	8
X_3	12,5	4,5	7	0
X_4	6,5	1,5	8	7
X_5	2,5	9,5	4	9
X_6	3,5	4,5	8	8

Шаг 2. Припишем дополнительный столбец к полученной модифицированной матрице потерь. Его элементы находим по указанным выше формулам

Решения	Потери при событиях: θ_1	θ_2	θ_3	θ_4	Показатель $ИТ_{\gamma(ЭТ)}$-критерия
X_1	4,5	6,5	6	9	$\sqrt{4.5^2+6.5^2+6^2+9^2}$ = 13, 398
X_2	3,5	8,5	3	8	$\sqrt{3,5^2+8.5^2+3^2+8^2}$ = **12,550**
X_3	12,5	4,5	7	0	$\sqrt{12,5^2+4,5^2+7^2+0^2}$ = 15, 017
X_4	6,5	1,5	8	7	$\sqrt{6,5^2+1,5^2+8^2+7^2}$ = **12,550**
X_5	2,5	9,5	4	9	$\sqrt{2,5^2+9.5^2+4^2+9^2}$ = 13,910
X_6	3,5	4,5	8	8	$\sqrt{3,5^2+4,5^2+8^2+8^2}$ = 12,669

Шаг 3. Определяем самый маленький элемент в дополнительном столбце модифицированной матрицы потерь. Он равен 12,550 (и выделен в дополнительном столбце матрицы). Соответствующие альтернативные решения (альтернативы X_2 и X_4) являются оптимальными по $ИТ_{\gamma(ЭТ)}$-критерию (при γ = 0,5). Любая из них может быть выбрана в качестве наилучшей. Кстати, объясните самостоятельно, почему (с учетом контекста понятия доминирования).

ЗАМЕЧАНИЕ. Сравнивая полученный здесь результат с результатом выбора по *ИТ*-критерию (без указанной $\gamma(ЭТ)$-модификации, см. пример 4.6 в гл. 4) видим, что оптимальный выбор, вообще говоря, изменился. Здесь модифицированный $ИТ_{\gamma(ЭТ)}$-критерий выбрал альтернативы X_2 и X_4 , в то время как *ИТ*-критерий (без указанной модификации) выбрал именно альтернативу X_4. Более того, подчеркнем, что в рамках модифицированного $ИТ_{\gamma(ЭТ)}$-критерия еще и альтернатива X_5 стала ранжироваться как более предпочтительная, по сравнению с альтернативой X_3 .

Вообще, в рамках рассмотренного здесь модифицированного $ИТ_{\gamma(ЭТ)}$-критерия анализируемые альтернативы ранжируются (по убыванию предпочтения) следующим образом:

$$X_2 \text{ и } X_4,\quad X_6,\quad X_1 \text{ и } X_5,\quad X_3.$$

Легко видеть, что указанное ранжирование не совпадает с ранжированием по представленным ранее критериям принятия решений в условиях неопределенности. Естественно, для тех ЛПР, которые именно так и ранжировали бы указанные альтернативные решения, соответствующая модификация вполне могла бы соответствовать имеющейся системе предпочтений. Как видим, можно снова подчеркнуть, что менеджерам необходимо понимать особенность представленной здесь модификации $ИТ_{\gamma(ЭТ)}$--критерия и уметь использовать ее, чтобы более эффективно адаптировать линии уровня критерия применительно к системе предпочтений ЛПР.

ВОПРОСЫ (к главе 6)

6.1. Представьте на формальном уровне процедуру сдвига семейства линий уровня критерия, результатом которой будет «нацеливание» выбора ЛПР на утопическую точку поля полезностей. При этом отметьте:

а) требуется ли менеджеру обеспечить графические материалы в формате таких процедур;

б) каково назначение указанных процедур.

6.2. Дайте графическую иллюстрацию указанных выше процедур в «пространстве доходов». В частности, отметьте:

а) какие изменения вносятся в соответствующую матрицу полезностей;

б) как такие изменения интерпретируются применительно к соответствующей системе координат указанного пространства.

6.3. Перечислите основные атрибуты для процедуры частичного сдвига семейства линий уровня критерия, результатом которой будет «нацеливание» выбора на утопическую точку поля полезностей в формате выбранного ЛПР критерия принятия решений в условиях неопределенности.

6.4. Представьте графическую иллюстрацию для процедуры частичного сдвига заданного семейства линий уровня критерия по направлению к утопической точке поля полезностей в «пространстве доходов». При этом дайте также графическую иллюстрацию особенностей оптимального выбора в формате указанных процедур.

6.5. Приведите атрибуты процедур оптимального выбора по модифицированному $MM_{\gamma(\text{УТ})}$-критерию. Формализуйте их в виде соответствующего алгоритма. В частности, отметьте, каким образом задается значение коэффициента γ для частичного сдвига линий уровня критерия к утопической точке поля полезностей.

6.6. Приведите атрибуты процедур оптимального выбора по модифицированному $HW_{\gamma(\text{УТ})}$-критерию. Формализуйте их в виде соответствующего алгоритма. В частности, отметьте, каким образом задается значение коэффициента γ для частичного сдвига линий уровня критерия к утопической точке поля полезностей.

6.7. Приведите атрибуты процедур оптимального выбора по модифицированному $P_{\gamma(\text{УТ})}$-критерию. Формализуйте их в виде соответствующего алгоритма. В частности, отметьте, каким образом задается значение коэффициента γ для частичного сдвига линий уровня критерия к утопической точке поля полезностей.

6.8. Приведите атрибуты процедур оптимального выбора по модифицированному $ИТ_{\gamma(\text{ЭТ})}$-критерию. Формализуйте их в виде соответствующего алгоритма. В частности, отметьте, почему алгоритм оптимизации в формате этого критерия удобнее представлять с помощью матрицы потерь.

6.9. Уточните специфику процедур выбора оптимального решения на основе $MM_{\gamma(\text{УТ})}$-критерия в формате ситуаций, когда наилучшее значение показателя критерия достигается одновременно при нескольких альтернативных решениях.

6.10. Укажите, каким образом менеджер может оценить значение показателя для коэффициента γ при использовании процедур γ(УТ)-модификации критерия при адаптации его семейства линий уровня к системе предпочтений ЛПР.

Раздел III. ПРИЛОЖЕНИЯ МЕТОДОВ ОПТИМИЗАЦИИ РЕШЕНИЙ В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ К МОДЕЛИРОВАНИЮ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ ЗАПАСАМИ

Существующие в литературе на сегодняшний день постановки задач управления запасами и модели оптимизации для таких систем не позволяют менеджеру по логистике учитывать весьма важный атрибут соответствующего анализа, обусловливаемый необходимостью принятия решений в условиях неопределенности. В то же время развитие новых технологий в условиях рыночной экономики способствует широкому распространению моделей принятия решений именно в условиях неопределенности [10-11]. В частности, для задач и моделей оптимизации систем управления запасами такие ситуации имеют место, когда значения ряда параметров модели и законы распределения вероятностей таких параметров неизвестны. Чтобы предусмотреть указанную особенность при выборе наилучшего альтернативного варианта для стратегии управления запасами, менеджер по логистике сталкивается с новыми постановками задач оптимизации в рамках таких систем и соответственно с новыми подходами к их решению.

А именно, реализация соответствующих оптимизационных моделей принятия решений в условиях неопределенности применительно к конкретным ситуациям бизнеса для систем управления запасами, как правило, требует:

- *соответствующей формализации или модификации конкретной модели системы управления запасами, которая должна учитывать специфику ее практического использования;*
- *в частности, в рамках такой формализации или модификации должны быть обоснованы/оговорены конкретные сценарии развития «внешних» событий, которые представляют возможные на практике комбинации реализуемых значений для неизвестных параметров модели, влияющих на конечный экономический результат;*
- *дополнительных усилий менеджера, обусловливаемых необходимостью специальных модификаций соответствующих моделей оптимизации решений в условиях неопределенности, причем применительно к специфике задачи оптимизации.*

Указанная специфика, в частности, подразумевает учет временной стоимости денег; учет системы предпочтений ЛПР, т.е. с учет конкретного отношения ЛПР к риску и возможным потерям соответствующего конечного экономического результата.

Методы теории принятия решений в условиях неопределенности позволяют менеджеру по логистике находить сегодня наилучшие решения в рамках указанных задач управления запасами применительно к каждому конкретному ЛПР. Для этого могут быть использованы различные, представленные в предыдущих главах, классы критериев принятия решений в условиях неопределенности, а также различные подходы и методы для их модификации и адаптации к специфике соответствующих задач выбора. Кроме того, эти методы позволяют при построении оптимизационной модели учитывать также и временную стоимость денег. Конкретные подходы, рекомендации и модели оптимизации представлены в этом разделе.

Глава 7. ОСОБЕННОСТИ ОПТИМИЗАЦИИ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ ЗАПАСАМИ В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ

Как при оптимизации стратегии управления запасами учитывать особенности, обусловливаемые отсутствием информации относительно ряда параметров модели? На основе какого критерия добиваться оптимизации? Какие критерии позволяют ЛПР устранить феномен блокировки выбора для стратегий диверсификации поставок при управлении запасами? Чтобы получить ответы на эти и другие вопросы, в этой главе задачи, относящиеся к оптимизации работы системы управления запасами, представлены применительно к моделям принятия решений в условиях неопределенности. Рассматриваются различные ситуации, обусловливаемые комбинациями соответствующих факторов для которых соответствующие показатели заранее неизвестны: годовое потребление товара, цена его реализации, потери прибыли, обусловливаемые претензиями к качеству товара и т.д. Кроме того, при построении модели системы управления запасами могут учитываться возможности выбора поставщиков: соответствующие процедуры учтены при формализации модели.

При этом, в отличие классических постановок, представленная здесь задача оптимизации стратегии управления запасами в условиях неопределенности, рассматривается как задача максимизации прибыли, а не как задача минимизации общих суммарных годовых издержек. Проведен анализ и представлена формализация соответствующей задачи оптимизации как задачи выбора наилучшего решения в условиях неопределенности. Приведенные алгоритмы ее решения позволяют учитывать соответствующее отношение ЛПР к риску потерь для конечного экономического результата на основе критериев принятия решений, которые были представлены и разработаны в предыдущей части книги.

1. Атрибуты модели управления запасами в условиях неопределенности

В данной главе методы и модели принятия решений в условиях неопределенности будут использованы для решения задачи оптимизации работы системы управления запасами. При этом ряд параметров модели (такие параметры как годовое потребление товара, цена его реализации и т.д.) заранее неизвестны: они принимаются в качестве неопределенных параметров. Задача оптимизации стратегии управления запасами рассматривается как задача максимизации ожидаемой годовой прибыли. Анализируется и формализуется структура соответствующей задачи оптимизации управления запасами как задачи принятия решения в условиях неопределенности. Альтернативные решения, из которых требуется выбрать наилучшее / оптимальное, формализуются таким образом, чтобы учитывать возможность, в частности, использования предложений разных поставщиков. Такой анализ нужен для оценки целесообразности диверсификации рисков снижения рентабельности (из-за возможных срывов поставок) при управлении запасами.

Представлены алгоритмы нахождения наилучшего решения применительно к различным критериям (как классическим, так и производным критериям) отношения ЛПР к возможным потерям прибыли. Иллюстрируются примеры реализации соответствующего подхода для нахождения оптимальной стратегии управления запасами в условиях неопределенности применительно к практическим ситуациям. Результаты п. 6.1 - 6.4 получены совместно с Д.А.Гусевым. Представленные в этой главе разработки дают менеджерам возможность при оптимизации стратегии управления запасами реализовать «свое» отношение к неопределенности конечного результата прибыли.

В рамках теории принятия решений в условиях неопределенности задача выбора наилучших решений формализуется применительно к так называемой матрице полезностей. Элементами такой матрицы являются показатели конечного экономического результата (выручки / прибыли) применительно к конкретным анализируемым решениям и возможным случайным событиям, влияющим на указанный результат. Потому общепринятые в теории управления запасами постановки задач оптимизации как задач минимизации общих годовых издержек сначала необходимо формализовать в виде задач максимизации выручки или прибыли.

Отметим соответствующие основные понятия и обозначения в рамках анализируемой модели:

D – годовое потребление продукции;
C_h - затраты на хранение единицы продукции;
C_0 - накладные расходы на каждую поставку;
q - размер заказа;

$C_П$ – цена закупки единицы продукции;
C_s – цена реализации единицы продукции;
$C_г$ – общие годовые затраты;
$P_г$ – общая годовая прибыль (до уплаты налогов).

Напомним, что общие годовые затраты $C_г$, рассматриваемые в качестве функции от q (размер заказа), применительно к классической модели управления запасами определяются соотношением

$$C_г = C_г(q) = C_0D/q + C_hq/2 + C_ПD.$$

Соответственно общая годовая прибыль $P_г$ – соотношением

$$P_г = P_г\,(q) = C_sD - C_г(q).$$

При этом задача максимизации общей годовой прибыли $P_г$ может быть представлена в виде

$$P_г(q) = C_sD – C_0D/q - C_hq/2 - C_ПD \to \max_{q>0},$$

и, как видим, легко сводится (с учетом того, что слагаемое C_sD не зависит от оптимизируемого параметра *q*) к классической задаче минимизации общих годовых затрат

$$C_г(q) \to \min_{q>0}.$$

Следовательно, оптимальный размер заказа при *оптимизации прибыли* для детерминированной модели, если известны все ее параметры, можно находить по формулам, которые определяют экономичный размер заказа в формате традиционных моделей *минимизации издержек* при управлении запасами:

$$q^* = \sqrt{2C_0D/C_h}\ .$$

Другими словами, для ЛПР указанный размер заказа q^* является оптимальным не только при минимизации общих годовых затрат, но и для достижения максимума общей прибыли (естественно, применительно к отмеченному детерминированному случаю соответствующей классической модели управления запасами).

В приведенных выражениях и показатель общих годовых затрат, и показатель общей годовой прибыли, в общем случае, должны включать или учитывать дополнительно и некоторые *другие специфические затраты* в рамках соответствующего бизнеса (например, заработная плата и т.д.). Но, поскольку такие затраты не зависят от размера партии заказа и длительности интервала повторного заказа, то они и *не повлияют на выбор оптимального решения*. Далее при формализации модели такие затраты не учитываются.

Как уже было отмечено выше, в условиях неопределенности решение задачи максимизации общей годовой прибыли затруднено тем, что для ЛПР будут неизвестны значения некоторых из параметров в рамках представленной выше классической модели управления запасами. В частности, при отсутствии достоверных прогнозов экономической конъюнктуры, особый интерес могут представлять модели систем управления запасами, для которых возможна оценка границ изменений соответствующих параметров модели. Применительно к таким ситуациям в пределах этих границ могут быть сформулированы различные сценарии развития событий, которые ЛПР требует учесть при решении соответствующей задачи оптимизации.

Далее рассмотрим модель управления запасами, в рамках которой такие сценарии формулируются для соответствующих изменений следующих параметров модели: *величины годового потребления* товара (*D*) и *цены реализации единицы продукции* (C_s). Кроме того, соответствующие сценарии будут также учтены и применительно к *потерям прибыли*, обусловливаемым, например, претензиями к качеству продукции, зависящими, в том числе и от выбора поставщика.

Подчеркнем, что при формализации модели ЛПР может задавать соответствующие сценарии, вообще говоря, произвольным образом, учитывая требуемую точность или тщательность такой формализации. Далее для определенности и удобств изложения (чтобы избежать излишне громоздких построений) при формализации рассматриваемой в этой работе модели для каждого из указанных параметров будут учитываться только два сценария. При этом формализация полной группы событий, влияющих на экономический результат, уже потребует (как мы увидим ниже) рассмотрения шестнадцати случайных различных событий, что соответственно отразится на формате матрицы полезностей.

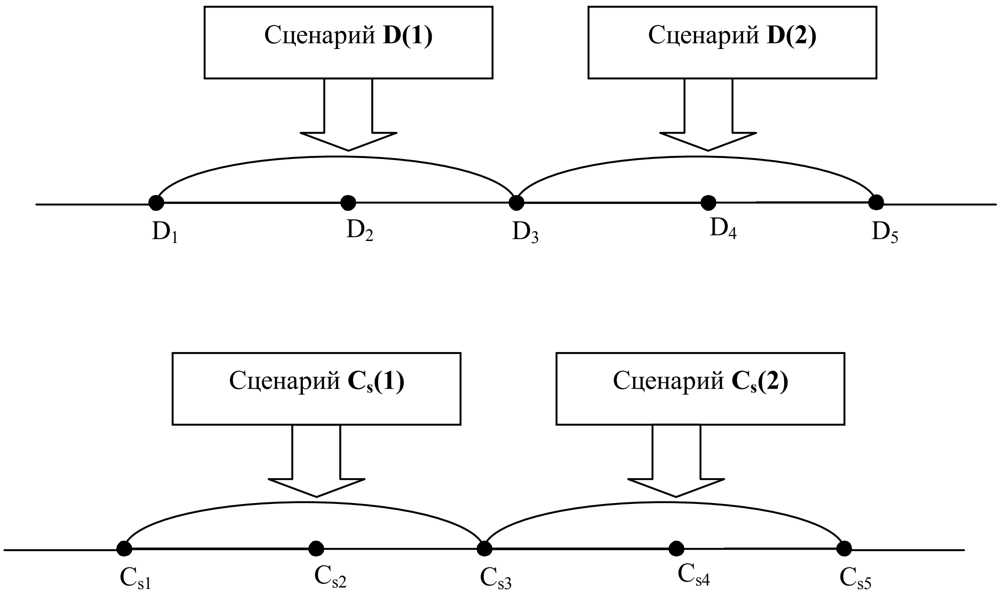


Рис. 7.1. Границы возможных изменений величины годового потребления
и цены реализации продукции

А именно, для годового потребления и применительно к цене реализации единицы продукции далее принимаются следующие сценарии.

Спрос на продукцию за год может быть –

- *низким* - сценарий **D(1)**, то есть $D\in[D_1,D_3)$, - см. рис. 7.1;
- *высоким* - сценарий **D(2)**, то есть $D\in[D_3,D_5)$, - см. рис. 7.1.

Кроме того, цена реализации единицы продукции может быть –

- *низкой* - сценарий $\mathbf{C_s(1)}$, то есть $C_s\in[C_{s1}, C_{s3})$, - см. рис. 7.1;
- *высокой* - сценарий $\mathbf{C_s(2)}$, то есть $C_s\in[C_{s3}, C_{s5})$, - см. рис. 7. 1.

Соответствующая иллюстрация представлена на рис. 7.1.

Кроме того, при формализации оптимизационной модели учитывается возможность закупки продукции у разных поставщиков, причем на разных условиях доставки и с разной ценой единицы продукции (см. табл. 7.1). Как уже отмечалось выше, при этом также учитываются возможные различные потери прибыли, обусловливаемые претензиями к качеству соответствующей продукции, причем, как и для других параметров модели (чтобы не делать ее излишне громоздкой), применительно только к двум сценариям: 1) сценарий **(+)**, соответствующий *благоприятному* исходу формирования прибыли; 2) сценарий **(-)**, соответствующий *неблагоприятному* исходу формирования прибыли. А именно указанные потери прибыли учитываются введением «понижающего» коэффициента α для значения анализируемой выручки. Соответствующие обозначения представлены в табл. 7.1.

Таблица 7.1

Параметры модели при реализации сценариев (+) и (-)
потерь прибыли для каждого поставщика

ПАРАМЕТРЫ МОДЕЛИ	**ОБОЗНАЧЕНИЯ**	
	ПОСТАВЩИК I	**ПОСТАВЩИК II**

Цена закупки единицы продукции	$C_{П1}$	$C_{П2}$
Накладные расходы на каждую поставку	C_{01}	C_{02}
Понижающий коэффициент α для выручки при благоприятном исходе формирования прибыли	Сценарий I(+) $\alpha = \alpha_{I+} = 1$	Сценарий II(+) $\alpha = \alpha_{II+} = 1$
Понижающий коэффициент α для выручки при неблагоприятном исходе формирования прибыли	Сценарий I(-) $\alpha = \alpha_{I-}$ $0 < \alpha_{I-} < 1$	Сценарий II(-) $\alpha = \alpha_{II-}$ $0 < \alpha_{II-} < 1$

При этом, как видим, при реализации конкретного исхода имеем:

- для *благоприятного исхода* величина выручки не понижается (α=1);
- для *неблагоприятного исхода* величина выручки понижается ($0<\alpha<1$).

Подчеркнем также следующую особенность. Введение коэффициента α для учета потерь, обусловливаемых претензиями к качеству товара, отразится на формальном представлении целевой функции. А именно, соответствующая задача оптимизации будет представлена следующим образом:

$$P_c(q) = \alpha \cdot C_s D - C_0 D/q - C_h q/2 - C_П D \to \max_{q>0},$$

Понятно и очевидно, что в рамках рассматриваемой далее модели системы управления запасами определение оптимального или наилучшего решения включает как выбор поставщика/поставщиков, так и выбор соответствующего размера заказа/заказов. Нахождение такого решения, естественно, затруднено именно в связи с тем, что заранее неизвестно, в какой конкретной комбинации будут реализованы значения для указанных выше параметров модели в условиях неопределенности.

В частности, даже в казалось бы очевидной ситуации, если $C_{П1} < C_{П2}$ и $C_{01} < C_{02}$, и при этом даже $\alpha_{I-} > \alpha_{II-}$, то решение ЛПР «рискнуть» и приобретать товар только у первого поставщика (не учитывая возможности диверсификации рисков потерь прибыли) может оказаться малоэффективным, если реализуется именно комбинация сценариев (I-) и (II+) для соответствующих потерь прибыли, обусловливаемых претензиями к качеству продукции этих поставщиков. Другими словами, для определения наилучшего решения необходимо использовать представленные в предыдущих главах методы и учесть все факторы, влияющие на конечный экономический результат.

Поэтому перейдем к представлению процедур оптимизации решения в условиях неопределенности для указанного класса задач.

2. Процедуры формализации модели управления запасами в условиях неопределенности

Полная группа событий. Для принятия оптимальных решений в условиях неопределенности на первом шаге соответствующих процедур требуется формализовать полную группу случайных событий, влияющих на конечный экономический результат. Построим такую полную группу событий для рассматриваемой модели управления запасами в условиях неопределенности. Применительно к анализируемой ситуации, как уже подчеркивалось выше, она будет содержать шестнадцать[*)] случайных событий $\{\theta_1, \theta_2, ..., \theta_{16}\}$, которые приведены ниже:

θ_1 - событие, представленное ситуацией - $D \in [D_1, D_3)$, $C_s \in [C_{s1}, C_{s3})$, $\alpha_{I+}=1$; $\alpha_{II+}=1$, когда годовое потребление *низкое* при *низкой* цене реализации единицы продукции, причем потери прибыли, обусловливаемые претензиями к качеству продукции, отсутствуют как для первого поставщика, так и для второго поставщика; маркируем это событие как **(н,н,+,+)**[**)];

[*)] два сценария для каждого из четырех факторов (годовое потребление, цена реализации, потери при реализации продукции первого поставщика, потери при реализации продукции второго поставщика) приводят к необходимости рассмотрения шестнадцати ($2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2=16$) случайных событий.

[**)] маркировка **(н,н,+,+)** соответствует ситуации: годовое потребление *низкое* при *низкой* цене реализации единицы продукции, а также потери при реализации продукции первого поставщика *отсутствуют*, потери при реализации продукции второго поставщика – также *отсутствуют*.

θ_2 - событие, представленное ситуацией - $D\in[D_3,D_5)$, $C_s\in[C_{s1}, C_{s3})$, $\alpha_{I+}=1$; $\alpha_{II+}=1$, когда годовое потребление *высокое* при *низкой* цене реализации единицы продукции, причем потери прибыли, обусловливаемые претензиями к качеству продукции *обоих* поставщиков, отсутствуют; маркируем это событие как **(в,н,+,+)**;

θ_3 - событие, представленное ситуацией - $D\in[D_1,D_3)$, $C_s\in[C_{s3}, C_{s5})$, $\alpha_{I+}=1$; $\alpha_{II+}=1$, когда годовое потребление *низкое* при *высокой* цене реализации единицы продукции, причем потери прибыли, обусловливаемые претензиями к качеству продукции *обоих* поставщиков, отсутствуют; маркируем это событие как **(н,в,+,+)**;

θ_4 - событие, представленное ситуацией - $D\in[D_3,D_5)$, $C_s\in[C_{s3}, C_{s5})$, $\alpha_{I+}=1$; $\alpha_{II+}=1$, когда годовое потребление *высокое* при *высокой* цене реализации единицы продукции, причем потери прибыли, обусловливаемые претензиями к качеству продукции *обоих* поставщиков, отсутствуют; маркируем это событие как **(в,в,+,+)**;

θ_5 - событие, представленное ситуацией - $D\in[D_1,D_3)$, $C_s\in[C_{s1}, C_{s3})$, $0<\alpha_{I-}<1$; $\alpha_{II+}=1$, когда годовое потребление *низкое* при *низкой* цене реализации единицы продукции, причем потери прибыли, обусловливаемые претензиями к качеству продукции, у *первого* поставщика присутствуют, у *второго* поставщика отсутствуют; маркируем это событие как **(н,н,-,+)**;

θ_6 - событие, представленное ситуацией - $D\in[D_3,D_5)$, $C_s\in[C_{s1}, C_{s3})$, $0<\alpha_{I-}<1$; $\alpha_{II+}=1$, когда годовое потребление *высокое* при *низкой* цене реализации единицы продукции, потери прибыли, обусловливаемые претензиями к качеству продукции, у *первого* поставщика присутствуют, у *второго* поставщика отсутствуют; маркируем это событие как **(в,н,-,+)**;

θ_7 - событие, представленное ситуацией - $D\in[D_1,D_3)$, $C_s\in[C_{s3}, C_{s5})$, $0<\alpha_{I-}<1$; $\alpha_{II+}=1$, когда годовое потребление *низкое* при *высокой* цене реализации единицы продукции, причем потери прибыли, обусловливаемые претензиями к качеству продукции, у *первого* поставщика присутствуют, у *второго* поставщика отсутствуют; маркируем это событие как **(н,в,-,+)**;

θ_8 - событие, представленное ситуацией - $D\in[D_3,D_5)$, $C_s\in[C_{s3}, C_{s5})$, $0<\alpha_{I-}<1$; $\alpha_{II+}=1$, когда годовое потребление *высокое* при *высокой* цене реализации единицы продукции, причем потери прибыли, обусловливаемые претензиями к качеству продукции, у *первого* поставщика присутствуют, но у *второго* поставщика отсутствуют; маркируем это событие как **(в,в,-,+)**;

θ_9 - событие, представленное ситуацией - $D\in[D_1,D_3)$, $C_s\in[C_{s1}, C_{s3})$, $\alpha_{I+}=1$; $0<\alpha_{II-}<1$, когда годовое потребление *низкое* при *низкой* цене реализации единицы продукции, причем потери прибыли, обусловливаемые претензиями к качеству продукции, у *первого* поставщика отсутствуют, у *второго* поставщика присутствуют; маркируем это событие как **(н,н,+,-)**;

θ_{10} - событие, представленное ситуацией - $D\in[D_3,D_5)$, $C_s\in[C_{s1}, C_{s3})$, $\alpha_{I+}=1$; $0<\alpha_{II-}<1$, когда годовое потребление *высокое* при *низкой* цене реализации единицы продукции, потери прибыли, обусловливаемые претензиями к качеству продукции, у *первого* поставщика отсутствуют, у *второго* поставщика присутствуют; маркируем это событие как **(в,н,+,-)**;

θ_{11} - событие, представленное ситуацией - $D\in[D_1,D_3)$, $C_s\in[C_{s3}, C_{s5})$, $\alpha_{I+}=1$; $0<\alpha_{II-}<1$, когда годовое потребление *низкое* при *высокой* цене реализации единицы продукции, причем потери прибыли, обусловливаемые претензиями к качеству продукции, у *первого* поставщика отсутствуют, у *второго* поставщика присутствуют; маркируем это событие как **(н,в,+,-)**;

θ_{12} - событие, представленное ситуацией - $D\in[D_3,D_5)$, $C_s\in[C_{s3}, C_{s5})$, $\alpha_{I+}=1$; $0<\alpha_{II-}<1$, когда годовое потребление *высокое* при *высокой* цене реализации единицы продукции, причем потери прибыли, обусловливаемые претензиями к качеству продукции, у *первого* поставщика отсутствуют, но у *второго* поставщика присутствуют; маркируем это событие как **(в,в,+,-)**;

θ_{13} - событие, представленное ситуацией - $D\in[D_1,D_3)$, $C_s\in[C_{s1}, C_{s3})$, $0<\alpha_{I-}<1$; $0<\alpha_{II-}<1$, когда годовое потребление *низкое* при *низкой* цене реализации единицы продукции, причем потери прибыли, обусловливаемые претензиями к качеству продукции *обоих* поставщиков, присутствуют; маркируем это событие как **(н,н,-,-)**;

θ_{14} - событие, представленное ситуацией - $D\in[D_3,D_5)$, $C_s\in[C_{s1}, C_{s3})$, $0<\alpha_{I-}<1$; $0<\alpha_{II-}<1$, когда годовое потребление *высокое* при *низкой* цене реализации единицы продукции, причем потери прибыли, обусловливаемые претензиями к качеству продукции *обоих* поставщиков, присутствуют; маркируем это событие как **(в,н,-,-)**;

θ_{15} - событие, представленное ситуацией - $D \in [D_1, D_3)$, $C_s \in [C_{s3}, C_{s5})$, $0<\alpha_{I-}<1$; $0<\alpha_{II-}<1$, когда годовое потребление *низкое* при *высокой* цене реализации единицы продукции, причем потери прибыли, обусловливаемые претензиями к качеству продукции *обоих* поставщиков, присутствуют; маркируем это событие как **(н,в,-,-)**;

θ_{16} - событие, представленное ситуацией - $D \in [D_3, D_5)$, $C_s \in [C_{s3}, C_{s5})$, $0<\alpha_{I-}<1$; $0<\alpha_{II-}<1$, когда годовое потребление *высокое* при *высокой* цене реализации единицы продукции, причем потери прибыли, обусловливаемые претензиями к качеству продукции *обоих* поставщиков, присутствуют; маркируем это событие как **(в,в,-,-)**.

Для удобства восприятия соответствующей полной группы событий, влияющей на конечный экономический результат, и удобства идентификации параметров, необходимых для проведения расчетов прибыли применительно к таким событиям, они в краткой форме представлены в табл. 7.2.

Таблица 7.2

Полная группа случайных событий и соответствующие им параметры модели

СОБЫТИЕ	КОМБИНАЦИЯ СЦЕНАРИЕВ В ФОРМАТЕ СОБЫТИЯ	ВАРИАНТЫ РЕАЛИЗАЦИИ ПАРАМЕТРОВ МОДЕЛИ	МАРКИРОВКА СОБЫТИЯ
θ_1	D(1), C_s(1), I(+), II(+)	$D \in [D_1, D_3)$; $C_s \in [C_{s1}, C_{s3})$; $\alpha_{I+}=1$; $\alpha_{II+}=1$	(н,н,+,+)
θ_2	D(2), C_s(1), I(+), II(+)	$D \in [D_3, D_5)$; $C_s \in [C_{s1}, C_{s3})$; $\alpha_{I+}=1$; $\alpha_{II+}=1$	(в,н,+,+)
θ_3	D(1), C_s(2), I(+), II(+)	$D \in [D_1, D_3)$; $C_s \in [C_{s3}, C_{s5})$; $\alpha_{I+}=1$; $\alpha_{II+}=1$	(н,в,+,+)
θ_4	D(2), C_s(2), I(+), II(+)	$D \in [D_3, D_5)$; $C_s \in [C_{s3}, C_{s5})$; $\alpha_{I+}=1$; $\alpha_{II+}=1$	(в,в,+,+)
θ_5	D(1), C_s(1), I(-), II(+)	$D \in [D_1, D_3)$; $C_s \in [C_{s1}, C_{s3})$; $0<\alpha_{I-}<1$; $\alpha_{II+}=1$	(н,н,-,+)
θ_6	D(2), C_s(1), I(-), II(+)	$D \in [D_3, D_5)$; $C_s \in [C_{s1}, C_{s3})$; $0<\alpha_{I-}<1$; $\alpha_{II+}=1$	(в,н,-,+)
θ_7	D(1), C_s(2), I(-), II(+)	$D \in [D_1, D_3)$; $C_s \in [C_{s3}, C_{s5})$; $0<\alpha_{I-}<1$; $\alpha_{II+}=1$	(н,в,-,+)
θ_8	D(2), C_s(2), I(-), II(+)	$D \in [D_3, D_5)$; $C_s \in [C_{s3}, C_{s5})$; $0<\alpha_{I-}<1$; $\alpha_{II+}=1$	(в,в,-,+)
θ_9	D(1), C_s(1), I(+), II(-)	$D \in [D_1, D_3)$; $C_s \in [C_{s1}, C_{s3})$; $\alpha_{I+}=1$; $0<\alpha_{II-}<1$	(н,н,+,-)
θ_{10}	D(2), C_s(1), I(+), II(-)	$D \in [D_3, D_5)$; $C_s \in [C_{s1}, C_{s3})$; $\alpha_{I+}=1$; $0<\alpha_{II-}<1$	(в,н,+,-)
θ_{11}	D(1), C_s(2), I(+), II(-)	$D \in [D_1, D_3)$; $C_s \in [C_{s3}, C_{s5})$; $\alpha_{I+}=1$; $0<\alpha_{II-}<1$	(н,в,+,-)
θ_{12}	D(2), C_s(2), I(+), II(-)	$D \in [D_3, D_5)$; $C_s \in [C_{s3}, C_{s5})$; $\alpha_{I+}=1$; $0<\alpha_{II-}<1$	(в,в,+,-)
θ_{13}	D(1), C_s(1), I(-), II(-)	$D \in [D_1, D_3)$; $C_s \in [C_{s1}, C_{s3})$; $0<\alpha_{I-}<1$; $0<\alpha_{II-}<1$	(н,н,-,-)
θ_{14}	D(2), C_s(1), I(-), II(-)	$D \in [D_3, D_5)$; $C_s \in [C_{s1}, C_{s3})$; $0<\alpha_{I-}<1$; $0<\alpha_{II-}<1$	(в,н,-,-)
θ_{15}	D(1), C_s(2), I(-), II(-)	$D \in [D_1, D_3)$; $C_s \in [C_{s3}, C_{s5})$; $0<\alpha_{I-}<1$; $0<\alpha_{II-}<1$	(н,в,-,-)
θ_{16}	D(2), C_s(2), I(-), II(-)	$D \in [D_3, D_5)$; $C_s \in [C_{s3}, C_{s5})$; $0<\alpha_{I-}<1$; $0<\alpha_{II-}<1$	(в,в,-,-)

Перечень анализируемых альтернативных решений. Для нахождения наилучшего решения в условиях неопределенности на втором шаге процедур оптимизации требуется формализовать перечень анализируемых альтернативных решений. Соответствующие альтернативные решения задаются непосредственно ЛПР. Понятно, что в рамках рассматриваемой модели управления запасами решение для

ЛПР подразумевает: 1) выбор поставщика/поставщиков; 2) определение размера заказа/заказов. При этом, если известен поставщик, известно годовое потребление и накладные расходы на каждую поставку, то в рамках детерминированной модели ЛПР в качестве решения, естественно, выбирает экономичный размер заказа q^*, определяемый приведенным в начале этой главы соотношением. Поэтому для формализации различных альтернативных решений ЛПР в рамках рассматриваемой здесь модели далее естественно поступить следующим образом. А именно, далее считаем, что такие решения определяются:

- с одной стороны, - выбором различных вариантов для долей поставляемой продукции от рассматриваемых поставщиков;
- а с другой стороны, - именно различными значениями для возможной реализации величины годового потребления (**D**) и значениями накладных расходов на каждую поставку (**C_{01}**) или (**C_{02}**) в зависимости от того, какая доля соответствующего потребления будет обеспечиваться каким из поставщиков.

Действительно, значения других неизвестных показателей (стоимость реализации продукции, потери прибыли, обусловливаемые претензиями к качеству товара) в формулу, определяющую экономичный размер заказа q^*, не входят.

Подчеркнем, что выбор для возможного распределения долей поставляемого товара между анализируемыми поставщиками может быть, вообще говоря, произвольным. Для упрощения рассматриваемой модели, чтобы не делать ее чрезмерно громоздкой, далее принимаем следующее. Пусть ЛПР при формировании перечня решений желает учесть ***дополнительно*** возможность диверсификации риска потерь, обусловливаемых претензиями к качеству товара, только за счет закупки товара именно *равными долями* у обоих поставщиков. (Другие стратегии диверсификации указанных рисков могли бы быть рассмотрены аналогично, но это увеличило бы число анализируемых решений). В этом случае перечень анализируемых альтернативных решений включает шесть решений: $\{X_1, X_2, ..., X_6\}$. При этом они формализуются следующим образом.

- X_1 : в рамках этого решения ЛПР ориентируется на предполагаемое годовое потребление D_2, причем поставки предполагаются только от *первого* поставщика; соответственно, экономичный размер заказа в такой ситуации определяется формулой $q_1^* = \sqrt{2C_{01}D_2 / C_h}$;

- X_2 : в рамках этого решения ЛПР ориентируется на предполагаемое годовое потребление D_2, причем поставки предполагаются только от *второго* поставщика; соответственно, экономичный размер заказа составляет $q_2^* = \sqrt{2C_{02}D_2 / C_h}$;
- X_3 : в рамках этого решения ЛПР ориентируется на предполагаемое годовое потребление D_2, причем поставки предполагаются равными долями как от *первого,* так и от *второго* поставщика; соответственно, экономичные размеры заказов соответствующих поставок составляют $q_{3а}^* = \sqrt{C_{01}D_2 / C_h}$ у *первого* поставщика и $q_{3б}^* = \sqrt{C_{02}D_2 / C_h}$ у *второго* поставщика;
- X_4 : в рамках этого решения ЛПР ориентируется на предполагаемое годовое потребление D_4, причем поставки предполагаются только от *первого* поставщика; соответственно, экономичный размер заказа в такой ситуации составляет $q_4^* = \sqrt{2C_{01}D_4 / C_h}$;
- X_5 : в рамках этого решения ЛПР ориентируется на предполагаемое годовое потребление D_4, причем поставки предполагаются только от *второго* поставщика; соответственно, экономичный размер заказа составляет $q_5^* = \sqrt{2C_{02}D_4 / C_h}$;
- X_6 : ЛПР ориентируется на предполагаемое годовое потребление D_4, причем поставки предполагаются равными долями как от *первого,* так и от *второго* поставщика; соответственно, экономичные размеры заказов соответствующих поставок составляют $q_{6а}^* = \sqrt{C_{01}D_4 / C_h}$ у *первого* поставщика и $q_{6б}^* = \sqrt{C_{02}D_4 / C_h}$ у *второго* поставщика.

ЗАМЕЧАНИЕ 1. Если ЛПР не считает затруднительным увеличение размерности соответствующей матрицы полезностей, то перечень анализируемых альтернативных решений может быть увеличен за счет рассмотрения большего числа вариантов, которые характеризуют перераспределение долей поставляемой продукции между поставщиками.

ЗАМЕЧАНИЕ 2. Для определенности далее принимаем, что цена реализации единицы продукции не зависит от выбора поставщика. Другие постановки задач оптимизации могут быть рассмотрены аналогично.

Матрица полезностей. Для нахождения наилучшего решения в условиях неопределенности на третьем шаге соответствующих процедур оптимизации требуется формализовать уже упоминавшуюся матрицу полезностей. Такая матрица представляет конечный экономический результат (выручка или прибыль) применительно к каждому анализируемому решению и каждому случайному событию построенной полной группы событий. Указанную матрицу определим применительно к показателям прибыли. Подчеркнем, что обычно при изложении теории строки такой матрицы соответствуют анализируемым решениям, а столбцы – возможным случайным событиям. В предыдущих главах было реализовано именно такое представление. Однако, применительно к анализируемой здесь оптимизационной модели удобнее апеллировать именно к транспонированной матрице полезностей, поскольку число возможных случайных событий, как мы увидим, значительно превосходит число анализируемых ЛПР решений.

Таким образом, при формализации матрицы полезностей для каждой ее ячейки требуется определять соответствующую величину ожидаемой годовой прибыли P_{ij} как элемента такой матрицы для случая, когда будет принято решение X_j (из множества указанных выше анализируемых альтернативных решений), причем ситуация сложится θ_i (из множества ситуаций, влияющих на экономический результат).

Далее для определенности естественно принимаем, что при расчетах прибыли, которая ожидается при реализации какого-либо из событий полной группы $\{\theta_1, \theta_2, ..., \theta_{16}\}$, предполагается использовать именно середины интервалов для соответствующего изменения параметров модели управления запасами в рамках рассматриваемых сценариев. Поэтому применительно к каждому из указанных событий представим дополнительно соответствующие показатели *годового потребления* и *цены реализации продукции*, которые должны быть использованы в расчетах ожидаемой годовой прибыли P_{ij} при формализации элементов матрицы полезностей. А именно, для интересующих нас ситуаций «внешние» факторы обусловливают следующие значения для показателей годового потребления и цены реализации товара:

- для ситуации θ_1 - (показатели D_2 и C_{s2});
- для ситуации θ_2 - (показатели D_4 и C_{s2});
- для ситуации θ_3 - (показатели D_2 и C_{s4});
- для ситуации θ_4 - (показатели D_4 и C_{s4});
- для ситуации θ_5 - (показатели D_2 и C_{s2});
- для ситуации θ_6 - (показатели D_4 и C_{s2});
- для ситуации θ_7 - (показатели D_2 и C_{s4});
- для ситуации θ_8 - (показатели D_4 и C_{s4});
- для ситуации θ_9 - (показатели D_2 и C_{s2});
- для ситуации θ_{10} - (показатели D_4 и C_{s2});
- для ситуации θ_{11} - (показатели D_2 и C_{s4});
- для ситуации θ_{12} - (показатели D_4 и C_{s4});
- для ситуации θ_{13} - (показатели D_2 и C_{s2});
- для ситуации θ_{14} - (показатели D_4 и C_{s2});
- для ситуации θ_{15} - (показатели D_2 и C_{s4});
- для ситуации θ_{16} - (показатели D_4 и C_{s4}).

Величины ожидаемой годовой прибыли применительно к каждому решению ЛПР и каждому случайному событию (из анализируемой полной группы событий) будут представлены соответствующей матрицей полезностей $A = (P_{ij})$. Ее структура приведена в таблице 7.3.

Таблица 7.3

Структура матрицы полезностей

	X_1	…	X_J	…	X_6
θ_1	P_{11}	…	P_{1j}	…	P_{16}
…	…	…	…	…	…
θ_i	P_{i1}	…	P_{ij}	…	P_{i6}
…	…	…	…	…	…
θ_{16}	$P_{16,1}$	…	P_{16j}	…	$P_{16,6}$

Подчеркнем соответствующие особенности процедур формализации этой матрицы. Как уже было отмечено выше, для определения ожидаемой прибыли P_{ij} будем использовать равенство

$$P_г = C_sD - C_0D/q - C_hq/2 - C_ПD. \qquad (*)$$

Применительно к этому равенству отметим следующее:

- параметр C_h в формуле (*) для ожидаемой годовой прибыли $P_г$ задан в рамках модели, т.е. его значение не зависит от того, какой элемент матрицы рассматривается;
- параметры C_0 и $C_П$ будут определены, но уже применительно к каждому анализируемому решению; напомним, что выбор ЛПР подразумевает, в частности, и выбор поставщика, а это уточнит соответствующее значение для C_0 (либо значение C_{01}, либо значение C_{02}) и для $C_П$ (либо значение $C_{П1}$, либо значение $C_{П2}$);
- аналогично параметр q также будет определен применительно к каждому анализируемому решению (напомним, что выбор ЛПР подразумевает, в частности, и выбор размера заказа применительно к конкретному поставщику при формализации соответствующей стратегии управления запасами, - см. формализацию решений $\{X_1, X_2, ..., X_6\}$);
- наконец, параметры C_s и D определяются сценариями развития событий (полной группы событий), которые реализуются независимо от решений ЛПР; соответственно эти параметры при использовании формулы (*) для определения элемента P_{ij} матрицы полезностей определяются именно теми значениями, которые соответствуют событию θ_i (они уже были представлены выше).

Приведенные положения, регламентирующие специфику использования формулы (*) для определения элементов матрицы полезностей, необходимо учитывать при определении P_{ij}. В частности, величины ожидаемой годовой прибыли (P_{11} - P_{16}) для первой строки матрицы полезностей (событие θ_1 при решениях X_1 - X_6) необходимо рассчитывать следующим образом.

Если наступает событие θ_1 (т.е. событие, представленное ситуацией - $D \in [D_1, D_3)$, $C_s \in [C_{s1}, C_{s3})$, $\alpha_{I+}=1$; $\alpha_{II+}=1$, когда годовое потребление *низкое* при *низкой* цене реализации единицы продукции, причем дополнительные потери прибыли, обусловливаемые претензиями к качеству продукции обоих поставщиков отсутствуют), то при решении X_1 (в рамках которого ЛПР ориентируется на предполагаемое годовое потребление D_2, причем поставки предполагаются только от *первого* поставщика партиями объема $q_1^* = \sqrt{2C_{01}D_2 / C_h}$) для соответствующей величины ожидаемой годовой прибыли P_{11} на основе (*) получаем равенство:

$$P_{11} = (\alpha_{I+}) \cdot C_{s2}D_2 - C_{01}D_2/q_1^* - C_hq_1^*/2 - C_{П1}D_2.$$

Аналогичным образом для элемента P_{12} этой строки матрицы полезностей имеем следующее равенство:

$$P_{12} = \alpha_{II+}C_{s2}D_2 - C_{02}D_2/q_2{*} - C_h q_2^*/2 - C_{П2}D_2.$$

При определении элемента P_{13} необходимо учитывать, что в рассматриваемой модели решение X_3 предусматривает диверсификацию поставок товара в равных долях между поставщиками I и II. Поэтому этот элемент удобно представлять в виде двух составляющих:

$$P_{13} = P_{13}(I) + P_{13}(II),$$

где составляющая $P_{13}(I)$ соответствует ожидаемой годовой прибыли применительно к поставкам от первого поставщика, а составляющая $P_{13}(II)$ – от второго. Эти составляющие определяем по формуле (*) применительно к «своим» параметрам:

$$P_{13}(I) = (\alpha_{I+})/2 \cdot C_{s2}D_2 - C_{01}D_2/(2q_{3a}{*}) -$$
$$- C_h (q_{3a}^*)/2 - C_{П1}/2 \cdot D_2;$$
$$P_{13}(II) = (\alpha_{II+})/2 \cdot C_{s2}D_2 - C_{02}D_2/(2q_{3б}{*}) -$$
$$- C_h (q_{3б}^*)/2 - C_{П2}/2 \cdot D_2;$$

Аналогичным образом определяем остальные элементы первой строки применительно к решениям X_4, X_5 и X_6:

$$P_{14} = \alpha_{I+}C_{s2}D_2 - C_{01}D_2/q_4{*} - C_h q_4^*/2 - C_{П1}D_2;$$

$$P_{15} = \alpha_{II+}C_{s2}D_2 - C_{02}D_2/q_5{*} - C_h q_5^*/2 - C_{П2}D_2;$$

$$P_{16} = P_{16}(I) + P_{16}(II),$$

где

$$P_{16}(I) = (\alpha_{I+})/2 \cdot C_{s2}D_2 - C_{01}D_2/(2q_{6a}{*}) -$$
$$- C_h (q_{6a}^*)/2 - C_{П1}/2 \cdot D_2,$$
$$P_{16}(II) = (\alpha_{II+})/2 \cdot C_{s2}D_2 - C_{02}D_2/(2q_{6б}{*}) -$$
$$- C_h (q_{6a}^*)/2 - C_{П2}/2 \cdot D_2$$

Обратим дополнительно внимание на следующее. Для упрощения процедур, которые надо выполнить, чтобы заполнить остальные строки матрицы полезностей, можно использовать уже полученные выше выражения для $P_{11} - P_{16}$.

А именно, для этого можно воспользоваться специальными правилами подстановки, которые представлены в табл. 7.4. Указанные правила позволяют модифицировать формулы $P_{11} - P_{16}$ применительно к остальным строкам матрицы полезностей.

Таблица 7.4

Правила подстановки для модификации формул $P_{11} - P_{16}$ применительно к остальным строкам матрицы полезностей

СОБЫТИЕ	**КОМБИНАЦИЯ СОВМЕСТНОЙ РЕАЛИЗАЦИИ СЦЕНАРИЕВ**	**СООТВЕТСТВУЮЩИЕ ПРАВИЛА ПОДСТАНОВКИ**

θ_2	D(2), C_s(1), I(+), II(+)	Для получения формул P_{21} - P_{26} в формулах P_{11} - P_{16} вместо D_2 подставить D_4
θ_3	D(1), C_s(2), I(+), II(+)	Для получения формул P_{31} - P_{36} в формулах P_{11} - P_{16} вместо C_{s2} подставить C_{s4}
θ_4	D(2), C_s(2), I(+), II(+)	Для получения формул P_{41} - P_{46} в формулах P_{11} - P_{16} вместо D_2 подставить D_4, вместо C_{s2} подставить C_{s4}
θ_5	D(1), C_s(1), I(-), II(+)	Для получения формул P_{51} - P_{56} в формулах P_{11} - P_{16} вместо α_{I+} подставить α_{I-}
θ_6	D(2), C_s(1), I(-), II(+)	Для получения формул P_{61} - P_{66} в формулах P_{11} - P_{16} вместо D_2 подставить D_4, вместо α_{I+} подставить α_{I-}
θ_7	D(1), C_s(2), I(-), II(+)	Для получения формул P_{71} - P_{76} в формулах P_{11} - P_{16} вместо C_{s2} подставить C_{s4} , вместо α_{I+} подставить α_{I-}
θ_8	D(2), C_s(2), I(-), II(+)	Для получения формул P_{81} - P_{86} в формулах P_{11} - P_{16} вместо D_2 подставить D_4, вместо C_{s2} подставить C_{s4} , вместо α_{I+} подставить α_{I-}
θ_9	D(1), C_s(1), I(+), II(-)	Для получения формул P_{91} - P_{96} в формулах P_{11} - P_{16} вместо α_{II+} подставить α_{II-}
θ_{10}	D(2), C_s(1), I(+), II(-)	Для получения формул $P_{10,1}$ - $P_{10,6}$ в формулах P_{11} - P_{16} вместо D_2 подставить D_4, вместо α_{II+} подставить α_{II-}
θ_{11}	D(1), C_s(2), I(+), II(-)	Для получения формул $P_{11,1}$ - $P_{11,6}$ в формулах P_{11} - P_{16} вместо C_{s2} подставить C_{s4} , вместо α_{II+} подставить α_{II-}
θ_{12}	D(2), C_s(2), I(+), II(-)	Для получения формул $P_{12,1}$ - $P_{12,6}$ в формулах P_{11} - P_{16} вместо D_2 подставить D_4, вместо C_{s2} подставить C_{s4} , вместо α_{II+} подставить α_{II-}
θ_{13}	D(1), C_s(1), I(-), II(-)	Для получения формул $P_{13,1}$ - $P_{13,6}$ в формулах P_{11} - P_{16} вместо α_{I+} подставить α_{I-} , вместо α_{II+} подставить α_{II-}
θ_{14}	D(2), C_s(1), I(-), II(-)	Для получения формул $P_{14,1}$ - $P_{14,6}$ в формулах P_{11} - P_{16} вместо D_2 подставить D_4, вместо α_{I+} подставить α_{I-} , вместо α_{II+} подставить α_{II-}
θ_{15}	D(1), C_s(2), I(-), II(-)	Для получения формул $P_{15,1}$ - $P_{15,6}$ в формулах P_{11} - P_{16} вместо C_{s2} подставить C_{s4} , вместо α_{I+} подставить α_{I-} , вместо α_{II+} подставить α_{II-}
θ_{16}	D(2), C_s(2), I(-), II(-)	Для получения формул $P_{16,1}$ - $P_{16,6}$ в формулах P_{11} - P_{16} вместо D_2 подставить D_4, вместо C_{s2} подставить C_{s4} , вместо α_{I+} подставить α_{I-} , вместо α_{II+} подставить α_{II-}

Выбор наилучшего решения. Для нахождения оптимального/наилучшего решения в условиях неопределенности на последнем шаге соответствующих процедур требуется реализовать выбор альтернативного решения на основе конкретного критерия, отражающего отношение ЛПР к риску/неопределенности конечного результата. Разумеется, выбор критерия реализуется непосредственно самим ЛПР. Как мы уже видели в предыдущих главах, теория принятия решений в условиях неопределенности предлагает достаточно широкий перечень таких критериев, чтобы дать ЛПР возможность учесть различные отношения к риску случайных потерь прибыли. Их представляют соответственно специальными группами таких критериев: *классическими* критериями; *производными* критериями; *составными* критериями принятия решений в условиях неопределенности. Как выбрать критерий, учитывая указанное их многообразие?

При выборе критерия необходимо учитывать: 1) специфику соответствующего аппарата «линий уровня» используемого критерия; 2) специфику требований конкретного ЛПР; 3) специфику непосредственно рассматриваемой задачи оптимизации. Поэтому в рамках теории принятия решений в условиях неопределенности помимо широкого перечня таких критериев, как мы уже знаем, предлагается также и весьма солидный арсенал методов, позволяющих их модифицировать для адаптации соответствующих критериев применительно к специфике требований ЛПР. В частности, чтобы дать достаточно полное представление о возможностях оптимизации систем управления запасами в условиях неопределенности (в том числе и с учетом стратегий диверсификации поставок), далее соответствующие процедуры будут проиллюстрированы, причем с необходимыми комментариями, на численном примере применительно к следующим критериям и их модификациям:

- максиминный критерий;
- оптимистический критерий;
- нейтральный критерий;
- критерий Сэвиджа;
- критерий Гурвица;
- составные критерии принятия решений;
- все представленные в главе 4 новые модифицированные критерии в формате процедур «нацеливания» линий уровня критерия на утопическую точку поля полезностей;
- критерий идеального решения / идеальной точки

3. Процедуры оптимизации стратегии управления запасами в условиях неопределенности

Пусть при планировании работы системы управления запасами для некоторого звена цепи поставок менеджер анализирует ситуацию, в рамках которой параметры оптимизируемой модели представлены таблицей 7.5.

Таблица 7.5

Исходные данные в рамках рассматриваемого примера

ПАРАМЕТРЫ **ОПТИМИЗАЦИОННОЙ МОДЕЛИ**	ЗНАЧЕНИЯ **СООТВЕТСТВУЮЩИХ** ПАРАМЕТРОВ
D – годовое потребление продукции	Параметр неизвестен: далее принимается два сценария его реализации (рис. 7.2)
C_h – годовые затраты на хранение единицы продукции, $	0,6
C_{01} - накладные расходы на каждую поставку у первого поставщика, $	20
C_{02} - накладные расходы на каждую поставку у второго поставщика, $	15
$C_{П1}$ – цена закупки единицы продукции у первого поставщика, $	3
$C_{П2}$ – цена закупки единицы продукции у второго поставщика, $	2,5
C_s – цена реализации единицы продукции, $	Параметр неизвестен: далее принимается два сценария его реализации (рис. 7.2)
Понижающий коэффициент α_{I+} для выручки при *благоприятном* исходе реализации продукции *первого* поставщика	Сценарий I(+) $\alpha_{I+} = 1$
Понижающий коэффициент α_{I-} для выручки при *неблагоприятном* исходе реализации продукции *первого* поставщика	Сценарий I(-) $\alpha_{I-} = 0,9$
Понижающий коэффициент α_{II+} для выручки при *благоприятном* исходе реализации продукции *второго* поставщика	Сценарий II(+) $\alpha_{II+} = 1$
Понижающий коэффициент α_{II-} для выручки при *неблагоприятном* исходе реализации продукции *второго* поставщика	Сценарий II(-) $\alpha_{II-} = 0,6$

Графическая иллюстрация приведена на рис. 7.2.

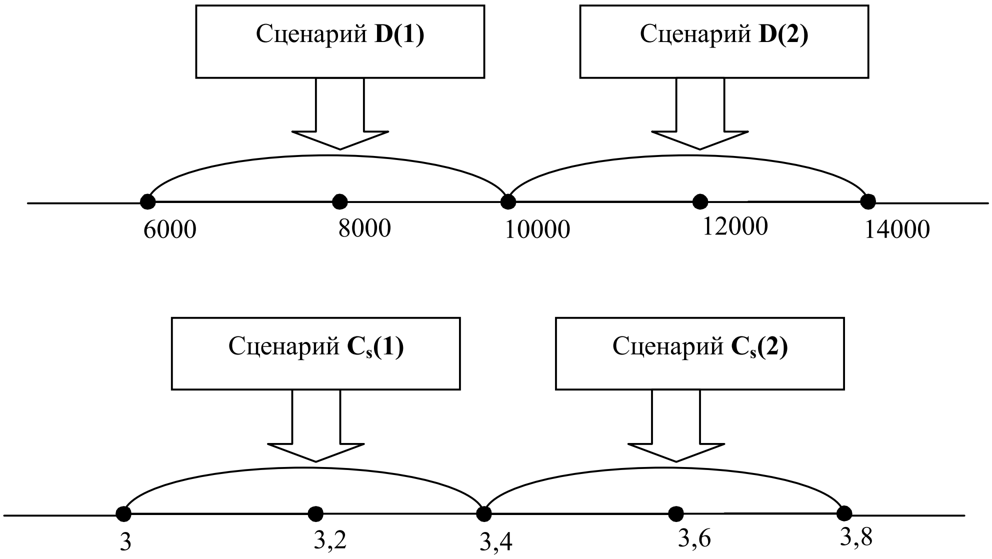


Рис. 7.2. Границы возможных изменений величины годового потребления
и цены реализации продукции для условного примера

Представим соответствующие этапы и процедуры нахождения оптимального решения для организации работы системы управления запасами в рамках рассматриваемого примера.

Формирование полной группы событий для рассматриваемого примера. Представим полную группу событий $\{\theta_1, \theta_2, ..., \theta_{16}\}$ для рассматриваемой модели управления запасами в условиях неопределенности. Напомним, что применительно к анализируемой ситуации она будет содержать шестнадцать случайных событий:

θ_1 - событие, представленное ситуацией - D∈[6000,10000), C_s∈[3; 3,4), α_{I+}=1; α_{II+}=1; которое маркируем как **(н,н,+,+)**;

θ_2 - событие, представленное ситуацией - D∈[10000,14000), C_s∈[3; 3,4), α_{I+}=1; α_{II+}=1; которое маркируем как **(в,н,+,+)**;

θ_3 - событие, представленное ситуацией - D∈[6000,10000), C_s∈[3,4; 3,8), α_{I+}=1; α_{II+}=1; которое маркируем как **(н,в,+,+)**;

θ_4 - событие, представленное ситуацией - D∈[10000,14000), C_s∈[3,4; 3,8), α_{I+}=1; α_{II+}=1; которое маркируем как **(в,в,+,+)**;

θ_5 - событие, представленное ситуацией - D∈[6000,10000), C_s∈[3; 3,4), α_{I+}=0,9, α_{II+}=1; которое маркируем как **(н,н,-,+)**;

θ_6 - событие, представленное ситуацией - D∈[10000,14000), C_s∈[3; 3,4), α_{I+}=0,9, α_{II+}=1; которое маркируем как **(в,н,-,+)**;

θ_7 - событие, представленное ситуацией - D∈[6000,10000), C_s∈[3,4; 3,8), α_{I+}=0,9; α_{II+}=1; которое маркируем как **(н,в,-,+)**;

θ_8 - событие, представленное ситуацией - D∈[10000,14000), C_s∈[3,4; 3,8), α_{I+}=0,9; α_{II+}=1; которое маркируем как **(в,в,-,+)**;

θ_9 - событие, представленное ситуацией - D∈[6000,10000), C_s∈[3; 3,4), α_{I+}=1; α_{II+}=0,6; которое маркируем как **(н,н,+,-)**;

θ_{10} - событие, представленное ситуацией - D∈[10000,14000), C_s∈[3; 3,4), α_{I+}=1; α_{II+}=0,6; которое маркируем как **(в,н,+,-)**;

θ_{11} - событие, представленное ситуацией - D∈[6000,10000), C_s∈[3,4; 3,8), α_{I+}=1; α_{II+}=0,6; которое маркируем как **(н,в,+,-)**;

θ_{12} - событие, представленное ситуацие - D∈[10000,14000), C_s∈[3,4; 3,8), α_{I+}=1; α_{II+}=0,6; которое маркируем как **(в,в,+,-)**;

θ_{13} - событие, представленное ситуацией - D∈[6000,10000), C_s∈[3; 3,4), α_{I+}=0,9 ; α_{II+}=0,6; которое маркируем как **(н,н,-,-)**;

θ_{14} - событие, представленное ситуацией - D∈[10000,14000), C_s∈[3; 3,4), α_{I+}=0,9 ; α_{II+}=0,6; которое маркируем как **(в,н,-,-)**;

θ_{15} - событие, представленное ситуацией - D∈[6000,10000), C_s∈[3,4; 3,8), α_{I+}=0,9 ; α_{II+}=0,6; которое маркируем как **(н,в,-,-)**;

θ_{16} - событие, представленное ситуацией - D∈[10000,14000), C_s∈[3,4; 3,8), α_{I+}=0,9; α_{II+}=0,6; которое маркируем как **(в,в,-,-)**.

Для удобств идентификации параметров, требуемых для расчетов прибыли применительно к указанной полной группе событий, они в краткой форме представлены в табл. 7.6.

Таблица 7.6

Полная группа случайных событий
и соответствующие им параметры модели

СОБЫТИЕ	КОМБИНАЦИЯ СЦЕНАРИЕВ В ФОРМАТЕ СОБЫТИЯ	ВАРИАНТЫ РЕАЛИЗАЦИИ ПАРАМЕТРОВ МОДЕЛИ	МАРКИРОВКА СОБЫТИЯ
θ_1	D(1), C_s(1), I(+), II(+)	D∈[6000,10000); C_s∈[3; 3,4); α_{I+}=1 ; α_{II+}=1	(н,н,+,+)
θ_2	D(2), C_s(1), I(+), II(+)	D∈[10000,14000); C_s∈[3; 3,4); α_{I+}=1 ; α_{II+}=1	(в,н,+,+)
θ_3	D(1), C_s(2), I(+), II(+)	D∈[6000,10000); C_s∈[3,4; 3,8); α_{I+}=1 ; α_{II+}=1	(н,в,+,+)
θ_4	D(2), C_s(2), I(+), II(+)	D∈[10000,14000); C_s∈[3,4; 3,8); α_{I+}=1 ; α_{II+}=1	(в,в,+,+)
θ_5	D(1), C_s(1), I(-), II(+)	D∈[6000,10000); C_s∈[3; 3,4); α_{I+}=0,9 ; α_{II+}=1	(н,н,-,+)
θ_6	D(2), C_s(1), I(-), II(+)	D∈[10000,14000); C_s∈[3; 3,4); α_{I+}=0,9 ; α_{II+}=1	(в,н,-,+)
θ_7	D(1), C_s(2), I(-), II(+)	D∈[6000,10000); C_s∈[3,4; 3,8); α_{I+}=0,9 ; α_{II+}=1	(н,в,-,+)
θ_8	D(2), C_s(2), I(-), II(+)	D∈[10000,14000); C_s∈[3,4; 3,8); α_{I+}=0,9 ; α_{II+}=1	(в,в,-,+)
θ_9	D(1), C_s(1), I(+), II(-)	D∈[6000,10000); C_s∈[3; 3,4); α_{I+}=1 ; α_{II+}=0,6	(н,н,+,-)
θ_{10}	D(2), C_s(1), I(+), II(-)	D∈[10000,14000); C_s∈[3; 3,4); α_{I+}=1 ; α_{II+}=0,6	(в,н,+,-)
θ_{11}	D(1), C_s(2), I(+), II(-)	D∈[6000,10000); C_s∈[3,4; 3,8); α_{I+}=1 ; α_{II+}=0,6	(н,в,+,-)
θ_{12}	D(2), C_s(2), I(+), II(-)	D∈[10000,14000); C_s∈[3,4; 3,8); α_{I+}=1 ; α_{II+}=0,6	(в,в,+,-)
θ_{13}	D(1), C_s(1), I(-), II(-)	D∈[6000,10000); C_s∈[3; 3,4); α_{I+}=0,9 ; α_{II+}=0,6	(н,н,-,-)
θ_{14}	D(2), C_s(1), I(-), II(-)	D∈[10000,14000); C_s∈[3; 3,4); α_{I+}=0,9 ; α_{II+}=0,6	(в,н,-,-)
θ_{15}	D(1), C_s(2), I(-), II(-)	D∈[6000,10000); C_s∈[3,4; 3,8); α_{I+}=0,9 ; α_{II+}=0,6	(н,в,-,-)
θ_{16}	D(2), C_s(2), I(-), II(-)	D∈[10000,14000); C_s∈[3,4; 3,8); α_{I+}=0,9 ; α_{II+}=0,6	(в,в,-,-)

Формирование перечня анализируемых альтернативных решений ЛПР для рассматриваемого примера. Напомним, что перечень анализируемых альтернативных решений в рамках этой модели включает шесть решений $\{X_1, X_2, ..., X_6\}$ и формализуется следующим образом.

- *X₁* : в рамках этого решения ЛПР ориентируется на предполагаемое годовое потребление D_2 = 8000 , причем поставки предполагаются только от *первого* поставщика; соответственно, экономичный размер заказа в такой ситуации составляет $q_1^* = \sqrt{2C_{01}D_2 / C_h}$ =730,3 (далее в расчетах округляем до 730);
- *X₂* : в рамках этого решения ЛПР ориентируется на предполагаемое годовое потребление D_2 = 8000 , причем поставки предполагаются только от *второго* поставщика; соответственно, экономичный размер заказа в такой ситуации составляет $q_2^* = \sqrt{2C_{02}D_2 / C_h}$ =632,5 (далее в расчетах округляем до 630);
- *X₃* : в рамках этого решения ЛПР ориентируется на предполагаемое годовое потребление D_2 = 8000, причем поставки предполагаются равными долями как от *первого,* так и от *второго* поставщика; соответственно, экономичные размеры заказов соответствующих поставок составляют $q_{3а}^* = \sqrt{C_{01}D_2 / C_h}$ =516,4 (далее в расчетах округляем до 520) у *первого* поставщика и $q_{3б}^* = \sqrt{C_{02}D_2 / C_h}$ = 447,2 (далее в расчетах округляем до 450) у *второго* поставщика;
- *X₄* : в рамках этого решения ЛПР ориентируется на предполагаемое годовое потребление D_4 = 12000, причем поставки предполагаются только от *первого* поставщика; соответственно, экономичный размер заказа в такой ситуации составляет $q_4^* = \sqrt{2C_{01}D_4 / C_h}$ = 894,4 (далее в расчетах округляем до 890);
- *X₅* : в рамках этого решения ЛПР ориентируется на предполагаемое годовое потребление D_4= 12000 , причем поставки предполагаются только от *второго* поставщика; соответственно, экономичный размер заказа в такой ситуации составляет $q_5^* = \sqrt{2C_{02}D_4 / C_h}$ = 774,6 (далее в расчетах округляем до 770);
- *X₆* : в рамках этого решения ЛПР ориентируется на предполагаемое годовое потребление D_4 = 12000, причем поставки предполагаются равными долями как от *первого,* так и от *второго* поставщика; соответственно, экономичные размеры заказов соответствующих поставок составляют $q_{3а}^* = \sqrt{C_{01}D_4 / C_h}$ =632,5 (далее в расчетах округляем до 630) у *первого* поставщика и $q_{3б}^* = \sqrt{C_{02}D_4 / C_h}$ = 547,7 (далее в расчетах округляем до 550) у *второго* поставщика.

Подчеркнем также, что для определенности в анализируемой здесь модели было принято, что цена реализации единицы продукции не зависит от выбора поставщика.

Построение матрицы полезностей для рассматриваемого примера. Напомним, что при расчетах прибыли, которая соответствует реализации какого-либо из событий $\{\theta_1, \theta_2, ..., \theta_{16}\}$, используются значения *середин тех интервалов,* которые характеризуют соответствующее изменение неизвестных параметров модели управления запасами. Поэтому применительно к каждому из указанных событий представим соответствующие показатели *годового потребления* и *цены реализации продукции*, которые должны быть использованы в расчетах общей годовой прибыли P_{ij} при формализации матрицы полезностей:

- для ситуации θ_1 - (8000 и 3,2);
- для ситуации θ_2 - (12000 и 3,2);
- для ситуации θ_3 - (8000 и 3,6);

- для ситуации θ_4 - (12000 и 3,6);
- для ситуации θ_5 - (8000 и 3,2);
- для ситуации θ_6 - (12000 и 3,2);
- для ситуации θ_7 - (8000 и 3,6);
- для ситуации θ_8 - (12000 и 3,6);
- для ситуации θ_9 - (8000 и 3,2);
- для ситуации θ_{10} - (12000 и 3,2);
- для ситуации θ_{11} - (8000 и 3,6);
- для ситуации θ_{12} - (12000 и 3,6);
- для ситуации θ_{13} - (8000 и 3,2);
- для ситуации θ_{14} - (12000 и 3,2);
- для ситуации θ_{15} - (8000 и 3,6);
- для ситуации θ_{16} - (12000 и 3,6).

Соответствующая матрица полезностей $A = (P_{ij})$ представлена в табл. 7.7. Отметим, в частности, что показатели ожидаемой годовой прибыли (P_{11} - P_{16}) для первой строки указанной матрицы полезностей (т.е. применительно к событию θ_1, причем соответственно при решениях X_1 - X_6) рассчитывались с учетом следующих особенностей (они были подчеркнуты выше).

Если наступает событие θ_1 (т.е. событие, представленное ситуацией - $D\in[6000,10000)$, $C_s\in[3; 3,4)$, $\alpha_{I+}=1$; $\alpha_{II+}=1$, когда годовое потребление *низкое* при *низкой* цене реализации единицы продукции, причем дополнительные потери прибыли, обусловливаемые претензиями к качеству продукции обоих поставщиков отсутствуют), то при решении X_1 (в рамках которого ЛПР ориентируется на предполагаемое годовое потребление D_2, причем поставки предполагаются только от *первого* поставщика партиями объема $q_1^* = \sqrt{2C_{01}D_2 / C_h}$ =730) для соответствующей величины годовой прибыли получаем:

$$P_{11} = \alpha_{I+}\cdot C_{s2}\cdot D2 - C_{01}\cdot D2/q_1* - C_h\cdot q_1^*/2 - C_{П1}\cdot D2 =$$

$$= 1\cdot 3,2\cdot 8000 – 20\cdot 8000/730 - 0,6\cdot 730/2 - 3\cdot 8000 = 1161,8.$$

Для остальных элементов этой строки матрицы полезностей, используя аналогичный подход, легко получаем следующие равенства:

$$P_{12} = \alpha_{II+}C_{s2}D_2 - C_{02}D_2/q_2* - C_hq_2^*/2 - C_{П2}D_2 =$$

$$= 1\cdot 3,2\cdot 8000 - 15\cdot 8000/630 - 0,6\cdot 630/2 - 2,5\cdot 8000 = 5520,5$$

$$P_{13} = (\alpha_{I+}+\alpha_{II+})/2\cdot C_{s2}D_2 - C_{01}D_2/(2q_{3а}*)- C_{02}D_2/(2q_{3б}*) - C_h (q_{3a}^* + q_{3a}^*)/2-$$

$$(C_{П1}+C_{П2})/2\cdot D_2 = (1+1)/2\cdot 3,2\cdot 8000 - 20\cdot 8000/(2\cdot 520) - 15\cdot 8000/(2\cdot 450) -0,6\cdot 970/2 - (3+2,5)/2\cdot 8000 = 3021,8$$

$$P_{14} = \alpha_{I+}C_{s2}D_2 - C_{01}D_2/q_4* - C_hq_4^*/2 - C_{П1}D_2 =$$

$$1\cdot 3,2\cdot 8000 - 20\cdot 8000/900 -0,6\cdot 900/2 - 3\cdot 8000 = 1152,2$$

$$P_{15} = \alpha_{II+}C_{s2}D_2 - C_{02}D_2/q_5* - C_hq_5^*/2 - C_{П2}D_2 =$$

$$= 1\cdot 3,2\cdot 8000 - 15\cdot 8000/770 - 0,6\cdot 770/2 - 2,5\cdot 8000 = 5213,2$$

$$P_{16} = (\alpha_{I+}+\alpha_{II+})/2\cdot C_{s2}D_2 - C_{01}D_2/(2q_{6a}*) - C_{02}D_2/(2q_{6б}*) - C_h\,(q_{6a}^* + q_{6a}^*)\,/2\; - (C_{П1} + C_{П2})/2\cdot D_2$$

$$=(1+1)/2\cdot 3,2\cdot 8000 - 20\cdot 8000/(2\cdot 630) - 15\cdot 8000/(2\cdot 550) -0,6\cdot 1180/2 - (3+2,5)/2\cdot 8000 = 3009,9$$

(для P_{13} и P_{16} уже выполнены операции группировки отдельных слагаемых).

При расчете остальных строк были использованы рекомендованные ранее правила подстановки параметров (см. табл. 7.4), позволяющие быстро и легко определять остальные элементы матрицы полезностей на основе уже полученных выражений для P_{11} - P_{16}. Результаты расчетов сведены соответственно в таблицу 7.7.

Таблица 7.7

Матрица полезностей для рассматриваемой модели

СОБЫТИЕ	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6
θ_1	1161,8	5220,5	3021,8	1152,2	5213,2	3009,9
θ_2	1852,2	7925,3	4678,2	1863,3	7935,2	4691,9
θ_3	4361,8	8420,5	6221,8	4353,2	8413,2	6209,9
θ_4	6652,2	12725,3	9478,2	6663,3	12735,2	9491,9
θ_5	-1398,2	5220,5	1741,8	-1407,8	5213,2	1729,9
θ_6	-1987,8	7925,3	2758,2	-1976,7	7935,2	2771,9
θ_7	1481,8	8420,5	4781,8	1472,2	8413,2	4769,9
θ_8	2332,2	12725,3	7318,2	2343,3	12735,2	7331,9
θ_9	1161,8	-5019,5	-2098,2	1153,2	-5026,8	-2110,1
θ_{10}	1852,2	-7434,7	-3001,8	1863,3	-7424,8	-2988,1
θ_{11}	4361,8	-3099,5	461,8	4353,2	-3106,8	449,9
θ_{12}	6652,2	-4554,7	838,2	6663,3	-4544,8	851,9
θ_{13}	-1398,2	-5019,5	-3378,2	-1406,8	-5026,8	-3390,1
θ_{14}	-1987,8	-7434,7	-4921,8	-1976,7	-7424,8	-4908,1
θ_{15}	1481,8	-3099,5	-978,2	1473,2	-3106,8	-990,1
θ_{16}	2332,2	-4554,7	-1321,8	2343,3	-4544,8	-1308,1

4. Оптимальная стратегия с учетом позиции ЛПР к неопределенности конечного результата: традиционные критерии

Выбор на основе максиминного критерия (ММ - критерий). Целевая функция максиминного критерия:

$$Z_{MM} = \max_j \{K_j\}\text{, где}$$

$$K_j = \min_i \{a_{ij}\}$$

(здесь учтено, что для рассматриваемой модели матрица полезностей транспонирована).
Соответствующие процедуры оптимизации решения в рамках этого критерия предполагают:

- введение дополнительной строки для матрицы полезностей;
- ее элементы (по столбцам) заполняются самым плохим показателем (самым малым значением прибыли для соответствующего решения);
- из всех таких показателей дополнительной строки определяется самый лучший (самый большой по величине прибыли);

- соответствующее решение принимается в качестве наилучшего / оптимального.

Реализация указанных процедур представлена в табл. 7.8.

Таблица 7.8

Выбор наилучшего решения на основе максиминного критерия

СОБЫТИЕ	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6
θ_1	1161,8	5220,5	3021,8	1152,2	5213,2	3009,9
θ_2	1852,2	7925,3	4678,2	1863,3	7935,2	4691,9
θ_3	4361,8	8420,5	6221,8	4352,2	8413,2	6209,9
θ_4	6652,2	12725,3	9478,2	6663,3	12735,2	9491,9
θ_5	-1398,2	5220,5	1741,8	-1407,8	5213,2	1729,9
θ_6	-1987,8	7925,3	2758,2	-1976,7	7935,2	2771,9
θ_7	1481,8	8420,5	4781,8	1472,2	8413,2	4769,9
θ_8	2332,2	12725,3	7318,2	2343,3	12735,2	7331,9
θ_9	1161,8	-5019,5	-2098,2	1153,2	-5026,8	-2110,1
θ_{10}	1852,2	-7434,7	-3001,8	1863,3	-7424,8	-2988,1
θ_{11}	4361,8	-3099,5	461,8	4353,2	-3106,8	449,9
θ_{12}	6652,2	-4554,7	838,2	6663,3	-4544,8	851,9
θ_{13}	-1398,2	-5019,5	-3378,2	-1406,8	-5026,8	-3390,1
θ_{14}	-1987,8	-7434,7	-4921,8	-1976,7	-7424,8	-4908,1
θ_{15}	1481,8	-3099,5	-978,2	1473,2	-3106,8	-990,1
θ_{16}	2332,2	-4554,7	-1321,8	2343,3	-4544,8	-1308,1
K_j	-1987,8	-7434,7	-4921,8	**-1976,7**	-7424,8	-4908,1

Наилучшее для ЛПР решение при использовании максиминного критерия – решение X_4 . Ближайшее, практически эквивалентное ему, альтернативное решение в рамках этого критерия – решение X_1 . Оба этих решения предпочитают *более надежного поставщика* относительно возможных потерь прибыли, обусловливаемых претензиями к качеству товара. Подчеркнем, что такой выбор сделан даже, несмотря на более дешевые поставки от другого поставщика.

Замечание. Напомним, что особенностью максиминного критерия является то, что выбираемое им решение обеспечивает самый лучший гарантированный результат, но только применительно к самому плохому варианту развития событий. Разумеется, такой подход к принятию решений соответствует крайней пессимистической позиции ЛПР, т.к. при этом можно потерять в прибыли применительно ко многим возможным ее реализациям при других решениях.

Выбор на основе оптимистического критерия (Н - критерий). Целевая функция оптимистического критерия:

$$Z_H = \max_j \{K_j\}, \text{ где}$$

$$K_j = \max_i \{a_{ij}\}.$$

Соответствующие процедуры оптимизации решения в рамках этого критерия предполагают:

- введение дополнительной строки для матрицы полезностей;
- ее элементы (по столбцам) заполняются самым хорошим показателем (самым большим значением прибыли для соответствующего решения);

- из всех таких показателей дополнительной строки определяется самый лучший (самый большой по величине прибыли);
- соответствующее решение принимается в качестве наилучшего.

Реализация указанных процедур представлена в табл. 7.9.

Таблица 7.9

Выбор наилучшего решения на основе оптимистического критерия

СОБЫТИЕ	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6
θ_1	1161,8	5220,5	3021,8	1152,2	5213,2	3009,9
θ_2	1852,2	7925,3	4678,2	1863,3	7935,2	4691,9
θ_3	4361,8	8420,5	6221,8	4352,2	8413,2	6209,9
θ_4	6652,2	12725,3	9478,2	6663,3	12735,2	9491,9
θ_5	-1398,2	5220,5	1741,8	-1407,8	5213,2	1729,9
θ_6	-1987,8	7925,3	2758,2	-1976,7	7935,2	2771,9
θ_7	1481,8	8420,5	4781,8	1472,2	8413,2	4769,9
θ_8	2332,2	12725,3	7318,2	2343,3	12735,2	7331,9
θ_9	1161,8	-5019,5	-2098,2	1153,2	-5026,8	-2110,1
θ_{10}	1852,2	-7434,7	-3001,8	1863,3	-7424,8	-2988,1
θ_{11}	4361,8	-3099,5	461,8	4353,2	-3106,8	449,9
θ_{12}	6652,2	-4554,7	838,2	6663,3	-4544,8	851,9
θ_{13}	-1398,2	-5019,5	-3378,2	-1406,8	-5026,8	-3390,1
θ_{14}	-1987,8	-7434,7	-4921,8	-1976,7	-7424,8	-4908,1
θ_{15}	1481,8	-3099,5	-978,2	1473,2	-3106,8	-990,1
θ_{16}	2332,2	-4554,7	-1321,8	2343,3	-4544,8	-1308,1
K_j	6652,2	12725,3	9478,2	6663,3	**12735,2**	9491,9

Наилучшее для ЛПР решение при использовании критерия оптимизма – решение X_5. Практически эквивалентным ему в рамках этого критерия можно считать решение X_2 (сравните их показатели в последней строке таблицы 7.9). Оба эти решения ориентируют ЛПР на поставщика, для которого затраты на поставки и стоимость товара будут наименьшими. Это, - несмотря на возможные более значительные издержки из-за качества товара, которые в рамках этого критерия в расчет не принимаются. Другими словами, неявно подразумевается, что, выбирая такой критерий ЛПР, рассчитывает именно на благоприятный исход.

Замечание. Напомним, что особенностью выбора по оптимистическому критерию является следующее. Выбираемое этим критерием решение обеспечивает самый большой из возможных результат прибыли. Но реализация такого результата предполагает соответствующую реализацию только наиболее благоприятного случайного события из полной группы событий. Разумеется, делая ставку на такое отдельное случайное событие в рамках этого критерия (в нашем примере это были два события θ_4 и θ_8) ЛПР может значительно потерять в прибыли при возможных ее неблагоприятных реализациях применительно ко многим другим случайным событиям при других решениях. В частности, обратите внимание на прибыль, соответствующую решению X_5, при реализации событий θ_9, θ_{10}, θ_{13}, θ_{14}. Тем не менее, выбирая такой критерий, ЛПР как бы считает, что наступит именно благоприятное событие.

Выбор на основе нейтрального критерия (N - критерий). Целевая функция нейтрального критерия:

$$Z_N = \max_j \{K_j\}, \text{ где}$$

$$K_j = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^{n} a_{ij} \ .$$

Соответствующие процедуры оптимизации решения в рамках этого критерия предполагают:

- введение дополнительной строки для матрицы полезностей;
- ее элементы (по столбцам) заполняются средним арифметическим показателем (средним значением прибыли для соответствующего решения в соответствующем столбце матрицы);
- из всех таких показателей дополнительной строки определяется самый лучший (самый большой по средней величине прибыли);
- соответствующее решение принимается в качестве наилучшего.

Реализация указанных процедур представлена в табл. 7.10.

Таблица 7.10

Выбор наилучшего решения на основе нейтрального критерия

СОБЫТИЕ	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6
θ_1	1161,8	5220,5	3021,8	1152,2	5213,2	3009,9
θ_2	1852,2	7925,3	4678,2	1863,3	7935,2	4691,9
θ_3	4361,8	8420,5	6221,8	4352,2	8413,2	6209,9
θ_4	6652,2	12725,3	9478,2	6663,3	12735,2	9491,9
θ_5	-1398,2	5220,5	1741,8	-1407,8	5213,2	1729,9
θ_6	-1987,8	7925,3	2758,2	-1976,7	7935,2	2771,9
θ_7	1481,8	8420,5	4781,8	1472,2	8413,2	4769,9
θ_8	2332,2	12725,3	7318,2	2343,3	12735,2	7331,9
θ_9	1161,8	-5019,5	-2098,2	1153,2	-5026,8	-2110,1
θ_{10}	1852,2	-7434,7	-3001,8	1863,3	-7424,8	-2988,1
θ_{11}	4361,8	-3099,5	461,8	4353,2	-3106,8	449,9
θ_{12}	6652,2	-4554,7	838,2	6663,3	-4544,8	851,9
θ_{13}	-1398,2	-5019,5	-3378,2	-1406,8	-5026,8	-3390,1
θ_{14}	-1987,8	-7434,7	-4921,8	-1976,7	-7424,8	-4908,1
θ_{15}	1481,8	-3099,5	-978,2	1473,2	-3106,8	-990,1
θ_{16}	2332,2	-4554,7	-1321,8	2343,3	-4544,8	-1308,1
K_j	1807,0	1772,9	1600,0	**1808,8**	1774,2	1600,9

Наилучшее для ЛПР решение при использовании нейтрального критерия – решение X_4. Кроме того, практически эквивалентным ему будет решение X_1. Кстати, и для остальных анализируемых решений соответствующие показатели критерия дают весьма близкие результаты.

Замечание. Особенностью нейтрального критерия является то, что выбираемое этим критерием решение обеспечивает самый большой ожидаемый конечный экономический результат, в среднем, при большом числе реализаций эксперимента (каковы бы не были реализации случайных событий из полной группы событий в каждом отдельном эксперименте). Однако при этом неявно предполагается, что при использовании такого критерия ЛПР, -

- с одной стороны, планирует повторять соответствующую операцию бизнеса многократно;
- а с другой стороны, считает (или соответственно принимает в рамках модели), что случайные события, формализующие полную группу событий - равновероятны.

Выбор на основе критерия Сэвиджа (S - критерий). Целевая функция критерия Сэвиджа:

$$Z_S = \min_j \{K_j\}, \text{ где}$$
$$K_j = \max_i \{l_{ij}\};$$
$$l_{ij} = \max_j \{a_{ij}\} - a_{ij}$$

(здесь учтено, что матрица полезностей для анализируемой модели транспонирована).

Процедуры оптимизации решения в рамках этого критерия предполагают сначала построение специальной вспомогательной матрицы, называемой в теории *матрицей рисков* или *матрицей потерь*. А именно, ее элементы, как раз, и определяются приведенными выше формулами для l_{ij}. Эти элементы характеризуют соответствующие потери в прибыли относительно идеальной или утопической ситуации, условно предполагающей, что ЛПР всегда будет «знать» / «угадывать», какая именно из ситуаций полной группы событий будет реализована.

Дальнейшие процедуры нахождения наилучшего / оптимального решения в рамках этого критерия (после построения указанной матрицы рисков или потерь) предусматривают:

- введение дополнительной строки для матрицы потерь;
- ее элементы (по столбцам) заполняются самым худшим показателем (наибольшим значением потерь в прибыли для соответствующего решения при возможных различных реализациях случайных событий формализованной полной группы событий);
- из всех таких показателей дополнительной строки определяется самый лучший (самый меньший по величине потерь в прибыли: другими словами, «из всех зол выбирается наименьшее»);
- соответствующее решение принимается в качестве наилучшего.

Реализация указанных процедур представлена в табл. 7.11.

Таблица 7.11

Матрица потерь для выбора наилучшего решения по критерию Сэвиджа

СОБЫТИЕ	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6
θ_1	4058,7	0,0	2198,7	4068,3	7,4	2210,6
θ_2	6083,0	9,9	3257,0	6071,9	0,0	3243,3
θ_3	4058,7	0,0	2198,7	4067,3	7,4	2210,6
θ_4	6083,0	9,9	3257,0	6071,9	0,0	3243,3
θ_5	6618,7	0,0	3478,7	6627,3	7,4	3490,6
θ_6	9923,0	9,9	5177,0	9911,9	0,0	5163,3
θ_7	6938,7	0,0	3638,7	6947,3	7,4	3650,6
θ_8	10403,0	9,9	5417,0	10391,9	0,0	5403,3
θ_9	0,0	6181,3	3260,0	8,6	6188,6	3271,9
θ_{10}	11,1	9298,0	4865,1	0,0	9288,1	4851,4
θ_{11}	0,0	7461,3	3900,0	8,6	7468,6	3911,9
θ_{12}	11,1	11218,1	5825,1	0,0	11208,1	**5811,4**
θ_{13}	0,0	3621,3	1980,0	8,6	3628,6	1991,9
θ_{14}	11,1	5458,1	2945,1	0,0	5448,1	2931,4
θ_{15}	0,0	4581,3	2460,0	8,6	4588,6	2471,9
θ_{16}	11,1	6898,1	3665,1	0,0	6888,1	3651,4
K	10403,0	11218,1	5825,1	10391,9	11208,1	**5811,4**

Наилучшее для ЛПР решение при использовании критерия Сэвиджа – решение X_6 . Достойной альтернативой ему в рамках этого критерия оказывается только решение X_3 (сравните их показатели K_j).

Подчеркнем, что оба эти решения базируются на *стратегии диверсификации поставок* между анализируемыми поставщиками.

Замечание. Подчеркнем, что наилучшее решение по этому критерию предполагает (в отличие от рассмотренных ранее критериев) именно *диверсификацию* поставок между анализируемыми поставщиками. Как видим, стратегия, когда «из всех зол выбирается наименьшее», дает наилучший гарантированный результат в соответствующем контексте (для величины потерь прибыли) именно при стратегии предполагающей диверсификацию рисков таких потерь. Кроме того, из теории принятия решений в условиях неопределенности хорошо известно, что особенностью критерия Сэвиджа также является следующее. Линии уровня указанного критерия «нацелены» или «ориентированы» на «*утопическую точку*» поля полезностей, которой соответствуют наибольшие значения прибылей / выручки применительно к каждому из возможных случайных событий, влияющих на экономический результат. В частности, в связи с этим отдельно обратим внимание на то, что наилучшее решение по этому критерию, как видно из этого примера, предполагает не просто диверсификацию поставок между анализируемыми поставщиками, но и ориентирует при этом ЛПР на более оптимистический сценарий реализации спроса на товар.

Выбор на основе критерия Гурвица (HW - критерий). Целевая функция критерия Гурвица:

$$Z_{HW} = \max_j \{K_j\},$$

где

$$K_j = c \cdot \min_i \{a_{ij}\} + (1-c) \cdot \max_i \{a_{ij}\},$$

c - соответствующий "весовой" коэффициент, принимающий значения $c \in [0;1]$, причем выбор коэффициента c реализует ЛПР.

Напомним, что в рамках рассматриваемой модели оптимальное решение ищется по транспонированной матрице полезностей. Соответствующие процедуры оптимизации решения в рамках этого критерия в этом случае предполагают:

- введение дополнительной строки для матрицы полезностей;
- ее элементы (по столбцам) заполняются средним арифметическим взвешенным значением для показателей двух ранее представленных критериев, - именно максиминного и оптимистического критериев, причем параметр c - соответствующий "весовой" коэффициент для показателя максиминного критерия;
- из всех таких средневзвешенных показателей дополнительной строки определяется самый лучший (самый большой по величине прибыли);
- соответствующее решение принимается в качестве наилучшего в рамках критерия Гурвица при заданном отношении ЛПР к риску отклонения результата на основе выбранного значения параметра *c*.

Замечание. Для нахождения средневзвешенных показателей K_j дополнительной строки матрицы полезностей при использовании критерия Гурвица удобно поступать следующим образом. Предварительно можно заполнить две вспомогательные дополнительные строки такой матрицы с показателями дополнительных строк матриц полезностей, соответствующих критериям ММ и Н (обозначим такие показатели далее через K_{MMj} и K_{Hj} соответственно). После этого показатели K_j дополнительной строки матрицы полезностей для критерия Гурвица при заданном значении параметра *c* определяем по формуле:

$$K_j = c \cdot K_{MMj} + (1-c) \cdot K_{Hj}.$$

Напомним также, что здесь c исполняет роль соответствующего "весового" коэффициента, принимающего значения из интервала $c \in [0;1]$. Выбор такого "весового" коэффициента реализует непосредственно ЛПР, чтобы максимально адаптировать выбор к особенностям именно своих предпочтений.

Реализация указанных процедур применительно к расчетам для случаев различных значений весового коэффициента представлена в табл. 7.12. Для более полной иллюстрации указанных процедур соответствующие расчеты в рамках критерия Гурвица приведены ниже для случаев различного отношения ЛПР к риску потерь прибыли (как конечного экономического результата) в рамках анализируемых решений, когда “весовой” коэффициент принимает значения от c = 1 и до c = 0 (с шагом 0,1). Реализация указанных процедур применительно к расчетам для указанных случаев представлена в табл. 7.12.

Таблица 7.12

Выбор наилучшего решения по критерию Гурвица

СОБЫТИЕ	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6
θ_1	1161,8	5220,5	3021,8	1152,2	5213,2	3009,9
θ_2	1852,2	7925,3	4678,2	1863,3	7935,2	4691,9
θ_3	4361,8	8420,5	6221,8	4353,2	8413,2	6209,9
θ_4	6652,2	12725,3	9478,2	6663,3	12735,2	9491,9
θ_5	-1398,2	5220,5	1741,8	-1406,8	5213,2	1729,9
θ_6	-1987,8	7925,3	2758,2	-1976,7	7935,2	2771,9
θ_7	1481,8	8420,5	4781,8	1473,2	8413,2	4769,9
θ_8	2332,2	12725,3	7318,2	2343,3	12735,2	7331,9
θ_9	1161,8	-5019,5	-2098,2	1153,2	-5026,8	-2110,1
θ_{10}	1852,2	-7434,7	-3001,8	1863,3	-7424,8	-2988,1
θ_{11}	4361,8	-3099,5	461,8	4353,2	-3106,8	449,9
θ_{12}	6652,2	-4554,7	838,2	6663,3	-4544,8	851,9
θ_{13}	-1398,2	-5019,5	-3378,2	-1406,8	-5026,8	-3390,1
θ_{14}	-1987,8	-7434,7	-4921,8	-1976,7	-7424,8	-4908,1
θ_{15}	1481,8	-3099,5	-978,2	1473,2	-3106,8	-990,1
θ_{16}	2332,2	-4554,7	-1321,8	2343,3	-4544,8	-1308,1
K_j C =1	-1987,8	-7434,7	-4921,8	**-1976,7**	-7424,8	-4908,1
K_j c =0,9	-1123,8	-5418,7	-3481,8	**-1112,7**	-5408,8	-3468,1
K_j c =0,8	-259,8	-3402,7	-2041,8	**-248,7**	-3392,8	-2028,1
K_j c =0,7	604,2	-1386,7	-601,8	**615,3**	-1376,8	-588,1
K_j c =0,6	1468,2	629,3	838,2	**1479,3**	639,2	851,9
K_j c =0,5	2332,2	2645,3	2278,2	2343,3	**2655,2**	2291,9
K_j c =0,4	3196,2	4661,3	3718,2	3207,3	**4671,2**	3731,9
K_j c =0,3	4060,2	6677,3	5158,2	4071,3	**6687,2**	5171,9
K_j c =0,2	4924,2	8693,3	6598,2	4935,3	**8703,2**	6611,9
K_j c =0,1	5788,2	10709,3	8038,2	5799,3	**10719,2**	8051,9
K_j c =0	6652,2	12725,3	9478,2	6663,3	**12735,2**	9491,9

Наилучшее для ЛПР решение в случае использования критерия Гурвица при различных значениях параметра c также, как видим, будут различными. А именно:

при c = 0 – решение X_5

при С = 0,1 – решение X_5
при С = 0,2 – решение X_5
при С = 0,3 – решение X_5
при С = 0,5 – решение X_5
при С = 0,6 – решение X_4
при С = 0,7 – решение X_4
при С = 0,8 – решение X_4
при С = 0,9 – решение X_4
при С = 1 – решение X_4.

Как видим, при более осторожной позиции ЛПР к неопределенности конечного экономического результата (c>0,5) предполагается ориентация на поставщика I, а при более оптимистической или рискованной (c≤0,5) – на поставщика II .

Особенностью критерия Гурвица является то, что структура процедур выбора решения при этом критерии предполагает использование *«взвешенной» смеси* для показателей соответственно максиминного критерия (критерия пессимизма) и оптимистического критерия. Это позволяет ЛПР регулировать линии уровня такого критерия по своему усмотрению (в пределах от крайнего пессимизма до крайнего оптимизма) за счет выбора соответствующего “весового” коэффициента c. Тем самым, выбор наилучшего решения будет реализован с учетом отношения ЛПР к риску потерь анализируемого конечного экономического результата. В частности, эту особенность иллюстрируют и представленные выше расчеты в рамках рассматриваемого условного примера. А именно, обратите внимание на то, что:

- при c близких к 1 выбор оказывается таким же, как и выбор крайне пессимистического максиминного критерия (соответствующего предельной ситуации, когда априори принимается c = 1);
- при c близких к 0 выбор оказывается таким же, как и выбор крайне оптимистического критерия (соответствующего предельной ситуации, когда априори принимается c = 0).

Выбор на основе составных критериев. Процедуры реализации составных критериев нахождения наилучших решений в условиях неопределенностей были изложены в главе 3. Здесь на примере составного критерия типа *H(MM)* дадим иллюстрацию всех шагов алгоритма реализации составных критериев соответственно:

1) сначала при *жёсткой* позиции ЛПР к требуемой компенсации за риск применительно к задаче нахождения оптимальной стратегии управления запасами в условиях неопределенности:

2) затем при *гибкой* позиции ЛПР к требуемой компенсации за риск в формате соответствующей задачи оптимизации стратегии управления запасами.

I. Жёсткая позиция ЛПР к требованиям компенсации за риск. Матрица полезностей представлена в табл. 7.13. Она соответствует условиям рассматриваемой задачи оптимизации стратегии управления запасами. Напомним, что для рассматриваемой модели матрица полезностей транспонирована.

Табл. 7.13.

Матрица полезностей для нахождения опорных показателей
по *H(MM)*-критерию

СОБЫТИЕ	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6
θ_1	1161,8	5220,5	3021,8	1152,2	5213,2	3009,9
θ_2	1852,2	7925,3	4678,2	1863,3	7935,2	4691,9
θ_3	4361,8	8420,5	6221,8	4352,2	8413,2	6209,9
θ_4	6652,2	12725,3	9478,2	6663,3	12735,2	9491,9
θ_5	-1398,2	5220,5	1741,8	-1407,8	5213,2	1729,9
θ_6	-1987,8	7925,3	2758,2	-1976,7	7935,2	2771,9
θ_7	1481,8	8420,5	4781,8	1472,2	8413,2	4769,9
θ_8	2332,2	12725,3	7318,2	2343,3	12735,2	7331,9
θ_9	1161,8	-5019,5	-2098,2	1153,2	-5026,8	-2110,1

θ_{10}	1852,2	-7434,7	-3001,8	1863,3	-7424,8	-2988,1
θ_{11}	4361,8	-3099,5	461,8	4353,2	-3106,8	449,9
θ_{12}	6652,2	-4554,7	838,2	6663,3	-4544,8	851,9
θ_{13}	-1398,2	-5019,5	-3378,2	-1406,8	-5026,8	-3390,1
θ_{14}	-1987,8	-7434,7	-4921,8	-1976,7	-7424,8	-4908,1
θ_{15}	1481,8	-3099,5	-978,2	1473,2	-3106,8	-990,1
θ_{16}	2332,2	-4554,7	-1321,8	2343,3	-4544,8	-1308,1
K_j	-1987,8	-7434,7	-4921,8	**-1976,7**	-7424,8	-4908,1

Поскольку в качестве опорного критерия (для рассматриваемого составного *H(MM)*-критерия) принят классический *ММ*-критерий, то опорное решение в такой ситуации соответствует крайней осторожной позиции ЛПР. Показатели K_j , характеризующие такую позицию представлены в последней строке матрицы. Легко видеть, что опорным решением в этой ситуации будет решение X_4 (показатель выделен жирным шрифтом). Соответственно опорным значением для последующих процедур оптимизации будет показатель целевой функции *ММ*-критерия: $\mathbf{Z_{MM} = -1976{,}7}$.

Шаг А: формализация допустимого риска. Пусть для конкретного ЛПР выбрано, например, следующее значение допустимого отклонения (в худшую сторону) от показателя Z_{MM} : $\varepsilon_{ДОП}$ = 3000. Зная опорное решение (X_4) и зная опорное значение для гарантированного дохода Z_{MM} = - 1976,7 находим критический уровень для доходов, которые будут приемлемы для ЛПР в данной ситуации. А именно, крайней допустимой (критической) является величина дохода, равная

$$Z_{MM} - \varepsilon_{ДОП} = -1976{,}7 - 3000 = -4976{,}7.$$

Шаг Б: блокировка недопустимых рисков. На этом шаге блокируются все такие решения исходной матрицы полезностей, для которых хотя бы в одном случае возможен доход меньший, чем найденный критический уровень дохода (равный –4676,7). В нашем примере блокируются два решения: X_2 и X_5. Действительно, например, в случаях θ_{10} и θ_{14} соответствующий доход при решении X_2 составит – 7434,7 (меньше, чем –4976,7). Кроме того, например, в тех же случаях соответствующий доход при решении X_5 составит –7424,7 (также меньше, чем –4976,7). Далее эти решения уже не анализируются: они не удовлетворяют требованиям ЛПР по допустимому риску. Поэтому далее должна анализироваться матрица полезностей, представленная в табл. 7.14.

Табл. 7.14.

Урезанная матрица полезностей после процедур блокировки решений по допустимому риску

СОБЫТИЕ	X_1	X_3	X_4	X_6
θ_1	1161,8	3021,8	1152,2	3009,9
θ_2	1852,2	4678,2	1863,3	4691,9
θ_3	4361,8	6221,8	4352,2	6209,9
θ_4	6652,2	9478,2	6663,3	9491,9
θ_5	-1398,2	1741,8	-1407,8	1729,9
θ_6	-1987,8	2758,2	-1976,7	2771,9
θ_7	1481,8	4781,8	1472,2	4769,9
θ_8	2332,2	7318,2	2343,3	7331,9
θ_9	1161,8	-2098,2	1153,2	-2110,1
θ_{10}	1852,2	-3001,8	1863,3	-2988,1

θ_{11}	4361,8	461,8	4353,2	449,9
θ_{12}	6652,2	838,2	6663,3	851,9
θ_{13}	-1398,2	-3378,2	-1406,8	-3390,1
θ_{14}	-1987,8	-4921,8	-1976,7	-4908,1
θ_{15}	1481,8	-978,2	1473,2	-990,1
θ_{16}	2332,2	-1321,8	2343,3	-1308,1

Шаг В: формализация требований компенсации за риск. При самом благоприятном исходе для опорного решения X_4 в рамках этого критерия ЛПР могло бы получить доход

$$a_{MAX}^{ОП} = 6663{,}3 \qquad \text{(ситуация } \theta_4 \text{ или } \theta_{12}\text{)}.$$

Соответственно при жёстком задании своих требований к компенсации указанной выше готовности идти на риск для критерия указанного типа ЛПР считает приемлемыми только те решения, для которых хотя бы в одном из состояний доход составит

$$a_{MAX}^{ОП} + \varepsilon_{ДОП} = 6663{,}3 + 3000 = 9663{,}3.$$

Другими словами, решения из оставшейся урезанной матрицы полезностей (после представленных процедур блокировки решений на шаге Б) будут неприемлемы для ЛПР, если ни при каких ситуациях соответствующий им доход не достигает уровня 9363,3.

Шаг Г: блокировка из-за недостаточной компенсации за риск. Соответственно указанным на предыдущем шаге требованиям ЛПР блокируются все остальные решения. так, в частности, блокируется решение X_1, так как максимально возможный доход этого решения при самом благоприятном событии (либо θ_4 , либо θ_{12}) не достигает 9363,3 (напомним, что ЛПР готово идти на риск, указанный на шаге А, и хочет обеспечить возможность (ненулевую вероятность) выигрыша, хотя бы равного 9363,3). Аналогичные рассуждения приведут к блокировке остальных решений (по той же причине).

Итак, как видим, после реализации всех процедур блокировки решений (в формате жесткой позиции ЛПР к требованиям компенсации риска) при реализации рассматриваемого критерия множество анализируемых альтернатив становится пустым. Соответственно реализовать выбор по указанному критерию оказывается невозможным. Заметим, что если показатель $\varepsilon_{ДОП}$ задать иным образом, тем не менее, ситуация останется такой же (убедитесь в этом самостоятельно).

II. Гибкая позиция ЛПР к требованиям компенсации за риск. В условиях предыдущей ситуации дадим теперь соответствующую иллюстрацию процедур реализации составного критерия для случая *гибкой* позиции ЛПР применительно к требуемой компенсации за риск.

Шаги А и Б. Для случая гибкой позиции ЛПР применительно к требуемой компенсации за риск эти шаги реализуются аналогично приведённым выше процедурам. Для удобства изложения соответствующая урезанная матрица полезностей, которая получается после реализации процедур блокировки решений, не удовлетворяющих требованиям допустимого для ЛПР риска, снова приводится в табл. 7.16.

Табл. 7.16.

Урезанная матрица полезностей после процедур
блокировки решений по допустимому риску

СОБЫТИЕ	X_1	X_3	X_4	X_6
θ_1	1161,8	3021,8	1152,2	3009,9
θ_2	1852,2	4678,2	1863,3	4691,9
θ_3	4361,8	6221,8	4352,2	6209,9
θ_4	6652,2	9478,2	6663,3	9491,9

θ_5	-1398,2	1741,8	-1407,8	1729,9
θ_6	-1987,8	2758,2	-1976,7	2771,9
θ_7	1481,8	4781,8	1472,2	4769,9
θ_8	2332,2	7318,2	2343,3	7331,9
θ_9	1161,8	-2098,2	1153,2	-2110,1
θ_{10}	1852,2	-3001,8	1863,3	-2988,1
θ_{11}	4361,8	461,8	4353,2	449,9
θ_{12}	6652,2	838,2	6663,3	851,9
θ_{13}	-1398,2	-3378,2	-1406,8	-3390,1
θ_{14}	-1987,8	-4921,8	-1976,7	-4908,1
θ_{15}	1481,8	-978,2	1473,2	-990,1
θ_{16}	2332,2	-1321,8	2343,3	-1308,1

Шаги В и Г. Согласно технологии, реализующей гибкий подход к требованиям по компенсации риска (который мы и рассматриваем здесь), решение X_i считается приемлемым, если выполняются следующие условия.

1) Оно удовлетворяет требованиям допустимого риска (т.е. оно осталось в матрице после процедур блокировки на шаге Б);
2) При этом максимально возможные потери при наихудшем «внешнем» состоянии для этого решения, составляющие $z_{MM} - \min_j a_{ij}$ (в допустимом интервале, выбранном на шаге А), компенсируются не меньшим возможным выигрышем, который равен $\max_j a_{ij} - a_{MAX}^{ОП}$, при наилучшем «внешнем» состоянии для X_i.

Другими словами, учитывая, что матрица полезностей в рамках рассматриваемой ситуации является *транспонированной*, подчеркнем следующее. Применительно к нашему примеру решение X_k не блокируется на этом шаге, если выполняется неравенство

$$Z_{MM} - \min_i a_{ik} \le \max_i a_{ik} - a_{MAX}^{ОП}$$

(при условии $Z_{MM} - \min_i a_{ik} \le \varepsilon_{ДОП}$).

Рассмотрим реализацию этого подхода последовательно к имеющимся альтернативам в урезанной (после шага Б) матрице полезностей.

5) Для альтернативы X_1 максимально возможные потери относительно параметра Z_{MM} = –1976,7 составляют 11,1 (см. состояние θ_6 либо состояние θ_{14}). Соответственно, чтобы это решение не блокировалось, требуется выигрыш, не меньший, чем 11,1 (по отношению к показателю $a_{MAX}^{ОП}$ = 6663,3). Такую возможность альтернатива X_1 , как видно из матрицы полезностей, не может обеспечить ни при каком из состояний θ_1 - θ_{16} . Поэтому альтернатива X_1 на **шаге Г** должна быть заблокирована.
6) Для альтернативы X_2 анализ на соответствие требованиям компенсации риска не требуется, так как эта альтернатива уже заблокирована на шаге Б.
7) Для альтернативы X_3 максимально возможные потери (отклонение в худшую сторону) относительно параметра Z_{MM} = – 1976,7 равны 2945,1. Соответственно требованиям ЛПР по компенсации таких потерь в рамках рассматриваемого гибкого подхода, чтобы эта альтернатива не блокировалась, требуется и выигрыш (относительно параметра $a_{MAX}^{ОП}$ = 6663,3), равный, по крайней мере, 2945,1. Другими словами, хотя бы в одном из «внешних» состояний при этом решении ЛПР должно получить доход, не меньший, чем 9608,4 = 6663,3 + 2945,1. Но это условие не выполняется. Поэтому альтернатива X_3 блокируется на **шаге Г**.

8) Для альтернативы X_4 максимально возможные потери относительно параметра Z_{MM} = – 1976,7 равны нулю. Соответственно требованиям ЛПР по компенсации таких потерь в рамках рассматриваемого гибкого подхода допускается и выигрыш (относительно параметра $a_{MAX}^{ОП}$ = 6663,3), также равный нулю. Поэтому эта альтернатива не блокируется на **шаге Г**.
9) Для альтернативы X_5 (как и для альтернативы X_2) анализ на соответствие требованиям компенсации риска не требуется, так как эта альтернатива уже заблокирована на шаге Б.
10) Для альтернативы X_6 имеем:

$$Z_{MM} - \min_i a_{i6} = -1976{,}7 + 4908{,}1 = 2931{,}4$$

Соответствующий, требуемый ЛПР, компенсирующий доход для этой альтернативы составляет 9594,7 (= 6663,3 + 2931,4). Возможность такого дохода не обеспечивает ни одно из «внешних» состояний. Эта альтернатива также блокируется на **шаге Г**.

Итак, после реализации всех процедур блокировки решений вместо исходной матрицы полезностей получаем вырожденную «урезанную» матрицу полезностей. А именно: в ней останется только одно решение (решение X_4). Понятно, что в таком случае при любом решающем критерии на последнем шаге будет выбрано именно оставшееся решение X_4.

5. Оптимальная стратегия: модифицированные критерии

В этом параграфе рассмотрим, как изменится выбор при использовании предложенных выше модифицированных критериев принятия решений в условиях неопределенности.

Выбор на основе модифицированного критерия Гурвица применительно к матрице потерь Сэвиджа (**$HW_{mod(S)}$ - критерий).** Целевая функция такого критерия***:***

$$Z_{HW_{\mathrm{mod}(S)}} = \min_j \{K_j\},$$

где

$$K_j = C \cdot \max_i \{l_{ij}\} + (1 - C) \cdot \min_i \{l_{ij}\},$$

l_{ij} – элементы матрицы потерь (Сэвиджа),
C - соответствующий “весовой” коэффициент, принимающий значения $C \in [0;1]$, причем выбор коэффициента C реализует ЛПР.

Процедуры оптимизации решения в рамках рассматриваемого модифицированного критерия вполне аналогичны соответствующим процедурам в рамках критерия Гурвица, но только реализуются они применительно к матрице потерь (Сэвиджа), а не к матрице полезностей. В формате нашего анализа (напомним, что матрица потерь для анализируемой модели транспонирована) они предполагают:

- введение дополнительной строки для матрицы рисков или потерь (Сэвиджа);
- ее элементы (по столбцам) заполняются средним арифметическим взвешенным значением относительно показателей двух крайних возможных позиций для ЛПР, - крайней пессимистической (это значение соответствует именно показателю критерия Сэвиджа т.е. максимальным потерям по столбцу) и крайней оптимистической (это значение соответствует минимальным потерям по столбцу такой матрицы), причем параметр C - соответствующий “весовой” коэффициент для показателя крайней пессимистической позиции (критерия Сэвиджа);
- из всех таких средневзвешенных показателей дополнительной строки определяется самый лучший (самый малый по величине потерь ожидаемой прибыли);
- соответствующее решение принимается в качестве наилучшего при заданном отношении ЛПР к риску отклонения результата на основе выбранного значения параметра C.

Реализация указанных процедур представлена в табл. 7.17 для различных значений «весового» коэффициента *C* применительно к этому критерию. Возможности указанной модификации критерия Гурвица, практически, не оговариваются в литературе. Поэтому для более полной их иллюстрации оптимальные решения найдены применительно ко всему диапазону изменения *C*. А именно, чтобы проиллюстрировать особенности выбора и отметить специфику выбираемых альтернатив в формате этого критерия, анализ проведен для различных значений *C* с шагом 0,1.

Таблица 7.17

Матрица потерь для выбора наилучшего решения по модифицированному критерию Гурвица (при разных значениях «весов» *C*)

СОБЫТИЕ	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6
θ_1	4058,7	0,0	2198,7	4068,3	7,4	2210,6
θ_2	6083,0	9,9	3257,0	6071,9	0,0	3243,3
θ_3	4058,7	0,0	2198,7	4067,3	7,4	2210,6
θ_4	6083,0	9,9	3257,0	6071,9	0,0	3243,3
θ_5	6618,7	0,0	3478,7	6627,3	7,4	3490,6
θ_6	9923,0	9,9	5177,0	9911,9	0,0	5163,3
θ_7	6938,7	0,0	3638,7	6947,3	7,4	3650,6
θ_8	10403,0	9,9	5417,0	10391,9	0,0	5403,3
θ_9	0,0	6181,3	3260,0	8,6	6188,6	3271,9
θ_{10}	11,1	9298,0	4865,1	0,0	9288,1	4851,4
θ_{11}	0,0	7461,3	3900,0	8,6	7468,6	3911,9
θ_{12}	11,1	11218,1	5825,1	0,0	11208,1	5811,4
θ_{13}	0,0	3621,3	1980,0	8,6	3628,6	1991,9
θ_{14}	11,1	5458,1	2945,1	0,0	5448,1	2931,4
θ_{15}	0,0	4581,3	2460,0	8,6	4588,6	2471,9
θ_{16}	11,1	6898,1	3665,1	0,0	6888,1	3651,4
K_j C=1	10403,0	11218,1	5825,1	10391,9	11208,1	**5811,4**
K_j C=0,9	9362,7	10096,3	5440,6	9352,7	10087,3	**5429,5**
K_j C=0,8	8322,4	8974,5	5056,1	8313,5	966,5	**5047,5**
K_j C=0,7	7282,1	7852,7	4671,6	7274,3	7845,7	**4665,6**
K_j C=0,6	6241,8	6730,9	4287,1	6235,1	6724,9	**4283,6**
K_j C=0,5	5201,5	5609,1	3902,6	51196,0	5604,1	**3901,7**
K_j C=0,4	4161,2	4487,3	**3518,0**	4156,8	4483,2	3519,7
K_j C=0,3	3120,9	3365,4	3133,5	**3117,6**	3362,4	3137,7
K_j C=0,2	2080,6	2243,6	2749,0	**2078,4**	2241,6	2755,8
K_j C=0,1	1040,3	1121,8	2364,5	**1039,2**	1120,8	2373,8
K_j C=0	**0**	**0**	1980,0	**0**	**0**	1991,9

Наилучшее для ЛПР решение при использовании модифицированного критерия Гурвица (на основе соответствующего анализа матрицы потерь) для большинства значений «весового» коэффициента C дает стратегия, которая уже предполагает ***диверсификацию поставок между поставщиками*** (решение X_6 либо решение X_3). В частности, указанная особенность, как видно из представленных в табл. 7.17 результатов расчетов, имеет место для значений С от 1 (крайняя осторожная позиция применительно к анализу матрицы потерь Сэвиджа) и, практически, до значения С = 0,3.

Выбор на основе модифицированного критерия произведений ($P_{mod(УТ)}$ - критерий). Учитывая, что матрица полезностей в формате рассматриваемой задачи оптимизации системы управления запасами в условиях неопределенности транспонирована, отметим, что целевая функция указанного критерия имеет вид:

$$Z_{P_{\mathrm{mod}(УТ)}} = \max_j \{K_j\},$$

$$\text{где } K_j = \sqrt[m]{\prod_{i=1}^{m} (a_{ij} + \Delta_i)},$$

$$\Delta_i = \max_i \left\{\max_j \left(a_{ij}\right)\right\} - \max_j \left(a_{ij}\right).$$

Процедуры оптимизации в формате указанного критерия предполагают, что сначала будет модифицирована исходная матрица полезностей. Требуемая модификация, как раз, и обеспечит «нацеливание» линий уровня критерия на утопическую точку поля полезностей. В рамках указанной модификации по исходной матрице полезностей прежде всего определяем требуемые «добавки» Δ_i, которые необходимо прибавить к каждому элементу i-ой строки исходной матрицы полезностей (не забывайте, что она транспонирована; поэтому «добавки» соотносятся со строками матрицы). Для этого обратим внимание на то, что самая большая координата утопический точки (или наибольший элемент исходной матрицы полезностей в табл. 7.7) составляет 12 735,2 . Поэтому по указанным формулам для Δ_i имеем:

Δ_1 = 12 735,2 - 5 220,5 = 7 514,7
Δ_2 = 12 735,2 - 7 935,2 = 4 800
Δ_3 = 12 735,2 - 8 420,5 = 4 314,7
Δ_4 = 12 735,2 - 12 735,2 = 0
Δ_5 = 12 735,2 - 5 220,5 = 7 514,7
Δ_6 = 12 735,2 - 7 935,2 = 4 800
Δ_7 = 12 735,2 - 8 420,5 = 4 314,7
Δ_8 = 12 735,2 - 12 735,2 = 0
Δ_9 = 12 735,2 - 1 161,8 = 9 582,3
Δ_{10} = 12 735,2 - 1 863,3 = 10 871,9
Δ_{11} = 12 735,2 - 4 361,8 = 8 373,4
Δ_{12} = 12 735,2 - 6 663,3 = 6 071,9
Δ_{13} = 12 735,2 + 1 406,8 = 14 142,0
Δ_{14} = 12 735,2 + 1 976,7 = 14 711,9
Δ_{15} = 12 735,2 - 1 481,8 = 11 253,4
Δ_{16} = 12 735,2 - 2 343,3 = 10 391,9

Реализуя требуемые в формате $P_{mod(УТ)}$ – критерия процедуры модификации, получаем новую матрицу полезностей, которая приведена в табл. 7. 18. Обратим внимание на то, что к ней сразу же приписана дополнительная строка с показателем критерия.

Таблица 7. 18

Модифицированная матрица полезностей для выбора
наилучшего решения по $P_{mod(УТ)}$ – критерию

СОБЫТИЕ	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6
θ_1	8676,5	12735,2	10536,5	8666,9	7727,9	10524,6
θ_2	6652.2	12725,3	9478,2	6663,3	12735,2	9491,9
θ_3	8676,5	12735,2	10536,5	8667,9	12727,9	10524,6
θ_4	6652,2	12725,3	9478,2	6663,3	12735,2	9491,9
θ_5	6116,5	12735,2	9256,5	6106,9	12727,9	9244,6
θ_6	2812,2	12725,3	7558,2	2823,3	12735,2	7571,9
θ_7	5796,5	12735,2	9096,5	5786,9	12727,9	9084,6
θ_8	2332,2	12725,3	7318,2	2343,3	12735,2	7331,9
θ_9	12735,2	6553,9	9475,2	12726,6	6546,6	9463,3
θ_{10}	12724,1	3437,2	7870,1	12735,2	3447,1	7883,8
θ_{11}	12735,2	5273,9	8835,2	12726,6	5266,6	8823,3
θ_{12}	12724,1	1517,2	6910,1	12735,2	1527,1	6923,8
θ_{13}	12735,2	9113,9	10755,2	12726,6	9106,6	10743,3
θ_{14}	12724,1	7277,2	9790,1	12735,2	7287,1	9803,
θ_{15}	12735,2	8153,9	10275,2	12726,6	8146,6	10263,3
θ_{16}	12724,1	5837,2	9670,1	12735,2	5847,1	9083,8
Показатель $K_j \cdot 10^{-60}$ критерия	534,4	392,3	**2213,7**	537,7	51,8	2085,1

Чтобы найти оптимальное решение по $P_{mod(УТ)}$ – критерию в дополнительной строке табл. 7. 18 для каждой альтернативы X_i представлен результат произведения всех элементов соответствующего столбца (этот показатель может быть использован в качестве показателя критерия). По наибольшему такому показателю, как раз, и выбираем решение, которое будет наилучшим / оптимальным в формате $P_{mod(УТ)}$ – критерия. Из табл. 7. 18 легко видеть, что наилучшей альтернативой по $P_{mod(УТ)}$ – критерию является альтернатива X_3 (показатель выделен жирным шрифтом). Близкой к ней в формате этого критерия является альтернатива X_6. Вообще, анализируемые альтернативы ранжируются этим критерием следующим образом (в порядке убывания предпочтения):

$$X_3;\ X_6;\ X_4;\ X_1;\ X_2;\ X_5.$$

Как видим, $P_{mod(УТ)}$ – критерий уверенно ***выбирает стратегию диверсификации*** поставок, несмотря на феномен «блокировки» стратегий такого типа в формате этой же модели оптимизации по критерию произведений без его модификации.

Выбор на основе УТ-модификации критерия Гермейера ($G_{УТ(mod)}$ - критерий). Учитывая, что матрица полезностей представлена в транспонированной форме, подчеркнем, что целевая функция указанного критерия имеет вид:

$$Z_{G_{УТ(\mathrm{mod})}} = \max_j \{K_j\},$$

$$\text{где } K_j = \min_i \left\{ \frac{a_{ij}}{\widetilde{q}_i} \right\}, \quad \widetilde{q}_i = a_{Yi},$$

причем здесь a_{Yi} – координаты *УТ* и, кроме того, априори принято $a_{ij} > 0$.

Обратим внимание на то, что исходная матрица полезностей (см. табл. 7. 7) содержит не только положительные элементы. Поэтому на начальном шаге реализуем процедуры ее модификации «на положительность»: ко всем элементам матрицы добавляем 7 435,7. Результат для полученной после модификации новой матрицы полезностей представлен в табл. 7. 19.

Таблица 7. 19

Матрица полезностей после ее модификации «на положительность»

СОБЫТИЕ	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6
θ_1	8597,5	12656,2	10457,5	8587,9	12648,9	10445,6
θ_2	9287,9	15361,0	12113,9	9299,0	15370,9	12127,6
θ_3	11797,5	15856,2	13657,5	11788,9	15848,9	13645,6
θ_4	14087,9	20161,0	16913,9	14099,0	20170,9	16927,6
θ_5	6037,5	12656,2	9177,5	6027,9	12648,9	9165,6
θ_6	5447,9	15361,0	10193,9	5459,0	15370,9	10207,6
θ_7	8917,5	15856,2	12217,5	8907.9	15848,9	12205,6
θ_8	9767,9	20161,0	14753,9	9779,0	20170,9	14767,6
θ_9	8597,5	2416,2	5337,5	8587,9	2408,9	5325,6
θ_{10}	9287,9	1,0	4433,9	9299,0	10,9	4447,6
θ_{11}	11797,5	4336,2	7897,5	11788,9	4328,9	7885,6
θ_{12}	14087,9	2881,0	8273,9	14099,0	2890,9	8287,6
θ_{13}	6037,5	2416,2	4057,5	6027,9	2408,9	4045,6
θ_{14}	5447,9	1,0	2513,9	5459,0	10,9	2527,6
θ_{15}	8917,5	4336,2	6457,5	8907.9	4328,9	6445,6
θ_{16}	9767,9	2881,0	6113,9	9779,0	2890,9	6127,6

Дальнейшие процедуры оптимизации решения по $G_{УТ(mod)}$ – критерию представим шагами соответствующего алгоритма главы 4 (при этом учитываем, что матрица полезностей транспонирована).

Шаг 1. Определяем вспомогательные показатели $\widetilde{q}_i$ (для *i*-ой строки матрицы), которые можно использовать как «симуляторы» субъективных вероятностей случайных событий в формате интересующего нас критерия:

Событие полной группы θ_i	Показатель «симулятора» субъективных вероятностей $\widetilde{q}_i = a_{Yi}$
θ_1	$\widetilde{q}_1$ = 12656,2
θ_2	$\widetilde{q}_2$ = 15370,9
θ_3	$\widetilde{q}_3$ = 15856.2

θ_4	$\widetilde{q}_4$ = 20170,9
θ_5	$\widetilde{q}_5$ = 12656,2
θ_6	$\widetilde{q}_6$ = 15370,9
θ_7	$\widetilde{q}_7$ = 15856,2
θ_8	$\widetilde{q}_8$ = 20170,9
θ_9	$\widetilde{q}_9$ = 8597,5
θ_{10}	$\widetilde{q}_{10}$ = 9299,0
θ_{11}	$\widetilde{q}_{11}$ = 11797,5
θ_{12}	$\widetilde{q}_{12}$ = 14099,0
θ_{13}	$\widetilde{q}_{13}$ = 6037,5
θ_{14}	$\widetilde{q}_{14}$ = 5459,0
θ_{15}	$\widetilde{q}_{15}$ = 8917,5
θ_{16}	$\widetilde{q}_{16}$ = 9779,0

Шаг 2. Процедуры нормировки показателей «симуляторов» субъективных вероятностей $\widetilde{q}_i$ опускаем (при желании реализуйте их самостоятельно). Напомним, что это не отразится на выборе наилучшего / оптимального решения в формате рассматриваемого критерия.

Шаг 3. Для удобств иллюстрации процедур выбора по $G_{УТ(mod)}$ – критерию реализуем следующее. В первом столбце модифицированной матрицы полезностей (табл. 7. 19) дополнительно рядом с событиями θ_i приведем соответствующие им значения «симуляторов» $\widetilde{q}_i$, которые были найдены на первом шаге. Кроме того, дописываем к указанной матрице дополнительную строку, элементы которой будут представлять показатели рассматриваемого $G_{УТ(mod)}$ – критерия для соответствующих (по столбцу) альтернатив. Это – наименьшие по величине выражения (применительно ко всем столбцам матрицы полезностей), которые в формате отдельного столбца получаются при делении отдельного элемента такого столбца на соответствующий (по строке), найденный на шаге 1, «симулятор». По наибольшему такому показателю дополнительной строки и выбираем наилучшее решение. Результаты указанных процедур представлены в табл. 7. 20.

Таблица 7. 20

Выбор наилучшего решения по $G_{УТ(mod)}$ – критерию

Событие / «Симулятор»	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6
θ_1 $\widetilde{q}_1$ = 12656,2	8597,5	12656,2	10457,5	8587,9	12648,9	10445,6
θ_2 $\widetilde{q}_2$ = 15370,9	9287,9	15361,0	12113,9	9299,0	15370,9	12127,6
θ_3 $\widetilde{q}_3$ = 15856,2	11797,5	15856,2	13657,5	11788,9	15848,9	13645,6
θ_4 $\widetilde{q}_4$ = 20170,9	14087,9	20161,0	16913,9	14099,0	20170,9	16927,6
θ_5 $\widetilde{q}_5$ = 12656,2	6037,5	12656,2	9177,5	6027,9	12648,9	9165,6

θ_6 $\widetilde{q}_6 = 15370.9$	**5447,9**	15361,0	10193,9	**5459,0**	15370,9	10207,6
θ_7 $\widetilde{q}_7 = 15856{,}2$	8917,5	15856,2	12217,5	8907.9	15848,9	12205,6
θ_8 $\widetilde{q}_8 = 20170{,}9$	9767,9	20161,0	14753,9	9779,0	20170,9	14767,6
θ_9 $\widetilde{q}_9 = 8597{,}5$	8597,5	2416,2	5337,5	8587,9	2408,9	5325,6
θ_{10} $\widetilde{q}_{10} = 9299{,}0$	9287,9	1,0	**4433,9**	9299,0	**10,9**	4447,6
θ_{11} $\widetilde{q}_{11} = 11797{,}5$	11797,5	4336,2	7897,5	11788,9	4328,9	7885,6
θ_{12} $\widetilde{q}_{12} = 14099{,}0$	14087,9	2881,0	8273,9	14099,0	2890,9	8287,6
θ_{13} $\widetilde{q}_{13} = 6037{,}5$	6037,5	2416,2	4057,5	6027,9	2408,9	4045,6
θ_{14} $\widetilde{q}_{14} = 5459{,}0$	5447,9	**1,0**	2513,9	5459,0	10,9	**2527,6**
θ_{15} $\widetilde{q}_{15} = 8917{,}5$	8917,5	4336,2	6457,5	8907.9	4328,9	6445,6
θ_{16} $\widetilde{q}_{16} = 9779{,}0$	9767,9	2881,0	6113,9	9779,0	2890,9	6127,6
Показатель K_j критерия	0,3544	0,0002	**0,4768**	0,3552	0,0012	0,4630

Для удобства иллюстрации в таблице 7. 20 в каждом столбце выделено (цветом) содержимое ячейки (для соответствующей анализируемой альтернативы), которая обусловливает конкретное приведенное значение интересующего нас показателя критерия в последней строке. По наибольшему показателю дополнительной строки матрицы 7. 20 выбираем решение, которое будет наилучшим / оптимальным по $G_{УТ(mod)}$ – критерию. Легко видеть, что наилучшей альтернативой по $G_{УТ(mod)}$– критерию для оптимизации системы управления запасами в условиях неопределенности является альтернатива X_3 (показатель выделен жирным шрифтом). Близкой к ней в формате этого критерия, как и в предыдущем случае, является альтернатива X_6. Вообще, анализируемые альтернативы ранжируются этим критерием следующим образом (в порядке убывания предпочтения):

$$X_3;\ X_6;\ X_4;\ X_1;\ X_5;\ X_2.$$

Как видим, $G_{УТ(mod)}$–критерий также уверенно, как и $P_{mod(УТ)}$ – критерий, ***выбирает стратегию диверсификации поставок***, несмотря на то, что имел место проиллюстрированный выше феномен «блокировки» стратегий такого типа в формате этого критерия до его модификации для рассматриваемой модели оптимизации системы управления запасами в условиях неопределенности .

Выбор на основе критерия идеальной точки: решение, ближайшее к утопической точке **(ИТ - критерий).** Целевая функция такого критерия:

$$Z_{ИТ} = \min_j \{K_j\}$$

где

$$K_j = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} l_{ij}^2} \ ,$$

l_{ij} – элементы матрицы потерь (Сэвиджа),
K_j – показатель, который равен расстоянию от точки, представляющей в «поле полезностей» решение X_j, до условной утопической точки (идеальная реализация стратегии без потерь).

Процедуры оптимизации решения в рамках такого критерия удобно реализовать применительно к матрице потерь (Сэвиджа), а не к матрице полезностей. Они приводят к решению, наиболее близкому к так называемому ***утопическому***. Такому решению в «поле полезностей» соответствуют ***самые большие возможные значения прибылей*** для каждого события полной группы случайных событий, влияющих на конечный экономический результат. Применительно к задачам нашего анализа (напомним, что матрица потерь в нашем исследовании транспонирована) соответствующие процедуры предполагают:

- введение дополнительной строки для матрицы рисков или потерь (Сэвиджа);
- ее элементы K_j (по столбцам) заполняются значением, которое представляет «расстояние» от точки соответствующего решения в «поле полезностей» до утопической точки; напомним, что квадрат такого расстояния равен сумме квадратов элементов l_{ij} соответствующего столбца матрицы потерь, т.к. указанные потери оценивались именно относительно утопической точки;
- из всех таких показателей K_j дополнительной строки определяется самый лучший (самый малый по величине соответствующего расстояния до утопической точки, которое характеризует потери ожидаемой прибыли);
- указанное решение принимается в качестве оптимального; подчеркнем, что для всех других решений показатели таких «расстояний», которые характеризуют потери ожидаемой прибыли, будут большими.

Реализация указанных процедур представлена в табл. 7.21.

Таблица 7. 21

Матрица потерь Сэвиджа
и выбор по критерию идеальной точки
(решения, ближайшего к утопической точке)

СОБЫТИЕ	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6
θ_1	4058,7	0,0	2198,7	4068,3	7,4	2210,6
θ_2	6083,0	9,9	3257,0	6071,9	0,0	3243,3
θ_3	4058,7	0,0	2198,7	4067,3	7,4	2210,6
θ_4	6083,0	9,9	3257,0	6071,9	0,0	3243,3
θ_5	6618,7	0,0	3478,7	6627,3	7,4	3490,6
θ_6	9923,0	9,9	5177,0	9911,9	0,0	5163,3
θ_7	6938,7	0,0	3638,7	6947,3	7,4	3650,6
θ_8	10403,0	9,9	5417,0	10391,9	0,0	5403,3
θ_9	0,0	6181,3	3260,0	8,6	6188,6	3271,9
θ_{10}	11,1	9298,1	4865,1	0,0	9288,1	4851,4
θ_{11}	0,0	7461,3	3900,0	8,6	7468,6	3911,9
θ_{12}	11,1	11218,1	5825,1	0,0	11208,1	5811,4

θ_{13}	0,0	3621,3	1980,0	8,6	3628,6	1991,9
θ_{14}	11,1	5458,1	2945,1	0,0	5448,1	2931,4
θ_{15}	0,0	4581,3	2460,0	8,6	4588,6	2471,9
θ_{16}	11,1	6898,1	3665,1	0,0	6888,1	3651,4
K_j	20139,4	20436,6	15096,0	20130,9	20428,4	**15083,1**

Наилучший для ЛПР выбор в формате критерия идеального решения (на основе анализа элементов матрицы потерь, позволяющего находить решение, ближайшее к утопическому) снова дает стратегия, которая предполагает именно ***диверсификацию поставок между поставщиками*** (решение X_6 либо, практически эквивалентное ему в рамках рассматриваемого примера, решение X_3). Анализируемые альтернативы ранжируются этим критерием следующим образом (в порядке убывания предпочтения):

X_6; X_3; X_4; X_1; X_5; X_2.

Соответствующие выводы сделайте самостоятельно.

6. Оптимальная стратегия: специальные модификации на основе сдвига линий уровня критерия к УТ

Уже неоднократно подчеркивалось, что менеджеру необходимо владеть специальными инструментами, чтобы устранять отмеченный выше *аномальный феномен неадекватной оптимизации выбора* в задачах оптимизации решений в условиях неопределенности. Один из подходов к инициации новых специальных свойств у традиционных для теории критериев выбора требует от менеджера умения формализовать частичный *сдвиг линий уровня критерия по направлению к утопической точке* поля полезностей в пространстве доходов. Указанные процедуры будут проиллюстрированы ниже применительно к рассматриваемой в этой главе модели оптимизации системы управления запасами в условиях неопределенности.

Проиллюстрируем возможности специальных модификаций критериев выбора в условиях неопределенности на основе процедур сдвига их линий уровня по направлению к утопической точке поля полезностей. Это будет параллельный сдвиг семейства линий уровня, не нарушающий структуры таких линий. Он реализуется на основе преобразований, которые уже были определены в главе 6. В формате исходно заданного параметрического представления линий уровня соответствующий сдвиг означает переход к представлению их в виде $f(u+\Delta_1; v+\Delta_2; ...; z+\Delta_n) = K$ (здесь непосредственно сами сдвиги характеризуются показателями $\Delta_1 \geq 0$, $\Delta_2 \geq 0$, ... , $\Delta_n \geq 0$). Показатели такого перехода необходимо определять по формулам, которые для удобства изложения приведены ниже в таблице 22.

Таблица 22.

Атрибуты для процедур сдвига линий уровня критерия к утопической точке поля полезностей

Замена переменных	Показатели сдвигов (100% -формат сдвига к УТ)	Формат частичного сдвига к УТ с коэффициентом γ
$"u" \to "u+\Delta_1"$ $"v" \to "v+\Delta_2"$ ………………… $"z" \to "z+\Delta_n"$	$\Delta_1^* = a_У^* - a_{У1}$ $\Delta_2^* = a_У^* - a_{У2}$ ………………. $\Delta_n^* = a_У^* - a_{Уn}$	$\Delta_1^*(\gamma) = \gamma \cdot \Delta_1^*$ $\Delta_2^*(\gamma) = \gamma \cdot \Delta_2^*$ ………………. $\Delta_n^*(\gamma) = \gamma \cdot \Delta_n^*$

Указанные в таблице 22 формулы для преобразования переменных, приведут к сдвигу линий уровня критерия. По оси $0U$ сдвиг составит Δ_1, по оси 0V сдвиг составит Δ_2 и т.д. При этом направляющая линий уровня будет проходить через УТ. Сдвиг можно реализовать и частично, т.е. не в полной мере (например, на 25%, на 50%, на 75% и т.п. от указанного формата в параметрическом представлении семейства этих линий). Размеры сдвигов (сначала в формате их 100% -ой реализации) по каждой координатной оси определены в таблице 23: они задаются вектором $\vec{\Delta}^* = (\Delta_1^*; \Delta_2^*; ...; \Delta_n^*)$. В приведенных формулах показатель $a_Y^* = \max_j \{a_{Yj}\}$ обозначает максимальную, из координат утопической точки (УТ = $X_У$) поля полезностей. Указанное представление линий уровня критерия в виде

$$f(u + \Delta_1^*; v + \Delta_2^*; ...; z + \Delta_n^*) = K$$

как раз и обеспечивает требуемый сдвиг линий уровня критерия к утопической точке поля полезностей. Для менеджера по логистике практическая реализация такой процедуры предполагает только следующую особенность. При оптимизации решения в условиях неопределенности ему предварительно потребуется лишь реализовать переход к новой модифицированной матрице полезностей.

Аналогичным образом в главе 6 было также введено понятие *частичного сдвига линий уровня критерия* по направлению к утопической точке. Напомним, что специфика «частичного сдвига линий уровня критерия» подразумевает, что представленные процедуры реализуются, в следующем модифицированном виде. Вместо указанного преобразования на основе вектора $\vec{\Delta}^*$ рассматривается преобразование на основе вектора $\vec{\Delta}^*(\gamma) = \gamma \cdot \vec{\Delta}^*$, где $\gamma \in [0;1]$. Координаты $\Delta_i^*(\gamma)$ такого вектора определяются по формулам, которые для удобства изложения также приведены в таблице 22. При конкретном выборе γ можно получать различные результаты «частичного» сдвига. При больших значениях γ соответствующий выбор будет в большей степени «нацелен» на такие альтернативные решения, которые представлены точками, расположенными, более близко к утопической точке поля полезностей.

Напомним следующую особенность. Если менеджер решает использовать указанное преобразование для линий уровня критерия (при конкретном значении коэффициента γ), то это означает следующее. Требуется реализовать процедуры критерия выбора, но не в формате исходной матрицы полезностей, а в формате новой модифицированной матрицы. Другими словами, для выбора оптимальной альтернативы в задаче принятия решений в условиях неопределенности менеджер в такой ситуации будет иметь дело с матрицей, структура которой будет следующей.

Решения События	X_1	X_2	...	X_m
Θ_1	$a_{11}+\Delta_1^*(\gamma)$	$a_{12}+\Delta_1^*(\gamma)$	...	$a_{1m}+\Delta_1^*(\gamma)$
Θ_2	$a_{21}+\Delta_2^*(\gamma)$	$a_{22}+\Delta_2^*(\gamma)$	...	$a_{2m}+\Delta_2^*(\gamma)$
...	...	...	...	...
Θ_n	$a_{n1}+\Delta_n^*(\gamma)$	$a_{n2}+\Delta_n^*(\gamma)$	...	$a_{nm}+\Delta_n^*(\gamma)$

Здесь $a_{ij}+\Delta_i^*(\gamma)$ обозначает новый элемент для модифицированной (после сдвига) матрицы полезностей, который расположен в i-ой строке и j-ом столбце.

Отмеченные процедуры модификации в главе 6 были названы $\gamma(УТ)$-преобразованиями. Обратимся к специфике их конкретной реализации в формате рассматриваемой модели оптимизации системы управления запасами в условиях неопределенности. Результаты расчетов для указанных параметров сдвигов при различных значениях γ представлены в таблице 23.

Таблица 23.

Показатели $\Delta_i^*(\gamma)$ при различных значениях γ

$\Delta_i^*(\gamma)$	*γ=1*	*γ=0,9*	*γ=0,8*	*γ=0,7*	*γ=0,6*	*γ=0,5*	*γ=0,4*	*γ=0,3*	*γ=0,2*	*γ=0,1*
$\Delta_1^*(\gamma)$	7514,7	6763,2	6011,8	5260,3	4508,8	3757,4	3005,9	2254,4	1502,9	751,5
$\Delta_2^*(\gamma)$	4800	4320	3840	3360	2880	2400	1920	1440	960	480

$\Delta_3^*(\gamma)$	4314,7	3883,2	3451,8	3020,3	2588,8	2157,4	1725,9	1294,4	862,9	431,5
$\Delta_4^*(\gamma)$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$\Delta_5^*(\gamma)$	7514,7	6763,2	6011,8	5260,3	4508,8	3757,4	3005,9	2254,4	1502,9	751,5
$\Delta_6^*(\gamma)$	4800	4320	3840	3360	2880	2400	1920	1440	960	480
$\Delta_7^*(\gamma)$	4314,7	3883,2	3451,8	3020,3	2588,8	2157,4	1725,9	1294,4	862,9	431,5
$\Delta_8^*(\gamma)$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$\Delta_9^*(\gamma)$	11573,4	10416,1	9258,7	8101,4	6944,1	5786,7	4629,4	3472,0	2314,7	1157,3
$\Delta_{10}^*(\gamma)$	10871,9	9784,7	8697,5	7610,3	6523,1	5435,9	4348,8	3261,6	2174,4	1087,9
$\Delta_{11}^*(\gamma)$	8373,4	7536,1	6698,7	5861,4	5024,1	4186,7	3349,4	2512,0	1674,7	837,3
$\Delta_{12}^*(\gamma)$	6071,9	5464,7	4857,5	4250,3	3643,1	3035,9	2428,8	1821,6	1214,4	607,2
$\Delta_{13}^*(\gamma)$	14133,4	12720,1	11306,7	9893,4	8480,1	7066,7	5653,4	4240,0	2826,7	1413,3
$\Delta_{14}^*(\gamma)$	14711,9	13240,7	11769,5	10298,3	8827,1	7355,9	5884,8	4413,6	2942,4	1471,2
$\Delta_{15}^*(\gamma)$	11253,4	10128,1	9002,7	7877,4	6752,1	5626,7	4501,4	3376,0	2250,7	1125,3
$\Delta_{16}^*(\gamma)$	10391,9	9352,7	8313,5	7274,3	6235,1	5195,9	4156,8	3117,6	2078,4	1039,2

Исходная матрица полезностей (до реализации указанных процедур сдвига поля полезностей в пространстве доходов) и координаты утопической точки ($X_У$) представлены в таблице 24. При этом для иллюстрации максимальная из координат УТ выделена цветом.

Таблица 24.

Исходная матрица полезностей и координаты утопической точки
для задачи оптимизации системы управления запасами

СОБЫТИЕ	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	$X_У$
θ_1	1161,8	5220,5	3021,8	1152,2	5213,2	3009,9	**5220,5**
θ_2	1852,2	7925,3	4678,2	1863,3	7935,2	4691,9	**7935,2**
θ_3	4361,8	8420,5	6221,8	4353,2	8413,2	6209,9	**8420,5**
θ_4	6652,2	12725,3	9478,2	6663,3	12735,2	9491,9	**12735,2**
θ_5	-1398,2	5220,5	1741,8	-1406,8	5213,2	1729,9	**5220,5**
θ_6	-1987,8	7925,3	2758,2	-1976,7	7935,2	2771,9	**7935,2**
θ_7	1481,8	8420,5	4781,8	1473,2	8413,2	4769,9	**8420,5**
θ_8	2332,2	12725,3	7318,2	2343,3	12735,2	7331,9	**12735,2**
θ_9	1161,8	-5019,5	-2098,2	1153,2	-5026,8	-2110,1	**1161,8**
θ_{10}	1852,2	-7434,7	-3001,8	1863,3	-7424,8	-2988,1	**1863,3**
θ_{11}	4361,8	-3099,5	461,8	4353,2	-3106,8	449,9	**4361,8**
θ_{12}	6652,2	-4554,7	838,2	6663,3	-4544,8	851,9	**6663,3**
θ_{13}	-1398,2	-5019,5	-3378,2	-1406,8	-5026,8	-3390,1	**-1398,2**
θ_{14}	-1987,8	-7434,7	-4921,8	-1976,7	-7424,8	-4908,1	**-1976,7**
θ_{15}	1481,8	-3099,5	-978,2	1473,2	-3106,8	-990,1	**1481,8**
θ_{16}	2332,2	-4554,7	-1321,8	2343,3	-4544,8	-1308,1	**2343,3**

Для удобства сравнения результатов выбора (до и после реализации процедур *γ(УТ)*-модификации) напомним, что стратегии диверсификации годового объема поставок при оптимизации управления запасами формализуются именно альтернативами X_3 и X_6. Модифицированная матрица полезностей в формате 100% - ой реализации сдвига к утопической точке поля полезностей иллюстрируется таблицей 25, а соответствующий ее формат при некоторых других частичных сдвигах – таблицами 26 - 30 . Для лучшего понимания приведем иллюстрацию процедур модификации указанных матриц.

Начальный этап. Утопическая точка в поле полезностей применительно к указанной задаче оптимизации системы управления запасами имеет координаты, которые представлены в таблице 24.

Этап 1. Максимальная координата найденной утопической точки составляет 12 735,2. Соответственно далее по формулам таблицы 23 определяем показатели Δ_j^* для величин «сдвигов» по каждой координатной оси в пространстве доходов (для случая 100%-ого формата таких сдвигов, когда γ=1):

Δ_1^* = 12735,2 – 5220,5 = **7514,7**; Δ_2^* = 12735,2 – 7935,2= **4800;**

Δ_3^* = 12735,2 – 8420,5 = **4314,7**; Δ_4^* = 12735,2 – 12735,2 = **0**;

Δ_5^* = 12735,2 – 5220,5 = **7514,7**; Δ_6^* = 12735,2 – 8420,5= **4314,7**;

Δ_7^* = 12735,2 – 7935,2 = **4800**; Δ_8^* = 12735,2 – 12735,2 = **0**;

Δ_9^* = 12735,2 – 1161,8 = **11573,4**; Δ_{10}^* = 12735,2 – 1863,3 = **10871,9**;

Δ_{11}^* = 12735,2 – 4361,8 = **8373,4**; Δ_{12}^* = 12735,2 – 6663,3 = **6071,9**;

Δ_{13}^* = 12735,2 + 1398,2 = **14133,4**; Δ_{14}^* = 12735,2 + 1976,7 = **14711,9;**

Δ_{15}^* = 12735,2 – 1481,8 = **11253,4**; Δ_{16}^* = 12735,2 – 2343,3 = **10391,9**.

На этом же этапе определяем показатели сдвигов $\Delta_j^*(\gamma)$ по каждой координатной оси с учетом требований частичной реализации такого сдвига. Например, при 90%-м формате сдвига (γ=0,9) для таких показателей имеем:

$\Delta_1^*(\gamma)$ = 0,9·7514,7 = **6763,23**; $\Delta_2^*(\gamma)$ = 0,9·4800 = **4320**;

$\Delta_3^*(\gamma)$ = 0,9·4314,7 = **3883,23**; $\Delta_4^*(\gamma)$ = 0,9·0 = **0**;

$\Delta_5^*(\gamma)$ = 0,9·7514,7 = **6763,23**; $\Delta_6^*(\gamma)$ = 0,9·4314,7 = **3883,23**.

и так далее для остальных значений показателей $\Delta_j^*(\gamma)$, при $j=1...16$.

Этап 2. После этого, с учетом формул перехода к новым элементам матрицы (см. таблицу 23), выписываем новые модифицированные матрицы полезностей. Они представлены в таблицах 25 - 31 для разных форматов реализации указанного сдвига линий уровня: для γ=1; для γ= 0,9; для γ= 0,6; для γ= 0,3.

Этап 3. Для найденных модифицированных матриц полезностей реализуем процедуры конкретного критерия выбора в формате традиционных критериев теории принятия решений в условиях неопределенности. Иллюстрация таких процедур далее приведена для *ММ*-критерия (максиминного), для HW-критерия (Гурвица), причем при различных значениях «весового» коэффициента «*c*» в формате этого критерия, и для Р-критерия (произведений). Результаты таких процедур оптимизации представлены элементами дополнительных строк, которые дописаны к указанным выше матрицам.

Этап 4. В соответствии с атрибутами конкретного критерия в дополнительной строке модифицированной матрицы полезностей находим элемент, который будет указывать на оптимальное решение. В частности, для всех указанных выше критериев в такой дополнительной строке требуется найти наибольший элемент.

Максиминный критерий и его модификации. Для ММ-критерия в формате 100%-го сдвига (таблица 25 для случая γ= 1) интересующий нас наибольший элемент дополнительной строки равен **6 923,8** (он выделен в таблице) и стоит в столбце альтернативы X_6. Соответственно в указанном случае альтернатива X_6 является оптимальной по $MM_{\gamma(УТ)}$-критерию. Выбор в формате других значений показателя γ представлен в таблицах 26- 29.

Таблица 25.

Модифицированная матрица полезностей (при γ=1)
и выбор оптимального решения на основе критериев:
ММ, Р и HW

СОБЫТИЯ	РЕШЕНИЯ					
	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6
θ_1	8676,5	12735,2	10536,5	8666,9	12727,9	10524,6
θ_2	6652,2	12725,3	9478,2	6663,3	12735,2	9491,9
θ_3	8676,5	12735,2	10536,5	8667,9	12727,9	10524,6
θ_4	6652,2	12725,3	9478,2	6663,3	12735,2	9491,9
θ_5	6116,5	12735,2	9256,5	6107,9	12727,9	9244,6
θ_6	2812,2	12725,3	7558,2	2823,3	12735,2	7571,9
θ_7	5796,5	12735,2	9096,5	5787,9	12727,9	9084,6
θ_8	2332,2	12725,3	7318,2	2343,3	12735,2	7331,9
θ_9	12735,2	6553,9	9475,2	12726,6	6546,6	9463,3
θ_{10}	12724,1	3437,2	7870,1	12735,2	3447,1	7883,8
θ_{11}	12735,2	5273,9	8835,2	12726,6	5266,6	8823,3
θ_{12}	12724,1	1517,2	6910,1	12735,2	1527,1	6923,8
θ_{13}	12735,2	9113,9	10755,2	12726,6	9106,6	10743,3
θ_{14}	12724,1	7277,2	9790,1	12735,2	7287,1	9803,8
θ_{15}	12735,2	8153,9	10275,2	12726,6	8146,6	10263,3
θ_{16}	12724,1	5837,2	9070,1	12735,2	5847,1	9083,8
ММ-критерий	2332,2	1517,2	6910,1	2343,3	1527,1	6923,8
Р- критерий	$5{,}34 \cdot 10^{62}$	$3{,}92 \cdot 10^{62}$	$2{,}075 \cdot 10^{63}$	$5{,}38 \cdot 10^{62}$	$3{,}96 \cdot 10^{62}$	$2{,}08 \cdot 10^{63}$
HW –критерий (с=0,1)	11694,9	11613,4	10370,69	11696,01	11614,39	10361,35
HW –критерий (с=0,2)	10654,6	10491,6	9986,18	10656,82	10493,58	9979,4
HW –критерий (с=0,3)	9614,3	9369,8	9601,67	9617,63	9372,77	9597,45
HW –критерий (с=0,4)	8574	8248	9217,16	8578,44	8251,96	9215,5
HW –критерий (с=0,5)	7533,7	7126,2	8832,65	7539,25	7131,15	8833,55
HW –критерий (с=0,6)	6493,4	6004,4	8448,14	6500,06	6010,34	8451,6
HW –критерий (с=0,7)	5453,1	4882,6	8063,63	5460,87	4889,53	8069,65
HW –критерий (с=0,8)	4412,8	3760,8	7679,12	4421,68	3768,72	7687,7
HW –критерий (с=0,9)	3372,5	2639	7294,61	3382,49	2647,91	7305,75

Таблица 26.

Модифицированная матрица полезностей при γ=0,9
и выбор оптимального решения на основе критериев: ММ, Р, HW

СОБЫТИЯ	РЕШЕНИЯ

	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6
θ_1	7925,03	11983,73	9785,03	7915,43	11976,43	9773,13
θ_2	6172,2	12245,3	8998,2	6183,3	12255,2	9011,9
θ_3	8245,03	12303,73	10105,03	8236,43	12296,43	10093,13
θ_4	6652,2	12725,3	9478,2	6663,3	12735,2	9491,9
θ_5	5365,03	11983,73	8505,03	5356,43	11976,43	8493,13
θ_6	2332,2	12245,3	7078,2	2343,3	12255,2	7091,9
θ_7	5365,03	12303,73	8665,03	5356,43	12296,43	8653,13
θ_8	2332,2	12725,3	7318,2	2343,3	12735,2	7331,9
θ_9	11577,86	5396,56	8317,86	11569,26	5389,26	8305,96
θ_{10}	11636,91	2350,01	6782,91	11648,01	2359,91	6796,61
θ_{11}	11897,86	4436,56	7997,86	11889,26	4429,26	7985,96
θ_{12}	12116,91	910,01	6302,91	12128,01	919,91	6316,61
θ_{13}	11321,86	7700,56	9341,86	11313,26	7693,26	9329,96
θ_{14}	11252,91	5806,01	8318,91	11264,01	5815,91	8332,61
θ_{15}	11609,86	7028,56	9149,86	11601,26	7021,26	9137,96
θ_{16}	11684,91	4798,01	8030,91	11696,01	4807,91	8044,61
ММ-критерий	2332,2	910,01	6302,91	2343,3	919,91	6316,61
Р-критерий	$1,41*10^{62}$	$4,08*10^{61}$	$5,23*10^{62}$	$1,42*10^{62}$	$4,13*10^{61}$	$5,25*10^{62}$
HW–критерий (с=0,1)	11138,44	11543,77	9724,818	11149,54	11553,67	9715,478
HW–критерий (с=0,2)	10159,97	10362,24	9344,606	10171,07	10372,14	9337,826
HW–критерий (с=0,3)	9181,497	9180,713	8964,394	9192,597	9190,613	8960,174
HW–критерий (с=0,4)	8203,026	7999,184	8584,182	8214,126	8009,084	8582,522
HW–критерий (с=0,5)	7224,555	6817,655	8203,97	7235,655	6827,555	8204,87
HW–критерий (с=0,6)	6246,084	5636,126	7823,758	6257,184	5646,026	7827,218
HW–критерий (с=0,7)	5267,613	4454,597	7443,546	5278,713	4464,497	7449,566
HW–критерий (с=0,8)	4289,142	3273,068	7063,334	4300,242	3282,968	7071,914
HW–критерий (с=0,9)	3310,671	2091,539	6683,122	3321,771	2101,439	6694,262

Таблица 27.

Модифицированная матрица полезностей при γ=0,6
и выбор оптимального решения на основе критериев:
ММ и HW

СОБЫТИЯ	РЕШЕНИЯ					
	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6
θ_1	5670,62	9729,32	7530,62	5661,02	9722,02	7518,72
θ_2	4732,2	10805,3	7558,2	4743,3	10815,2	7571,9
θ_3	6950,62	11009,32	8810,62	6942,02	11002,02	8798,72

θ_4	6652,2	12725,3	9478,2	6663,3	12735,2	9491,9
θ_5	3110,62	9729,32	6250,62	3102,02	9722,02	6238,72
θ_6	892,2	10805,3	5638,2	903,3	10815,2	5651,9
θ_7	4070,62	11009,32	7370,62	4062,02	11002,02	7358,72
θ_8	2332,2	12725,3	7318,2	2343,3	12735,2	7331,9
θ_9	8105,84	1924,54	4845,84	8097,24	1917,24	4833,94
θ_{10}	8375,34	-911,56	3521,34	8386,44	-901,66	3535,04
θ_{11}	9385,84	1924,54	5485,84	9377,24	1917,24	5473,94
θ_{12}	10295,34	-911,56	4481,34	10306,44	-901,66	4495,04
θ_{13}	7081,84	3460,54	5101,84	7073,24	3453,24	5089,94
θ_{14}	6839,34	1392,44	3905,34	6850,44	1402,34	3919,04
θ_{15}	8233,84	3652,54	5773,84	8225,24	3645,24	5761,94
θ_{16}	8567,34	1680,44	4913,34	8578,44	1690,34	4927,04
ММ-критерий	892,2	-911,56	3521,34	903,3	-901,66	3535,04
HW–критерий (c=0,1)	9355,026	11361,61	8882,514	9366,126	11371,51	8896,214
HW–критерий (c=0,2)	8414,712	9997,928	8286,828	8425,812	10007,83	8300,528
HW–критерий (c=0,3)	7474,398	8634,242	7691,142	7485,498	8644,142	7704,842
HW–критерий (c=0,4)	6534,084	7270,556	7095,456	6545,184	7280,456	7109,156
HW–критерий (c=0,5)	5593,77	5906,87	6499,77	5604,87	5916,77	6513,47
HW–критерий (c=0,6)	4653,456	4543,184	5904,084	4664,556	4553,084	5917,784
HW–критерий (c=0,7)	3713,142	3179,498	5308,398	3724,242	3189,398	5322,098
HW–критерий (c=0,8)	2772,828	1815,812	4712,712	2783,928	1825,712	4726,412
HW–критерий (c=0,9)	1832,514	452,126	4117,026	1843,614	462,026	4130,726

Таблица 28.

Модифицированная матрица полезностей при γ=0,3
и выбор оптимального решения на основе критериев:
ММ и HW

СОБЫТИЯ	РЕШЕНИЯ					
	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6
θ_1	3416,21	7474,91	5276,21	3406,61	7467,61	5264,31
θ_2	3292,2	9365,3	6118,2	3303,3	9375,2	6131,9
θ_3	5656,21	9714,91	7516,21	5647,61	9707,61	7504,31
θ_4	6652,2	12725,3	9478,2	6663,3	12735,2	9491,9
θ_5	856,21	7474,91	3996,21	847,61	7467,61	3984,31
θ_6	-547,8	9365,3	4198,2	-536,7	9375,2	4211,9
θ_7	2776,21	9714,91	6076,21	2767,61	9707,61	6064,31
θ_8	2332,2	12725,3	7318,2	2343,3	12735,2	7331,9

θ_9	4633,82	-1547,48	1373,82	4625,22	-1554,78	1361,92
θ_{10}	5113,77	-4173,13	259,77	5124,87	-4163,23	273,47
θ_{11}	6873,82	-587,48	2973,82	6865,22	-594,78	2961,92
θ_{12}	8473,77	-2733,13	2659,77	8484,87	-2723,23	2673,47
θ_{13}	2841,82	-779,48	861,82	2833,22	-786,78	849,92
θ_{14}	2425,77	-3021,13	-508,23	2436,87	-3011,23	-494,53
θ_{15}	4857,82	276,52	2397,82	4849,22	269,22	2385,92
θ_{16}	5449,77	-1437,13	1795,77	5460,87	-1427,23	1809,47
ММ-критерий	-547,8	-4173,13	-508,23	-536,7	-4163,23	-494,53
HW–критерий (с=0,1)	7571,613	11035,46	8479,557	7582,713	11045,36	8493,257
HW–критерий (с=0,2)	6669,456	9345,614	7480,914	6680,556	9355,514	7494,614
HW–критерий (с=0,3)	5767,299	7655,771	6482,271	5778,399	7665,671	6495,971
HW–критерий (с=0,4)	4865,142	5965,928	5483,628	4876,242	5975,828	5497,328
HW–критерий (с=0,5)	3962,985	4276,085	4484,985	3974,085	4285,985	4498,685
HW–критерий (с=0,6)	3060,828	2586,242	3486,342	3071,928	2596,142	3500,042
HW–критерий (с=0,7)	2158,671	896,399	2487,699	2169,771	906,299	2501,399
HW–критерий (с=0,8)	1256,514	-793,444	1489,056	1267,614	-783,544	1502,756
HW–критерий (с=0,9)	354,357	-2483,29	490,413	365,457	-2473,39	504,113

Расчеты при других значениях показателя γ из-за ограниченности объема работы опущены (их легко восстановить самостоятельно, используя результаты, приведенные в таблице 23).

Итоговые результаты применительно к выбору (да или нет) именно стратегий диверсификации годового объема поставок результаты оптимального выбора по $MM_{\gamma(УТ)}$-критерию при различных коэффициентах частичного сдвига для линий уровня этого критерия можно компактно представить следующим образом:

Значение параметра сдвига **γ**	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
Выбор стратегии диверсификации по ММ-критерию	нет	нет	нет	нет	**да**	**да**	**да**	**да**	**да**	**да**	**да**

Комментируя указанные результаты, подчеркнем следующее. В отличие от классического варианта реализации этого критерия, когда стратегии диверсификации поставок вообще оказываются заблокированными для выбора этим критерием, после указанной модификации, начиная с γ=0,4 и до γ=1, такие стратегии уже выбираются в качестве оптимальных. Как видим, феномен блокировок выбора для стратегий диверсификации поставок при управлении запасами в условиях неопределенности в формате ММ-критерия менеджер может устранять на основе использования специальных свойств такого критерия после сдвига его линий уровня к *УТ*.

Критерий Гурвица и его модификации. Оптимальный выбор по $HW_{\gamma(УТ)}$-критерию (при различных «весовых» коэффициентах «*с*» с шагом 0,1 и при указанных выше значениях показателя γ для частичного сдвига линий уровня) представлен в тех же таблицах 25 – 28 (как и для ММ-критерия). Расчеты при других значениях показателя γ из-за ограниченности объема работы опущены (их также легко восстановить самостоятельно, используя результаты, которые приведены в таблице 23).

Для наглядности итоговые результаты применительно к выбору (да или нет) стратегий диверсификации годового объема поставок результаты оптимального выбора по $HW_{\gamma(УТ)}$-критерию при различных коэффициентах частичного сдвига для линий уровня этого критерия снова компактно оформим следующим образом:

Значение «весового» коэффициента	Значение параметра сдвига **γ**										
	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
c=0,1	нет	нет	нет	нет	нет	нет	нет	нет	нет	нет	нет
c=0,2	нет	нет	нет	нет	нет	нет	нет	нет	нет	нет	нет
c=0,3	нет	нет	нет	нет	нет	нет	нет	нет	нет	нет	нет
c=0,4	нет	нет	нет	нет	нет	нет	нет	**да**	**да**	**да**	**да**
c=0,5	нет	нет	**да**	**да**	**да**	**да**	**да**	**да**	**да**	**да**	**да**
c=0,6	нет	нет	**да**	**да**	**да**	**да**	**да**	**да**	**да**	**да**	**да**
c=0,7	нет	нет	нет	**да**	**да**	**да**	**да**	**да**	**да**	**да**	**да**
c=0,8	нет	нет	нет	**да**	**да**	**да**	**да**	**да**	**да**	**да**	**да**
c=0,9	нет	нет	нет	**да**	**да**	**да**	**да**	**да**	**да**	**да**	**да**

Таким образом, для критерия Гурвица, начиная с γ=0,2 и до γ=1, диверсификация поставок также уже не блокируется при всех значениях весового коэффициента *«с»*. При этом с увеличением показателя для частичного сдвига γ линий уровня критерия диапазон значений «весового» коэффициента «*с*», при котором эти стратегии будут «замечены» таким критерием и выбраны в качестве оптимальных, только увеличивается. Приведенные результаты показывают, что феномен блокировок выбора для стратегий диверсификации поставок при управлении запасами в условиях неопределенности в формате критерия Гурвица также можно устранять на основе использования специальных свойств такого критерия после сдвига его линий уровня к *УТ*.

Критерий произведений и его модификации. Результаты выбора по указанному критерию при указанных выше значениях показателя сдвига γ приведены в таблицах 25 и 26. При других значениях показателя сдвига γ матрица полезностей (например, матрицы в таблицах 27 и 28) уже может содержать отрицательные элементы. Напомним, что в формате Р-критерия все элементы матрицы должны быть положительными. Поэтому в таких случаях реализация процедур этого критерия дополнительно требует предварительной модификации такой матрицы на положительность. При этом к каждому элементу матрицы необходимо добавлять одно и то же (наименьшее из возможных) положительное число, чтобы все ее элемента стали положительными. Соответствующие «добавки» для анализируемых значений показателя сдвига γ были выбраны следующим образом:

Показатель сдвига γ	γ=1	γ=0,9	γ=0,8	γ=0,7	γ=0,6	γ=0,5	γ=0,4	γ=0,3	γ=0,2	γ=0,1
Добавка к элементам матрицы	0	0	0	350	913	2000	3090	4180	5265	6350

Обратим внимание на то, что при частичном сдвиге в формате показателя γ=0,6 (табл. 29) ко всем элементам модифицированной матрицы добавляется число 913, а при γ=0,3 (табл. 30) – число 4 180. Для иллюстрации процедур выбора по Р-критерию при таких значениях γ новые матрицы полезностей (в этих случаях) представлены в таблицах 29 и 30.

Таблица 29.

Модифицированная матрица полезности при γ=0,6
и выбор оптимального решения на основе Р –критерия
(после модификации на положительность)

СОБЫТИЯ	РЕШЕНИЯ					
	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6
θ_1	6583,62	10642,32	8443,62	6574,02	10635,02	8431,72
θ_2	5645,2	11718,3	8471,2	5656,3	11728,2	8484,9
θ_3	7863,62	11922,32	9723,62	7855,02	11915,02	9711,72

θ_4	7565,2	13638,3	10391,2	7576,3	13648,2	10404,9
θ_5	4023,62	10642,32	7163,62	4015,02	10635,02	7151,72
θ_6	1805,2	11718,3	6551,2	1816,3	11728,2	6564,9
θ_7	4983,62	11922,32	8283,62	4975,02	11915,02	8271,72
θ_8	3245,2	13638,3	8231,2	3256,3	13648,2	8244,9
θ_9	9018,84	2837,54	5758,84	9010,24	2830,24	5746,94
θ_{10}	9288,34	1,44	4434,34	9299,44	11,34	4448,04
θ_{11}	10298,84	2837,54	6398,84	10290,24	2830,24	6386,94
θ_{12}	11208,34	1,44	5394,34	11219,44	11,34	5408,04
θ_{13}	7994,84	4373,54	6014,84	7986,24	4366,24	6002,94
θ_{14}	7752,34	2305,44	4818,34	7763,44	2315,34	4832,04
θ_{15}	9146,84	4565,54	6686,84	9138,24	4558,24	6674,94
θ_{16}	9480,34	2593,44	5826,34	9491,44	2603,34	5840,04
Показатель Р-критерия	$1{,}35*10^{61}$	$8{,}20*10^{53}$	$2{,}30*10^{61}$	$1{,}36*10^{61}$	$5{,}08*10^{55}$	$2{,}31*10^{61}$

Таблица 30.

Модифицированная матрица полезностей при γ=0,3
и выбор оптимального решения на основе Р –критерия
(после модификации на положительность)

СОБЫТИЯ	РЕШЕНИЯ					
	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6
θ_1	7596,21	11654,91	9456,21	7586,61	11647,61	9444,31
θ_2	7472,2	13545,3	10298,2	7483,3	13555,2	10311,9
θ_3	9836,21	13894,91	11696,21	9827,61	13887,61	11684,31
θ_4	10832,2	16905,3	13658,2	10843,3	16915,2	13671,9
θ_5	5036,21	11654,91	8176,21	5027,61	11647,61	8164,31
θ_6	3632,2	13545,3	8378,2	3643,3	13555,2	8391,9
θ_7	6956,21	13894,91	10256,21	6947,61	13887,61	10244,31
θ_8	6512,2	16905,3	11498,2	6523,3	16915,2	11511,9
θ_9	8813,82	2632,52	5553,82	8805,22	2625,22	5541,92
θ_{10}	9293,77	6,87	4439,77	9304,87	16,77	4453,47
θ_{11}	11053,82	3592,52	7153,82	11045,22	3585,22	7141,92
θ_{12}	12653,77	1446,87	6839,77	12664,87	1456,77	6853,47
θ_{13}	7021,82	3400,52	5041,82	7013,22	3393,22	5029,92
θ_{14}	6605,77	1158,87	3671,77	6616,87	1168,77	3685,47
θ_{15}	9037,82	4456,52	6577,82	9029,22	4449,22	6565,92
θ_{16}	9629,77	2742,87	5975,77	9640,87	2752,77	5989,47
Показатель Р-критерия	$2{,}32*10^{62}$	$6{,}23*10^{57}$	$1{,}10*10^{62}$	$2{,}33*10^{62}$	$1{,}54*10^{58}$	$1{,}11*10^{62}$

Приведем суммарный комментарий применительно к результатам выбора (да или нет) стратегий диверсификации годового объема поставок по критерию произведений:

Значение параметра сдвига γ	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
Выбор стратегий диверсификации по P-критерию	нет	нет	нет	нет	нет	нет	нет	**да**	**да**	**да**	**да**

Таким образом, и для критерия произведений после его модификации, начиная с γ=0,7 и до γ=1, выбор стратегий диверсификации поставок также уже не блокируется

Представленные результаты для наилучших решений на основе модифицированных критериев убедительно иллюстрируют, что ***феномен неадекватного выбора при оптимизации стратегий диверсификации поставок*** в формате моделей управления запасами в условиях неопределенности для различных критериев выбора ***может быть устранен***. При оптимизации решений в условиях неопределенности менеджер имеет возможность использовать специальные свойства критерия выбора, которые можно получать на основе частичного сдвига его линий уровня по направлению к утопической точке поля полезностей. Это позволяет более эффективно адаптировать критерий выбора применительно к системе предпочтений ЛПР.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ. Комментируя найденные выше оптимальные решения для рассматриваемой здесь модели оптимизации стратегии управления запасами в условиях неопределенности, особо подчеркнем следующее обстоятельство. Как было показано, в рамках рассмотренного примера представленные в главе 4 новые модификации для известных в теории критериев выбирают именно такое решение, в основе которого лежит важнейший принцип принятия решений в условиях риска: ***принцип диверсификации рисков***. Понятно, что для осторожных к риску ЛПР, которые желают найти приемлемое компромиссное решение, использование указанного принципа может быть заведомо или априори приемлемо, желательно или даже оговорено. Поэтому дополнительно обратим внимание на то, что в формате рассмотренной модели оптимизации системы управления запасами оптимальный выбор с указанными свойствами для ЛПР соответственно обеспечивали следующие критерии:

- с одной стороны, - критерий Сэвиджа (в формате традиционных критериев теории);
- с другой стороны, - все предложенные в главе 4 ***новые модифицированные критерии*** (в формате специальных процедур модификации, которые позволяют «нацелить» выбор именно на желательную для каждого менеджера и ЛПР утопическую точку соответствующего поля полезностей).

Применительно к данной оптимизационной модели соответствующий принцип диверсификации рисков подразумевает реализацию именно диверсификации поставок товара между анализируемыми поставщиками. При этом, конечно, надо понимать, что оптимальная стратегия диверсификации поставок товара может достигаться, вообще говоря, и при других долях перераспределения объемов поставок между поставщиками. Предложенный подход позволяет моделировать различные стратегии такой диверсификации, а не только представленную выше диверсификацию поставок в равных долях между поставщиками. Такая задача оптимизации может быть предметом отдельного рассмотрения. Ее цель – выбор / нахождение оптимальных долей поставляемой продукции применительно к каждому из анализируемых поставщиков. Соответствующие процедуры оптимизации будут представлены в главе 9.

ВОПРОСЫ (к главе 7)

7.1. Отметьте, каким образом формализуются задачи теории принятия решений в условиях неопределенности для оптимизационных моделей управления запасами. В частности, подчеркните:

- какие факторы можно/нужно учитывать при формализации полной группы случайных событий, влияющих на конечный экономический результат в таких моделях;
- какие особенности стратегий управления запасами можно/нужно учитывать при формализации перечня анализируемых альтернативных решений.
- кто принимает соответствующие решения, обеспечивающие формат матрицы полезностей в указанных задачах оптимизации.

7.2. Уточните алгоритм, в соответствии с которым определяются элементы матрицы полезностей при формализации оптимизационной модели управления запасами в условиях неопределенности. В частности, укажите,

- как он позволяет учитывать специфические требования теории, обусловливаемые необходимостью максимизации показателей полезности;
- позволяет ли он учитывать атрибуты временной стоимости денег в таких моделях.

7.3. Обратите внимание на то, каким образом при формализации задач оптимального управления запасами в условиях неопределенности можно учитывать различные дополнительные особенности модели, например:

- издержки, связанные с потерей товаров при поставках;
- издержки, связанные с возвратными потоками товаров;
- возможность диверсификации потерь, обусловливаемых сбоями при поставках, и т. д.

7.4. Отметьте, чем обусловлена необходимость использования транспонированной матрицы полезностей (равно как и матрицы потерь) в формате задач принятия решений в условиях неопределенности, которые связаны с оптимизацией систем управления запасами. К каким особенностям в формате процедур оптимизации приводит указанный переход к транспонированной матрице полезностей.

7.5. Уточните специфику процедур формализации стратегий диверсификации поставок (в формате конкретных предложений поставщиков) при управлении запасами в условиях неопределенности. В частности, подчеркните:

- чем может быть обусловлено желание ЛПР использовать такие стратегии;
- каким образом формализуется выбор экономичного размера заказа применительно к каждому поставщику;
- какие параметры модели влияют на такой выбор.

7.6. В контексте имеющегося желания ЛПР использовать стратегии диверсификации поставок при управлении запасами дайте соответствующий комментарий / пояснения относительно оптимального выбора в формате классических критериев:

- для *MM*-критерия;
- для *H*-критерия;
- для *N*-критерия;
- для *S*-критерия.

7.7. В контексте имеющегося желания ЛПР использовать стратегии диверсификации поставок при управлении запасами дайте соответствующий комментарий / пояснения относительно оптимального выбора в формате производных критериев:

- для HW-критерия (при $c \geq 0,5$);
- для HW-критерия (при $c \leq 0,5$);
- для P-критерия.

7.8. В контексте имеющегося желания ЛПР использовать стратегии диверсификации поставок при управлении запасами дайте соответствующий комментарий / пояснения относительно оптимального выбора в формате составных критериев.

7.9. В контексте имеющегося желания ЛПР использовать стратегии диверсификации поставок при управлении запасами, дайте соответствующий комментарий / пояснения относительно оптимального выбора в формате новых специальных критериев, которые представляют модификации как классических, так и производных критериев, формализованные в главе 4 на основе процедур «нацеливания» линий уровня критерия на утопическую точку поля полезностей. Кроме того, отдельно отметьте случай, относящийся к формату критерия идеальной точки.

7.10. В контексте имеющегося желания ЛПР использовать стратегии диверсификации поставок при управлении запасами дайте соответствующий комментарий / пояснения относительно оптимального выбора в формате новых специальных критериев, которые представляют модификации как классических, так и производных критериев, формализованные в главе 6 на основе сдвига линий уровня критерия к утопической точке поля полезностей.

Глава 8. СПЕЦИФИКА АЛГОРИТМОВ ОПТИМИЗАЦИИ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ ЗАПАСАМИ В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ С УЧЕТОМ ВРЕМЕННОЙ СТОИМОСТИ ДЕНЕГ

В этой главе приведены модификации и обобщения для рассмотренной в главе 7 модели оптимизации стратегии управления запасами в условиях неопределенности применительно к требованиям учета временной стоимости денег. Прежде всего, отметим следующее.

Требование учета временной стоимости денег при управлении запасами в условиях неопределенности можно учитывать при нахождении наилучшего решения в формате методов, которые были представлены выше. Действительно, методы нахождения оптимального (применительно к каждому отдельному ЛПР) решения, разработанные в теории принятия решений в условиях неопределенности, предполагают:

- реализацию вполне определенных процедур (проиллюстрированных выше), позволяющих формализовать матрицу полезностей в контексте ожидаемого конечного результата с учетом особенностей анализируемой модели;
- реализацию специальных операций над элементами такой матрицы (они, естественно, будут зависеть от выбираемого ЛПР критерия и, частично, уже были проиллюстрированы выше применительно к некоторым классическим и производным критериям принятия решений), которые позволяют найти искомое оптимальное решение.

Указанные процедуры и операции структурированы в теории применительно к каждому конкретному критерию. Это позволяет формализовать отношение ЛПР к риску или потерям в формате конечного экономического результата при нахождении оптимального решения.

Поэтому, чтобы сохранить соответствующую структуру задач оптимизации при анализе систем управления запасами и иметь возможность использовать разработанные в теории подходы и методы принятия решений в условиях неопределенности, но уже применительно к требованиям учета временной стоимости денег, обратим внимание на следующее. Интересующая нас особенность модели, обусловливаемая требованием или желанием ЛПР при оптимизации решения учитывать временную стоимость денег, должна быть отражена именно на уровне процедур построения матрицы полезностей. Другими словами, далее мы рассматриваем следующий подход к оптимизации стратегии управления запасами в условиях неопределенности с учетом временной структуры процентных ставок. В формате этого подхода элементы матрицы полезностей (показатели годовой прибыли применительно к анализируемым решениям ЛПР и возможным реализациям построенной полной группы событий) будут определяться с учетом принципов и правил финансового анализа и финансовой математики.

При учете временной структуры процентных ставок элементы матрицы полезностей, представляющие суммарный конечный годовой экономический результат (напомним, как и ранее, - в виде прибыли в зависимости от решения ЛПР и от возможной реализации «внешних» условий), будут отличаться от аналогичных элементов такой же матрицы, но построенной без учета временной стоимости денег. Естественно, менеджерам, работающим в соответствующих областях логистики, требуется знать:

- насколько серьезным может быть указанное отличие;
- изменит ли оно, в частности, выбор ЛПР применительно к «его» критериям принятия решений;
- отразится ли оно на феномене «блокировки» стратегий диверсификации поставок, имеющем место в формате моделей без учета процентных ставок, действующих на рынке;
- стоит ли тратить свои усилия на формализацию и оптимизацию решений в условиях неопределенности с учетом соответствующей особенности, - временной стоимости денег.

Ответ на эти и другие вопросы можно будет получить на основе представленных ниже материалов (они получены совместно с Бродецкой Н.Г.).

1. ОСОБЕННОСТИ ФОРМАЛИЗАЦИИ МАТРИЦЫ ПОЛЕЗНОСТЕЙ С УЧЕТОМ ВРЕМЕННОЙ СТОИМОСТИ ДЕНЕГ

Прежде всего, отметим, что процедуры формализации полной группы событий, влияющих на конечный экономический результат, реализуются независимо от требования учета (либо отсутствия такого учета) временной стоимости денег. Поэтому они останутся вполне аналогичными тем, которые были представлены в предыдущей главе. Разумеется, это положение относится к ситуации, когда дополнительно не требуется учитывать возможность случайных изменений в самой временной структуре процентных ставок. Далее будем рассматривать модели именно такого типа. Соответственно, учитывая ограниченный объем книги, описание указанных процедур формализации полной группы событий можно опустить.

Это же замечание можно сделать и применительно к процедурам формализации перечня анализируемых ЛПР решений. Применительно к формализации такого перечня решений необходимо подчеркнуть следующее. Формализация анализируемых решений (напомним, что в рамках рассматриваемой здесь модели они привязаны к сценариям реализации годового потребления) потребует определения соответствующего «экономичного» размера заказа, причем уже не по использованным выше классическим формулам, а по таким формулам, которые как раз и дают возможность учитывать заданную структуру процентных ставок на рынке. Таким образом, далее при формализации представленных в начале главы альтернативных решений X_1 – X_6 в рамках интересующей нас модели оптимизации стратегии управления запасами привязка сценария для годового потребления (объемом D) к соответствующему размеру заказа (величины q) должна осуществляться с учетом временной стоимости денег. А именно, такие расчеты будут реализованы по следующим формулам (см. книгу [Бродецкий Г.Л. «Управление запасами» / -М.: Эксмо, 2007]):

$$q = q_{опт}(\text{mod}) = \sqrt{\frac{2C_0 D}{C_h + r \cdot (C_{0П} + C_П)}}$$

Здесь, напомним, -

- r – годовая ставка наращения, действующая на рынке;
- $C_П$ – стоимость единицы товара;
- $C_{0П}$ – издержки доставки единицы товара, не включающие накладные расходы на поставку соответствующей партии; как и ранее, далее принято, что $C_{0П}$ = 0, например, такие издержки уже включены в стоимость товара;
- учет временной стоимости денег (издержек/доходов) в пределах интервала повторного заказа реализуется в рамках *схемы простых процентов* (подчеркнем, что указанная особенность как раз формулировалась при выводе соответствующей приведенной выше формулы для $q = q_{опт}(\text{mod})$).

Учет временной стоимости денег (издержек/доходов) применительно к требуемым в рамках этого подхода годовым показателям прибыли (наращиваемым соответственно по периодам времени между поставками товара в течение года), которые будут использованы при определении элементов матрицы полезностей, реализуется на основе *схемы сложных процентов*. При этом процедуры наращения в пределах одного периода повторного заказа, как уже было отмечено, реализуются по схеме простых процентов.

Итак, для рассматриваемой в этой главе модели системы управления запасами (но уже при реализации требований учета временной стоимости денег) перечень анализируемых решений формализуется следующим образом.

- X_1 : в рамках этого решения ЛПР ориентируется на предполагаемое годовое потребление D_2 , причем поставки предполагаются только от *первого* поставщика; соответственно, при этом размер заказа составляет $q_1^* = \sqrt{2C_{01}D_2/(C_h + rC_П)}$;
- X_2 : в рамках этого решения ЛПР ориентируется на предполагаемое годовое потребление D_2 , причем поставки предполагаются только от *второго* поставщика; соответственно, при этом размер заказа составляет $q_2^* = \sqrt{2C_{02}D_2/(C_h + rC_П)}$;
- X_3 : ЛПР ориентируется на предполагаемое годовое потребление D_2 , причем поставки предполагаются *равными долями* как от *первого,* так и от *второго* поставщика; соответственно, при этом размеры заказов для указанных поставок составляют $q_{3а}^* = \sqrt{C_{01}D_2/(C_h + rC_П)}$ у *первого* поставщика и $q_{3б}^* = \sqrt{C_{02}D_2/(C_h + rC_П)}$ - у *второго* поставщика;
- X_4 : в рамках этого решения ЛПР ориентируется на предполагаемое годовое потребление D_4 , причем поставки предполагаются только от *первого* поставщика; соответственно, размер заказа в такой ситуации составляет $q_4^* = \sqrt{2C_{01}D_4/(C_h + rC_П)}$;
- X_5 : в рамках этого решения ЛПР ориентируется на предполагаемое годовое потребление D_4 , причем поставки предполагаются только от *второго* поставщика; соответственно, размер заказа при этом составляет $q_5^* = \sqrt{2C_{02}D_4/(C_h + rC_П)}$;

- X_6 : ЛПР ориентируется на предполагаемое годовое потребление D_4 , причем поставки предполагаются равными долями как от *первого,* так и от *второго* поставщика; соответственно, размеры заказов для указанных поставок в такой ситуации составляют $q_{6a}^* = \sqrt{C_{01}D_4/(C_h + rC_П)}$ у *первого* поставщика и $q_{6б}^* = \sqrt{C_{02}D_4/(C_h + rC_П)}$ - у *второго* поставщика.

Представим алгоритм определения элементов интересующей нас матрицы полезностей с учетом временной стоимости денег. Как и в предыдущей главе, учитывая объемный перечень полной группы событий, далее представляем матрицу полезностей именно в транспонированном виде. Напомним, что элемент такой матрицы P_{ij}, соответствующий i-ой строке и j-му столбцу, представляет возможный конечный результат: ожидаемую прибыль в случае принятия решения X_j, если «внешняя» ситуация определится / сложится именно так, как это представлено в событии θ_i. При учете действующей на рынке временной структуры процентных ставок каждое отдельное слагаемое в формуле для P_{ij} (для каждого вида денежных потоков, как уходящих, так и приходящих, которые формируют прибыль за год) должно быть приведено по правилам финансового анализа и финансовой математики к одному и тому же моменту времени. Поскольку при формализации матрицы полезностей речь идет о конечном экономическом результате, то указанные составляющие прибыли приведем к концу года.

Подчеркнем, что в качестве такого единого момента учета всех денежных потоков далее будет удобно выбрать именно *середину последнего интервала повторного заказа* (применительно к поставкам за год). Тогда процессы приведения денежных потоков к общему моменту времени будут представлять собой следующие процедуры:

1) сначала – приведение соответствующих анализируемых сумм к середине «своего» интервала повторного заказа по схеме простых процентов (если такая операция требуется; в частности, это имеет место для выплат, которые соотносятся с началом интервала времени между поставками);
2) затем - наращение этих сумм к середине последнего интервала повторного заказа по схеме сложных процентов.

Напомним, что применительно к рассмотренной ранее (в главе 6) модели оптимизации стратегии управления запасами в условиях неопределенности без учета временной стоимости денег в общем виде (причем без учета специфики временной стоимости денег для элементов матрицы полезностей) показатель прибыли P_r , как уже было отмечено выше, представлялся равенством

$$P_r = \alpha \cdot C_s \cdot D - C_0 \cdot D/q - C_h \cdot q/2 - C_П \cdot D. \qquad (*)$$

Применительно к определению элемента P_{ij} интересующей нас матрицы полезностей в ситуации, когда *учитывается временная стоимость денег*, использование приведенной формулы уже оказывается некорректным (в формате требований финансового менеджмента и финансовой математики). Действительно, каждое отдельное слагаемое в этой формуле представляет собой простую сумму конкретных составляющих, которые формируют прибыль за год. Указанные суммы выписаны без учета требуемых процедур дисконтирования / наращения для рассматриваемых денежных потоков. Например, для первого слагаемого соответствующая величина $C_s \cdot D$ в указанной формуле есть простая сумма всех денежных поступлений от реализации товаров за год (в рамках определенных сценариев в формате матрицы полезностей), причем без учета временной стоимости денег по правилам финансовой математики.

Поэтому в рамках интересующего нас далее алгоритма все четыре приведенные выше выражения (слагаемые) в формуле для P_r должны быть модифицированы на основе правил финансового анализа. Такие правила обусловливают учет особенностей процедур наращения для величин всех имеющих место денежных поступлений / отчислений к общему принятому в расчетах моменту времени (к середине последнего интервала повторного заказа). При этом также предполагается, что будут реализованы требования следующих положений, регламентирующих выбор показателей C_s, D, q и α.

- Значение показателя C_s (цена реализации единицы продукции) определятся именно представленным сценарием в рамках конкретного события θ_i (по материце полезностей).
- Аналогично, значение показателя D (годовое потребление) также определятся именно соответствующим сценарием в рамках конкретного события θ_i.
- Значение показателя q (размер заказа) определятся именно определенным решением ЛПР, которое формализовано в матрице полезностей как решение X_j.
- Наконец, значение показателя α (понижающий коэффициент для выручки, позволяющий учитывать потери, обусловливаемые претензиями к качеству продукции) определяется как соответствующим решением ЛПР (с учетом выбора конкретного поставщика), так и определенным сценарием для указанного показателя в рамках конкретного события θ_i (в формате матрицы полезностей).

Представим соответствующие модификации для каждого из четырех выражений в формуле для определения P_r. Они получены автором совместно с Бродецкой Н.Г.Как уже подчеркивалось, первое слагаемое $C_s{\cdot}D$ в указанной формуле является простой суммой денежных поступлений от реализации товаров за год (без учета временной стоимости денег по правилам финансовой математики). Модификация этого выражения с учетом временной стоимости денег в рамках принятой выше процедуры наращения приводит к следующему выражению (обозначим его далее через $C_s(год)$):

$$C_s(год) = q{\cdot}C_s + q{\cdot}C_s{\cdot}(1+ r_q) + q{\cdot}C_s{\cdot}(1+ r_q)^2 + \ldots + q{\cdot}C_s{\cdot}(1+ r_q)^{K-1},$$

где

- r_q - ставка наращения для интервала времени, равного по длительности периоду повторного заказа; естественно, ее значение будет зависеть, как от значения показателя годовой ставки наращения r, так и от длительности T указанного периода; учитывая, что $T = q/D$, указанную ставку можно рассматривать как функцию от переменной q;
- K = K(q) – число поставок за год, рассматриваемое также в качестве функции от переменной q; отметим, что при расчетах для показателя K = K(q) можно использовать значение $K = D/q$ или (при более тщательных / формальных расчетах) - целую часть такого выражения.

Заметим, что первое слагаемое в приведенном выражении для $C_s(год)$ представляет денежные поступления на последнем интервале повторного заказа. Можно считать, что они уже приведены к его середине, т.к. учитывается, что в рамках одного периода повторного заказа для учета временной стоимости денег принята схема простых процентов (см., например, соответствующие комментарии в главе 2). Далее, второе слагаемое в этом выражении представляет соответственно денежные поступления от реализации товара на предпоследнем интервале повторного заказа. Естественно, также можно считать, что такие поступления уже приведены к середине «своего» интервала повторного заказа. Поэтому указанная сумма далее наращена к требуемому процедурами расчетов моменту времени по схеме сложных процентов. Аналогичным образом можно прокомментировать все остальные слагаемые. В частности, последнее слагаемое представляет собой денежные поступления именно на первом интервале повторного заказа, которые соотносятся с серединой такого интервала и приводятся к указанному моменту времени учета всех денежных сумм (т.е. к середине последнего интервала повторного заказа) по схеме сложных процентов.

После обычных упрощений для интересующего нас выражения $C_s(год)$ получаем следующее представление

$$C_s(год) = q{\cdot}C_s{\cdot}[(1+r_q)^K - 1]/r_q.$$

Перейдем к модификации второго слагаемого $C_0{\cdot}D/q$ в формуле для P_r. Аналогичные процедуры приводят к выражению (обозначим его далее через $C_0(год)$), для которого можем записать равенство:

$$C_0(год) = C_0{\cdot}(1+rT/2){\cdot}[(1+r_q)^K - 1]/r_q.$$

В качестве пояснения отметим только следующее. При реализации процедур наращения указанных денежных сумм (накладных издержек поставок) к середине последнего интервала повторного заказа необходимо дополнительно (в отличие от представленных выше процедур наращения применительно к составляющим первого слагаемого) учесть следующую особенность. А именно, поскольку указанные суммы соотносятся именно с началами соответствующих интервалов повторных заказов, то сначала такие суммы для каждой поставки должны быть приведены к серединам соответствующих «своих» интервалов повторных заказов (по схеме простых процентов). После этого они должны быть наращены к середине последнего интервала повторного заказа (по схеме сложных процентов).

Учитывая равенство $T = q/D$, окончательно, получаем:

$$C_0(год) = C_0{\cdot}(1+rq/2D){\cdot}[(1+r_q)^K - 1]/r_q.$$

Для модификации следующего слагаемого в формуле для P_r предварительно уточним, с каким моментом интервала повторного заказа соотносятся выплаты издержек хранения соответствующей партии товара. Другими словами, уточним принимаемые в рамках модели контрактные условия выплат издержек хранения. А именно, далее считаем, что соответствующие выплаты реализуются *в середине интервала времени между поставками* партий товара. Тогда модификация третьего слагаемого $C_h{\cdot}q/2$ формуле для P_r

(с учетом временной стоимости денег) приводит к выражению (обозначим его далее через $C_h(год)$), которое имеет вид

$$C_h(год) = q\cdot C_h \cdot T/2 + q\cdot C_h\cdot T\cdot(1+ r_q)/2 + q\cdot C_h\cdot T\cdot(1+ r_q)^2/2 + \ldots$$

$$+ q\cdot C_h\cdot T \cdot(1+ r_q)^{K-1}/2 .$$

После упрощений, причем с использованием равенства $T = q/D$, для интересующего нас выражения $C_h(год)$ получаем следующее представление

$$C_h(год) = q^2\cdot C_h\cdot[(1+r_q)^K - 1]/2Dr_q.$$

Наконец, модификация последнего слагаемого $C_П \cdot D$ в формуле для P_r (с учетом временной стоимости денег) приводит к выражению (обозначим его далее через $C_П(год)$), которое можно легко представить в виде

$$C_П(год) = q\cdot C_П \cdot(1+rq/2D)\cdot [(1+r_q)^K - 1]/r_q.$$

При этом, принято, что денежные отчисления, обусловливаемые стоимостью поставляемой партии товара, соотносятся именно с началом соответствующего «своего» интервала повторного заказа. Поэтому вид приведенной модифицированной формулы для $C_П(год)$ вполне аналогичен виду полученной выше формулы для $C_0(год)$.

Представленные формулы для определения элементов матрицы полезностей предполагают реализацию процедур наращения конкретных анализируемых сумм по схеме сложных процентов (после их приведения к середине «своего» интервала повторного заказа). В формате этих процедур соответствующая ставка наращения для одного такого периода была обозначена нами через r_q. Указанная ставка рассматривается как функция переменной q. Поскольку каждое решение ЛПР формализует вполне определенное конкретно задаваемое значение для q, то далее для определения выражений $C_s(год)$, $C_0(год)$, $C_h(год)$ и $C_П(год)$ при известном q необходимо уточнить соответствующее значение для показателя r_q .

Пусть K = K(q) обозначает число поставок за год (напомним, что его также рассматриваем в качестве функции от переменной q). Тогда в соответствии с правилами и принципами финансовой математики применительно к атрибутам схемы сложных процентов имеем следующее равенство, связывающее параметры r_q и r при фиксированном значении K:

$$(1+ r_q)^K = (1+ r)$$

или

$$(1+ r_q) = \sqrt[K]{1+r} .$$

Поэтому ставку наращения применительно к одному периоду повторного заказа можно определять равенством:

$$r_q = \sqrt[K]{1+r} - 1.$$

При расчетах для показателя K = K(q) можно использовать значение K = D/q или (при более формальных расчетах) - целую часть такого выражения.

Отмеченное выше равенство $(1+ r_q)^K = (1+ r)$ позволяет упростить вид найденных выражений для издержек каждого типа ($C_s(год)$, $C_0(год)$, $C_h(год)$ и $C_П(год)$) в рамках представленного алгоритма оптимизации. А именно, при определении элементов матрицы полезностей в задаче оптимизации стратегии управления запасами в условиях неопределенности с учетом временной стоимости денег указанные выражения можно определять по формулам

$$C_s(год) = q\cdot C_s\cdot r/r_q.$$

$$C_0(год) = C_0\cdot(1+rq/2D)\cdot r /r_q.$$

$$C_h(год) = q^2\cdot C_h\cdot r /2Dr_q.$$

$$C_П(год) = q \cdot C_П \cdot (1+rq/2D) \cdot r / r_q.$$

При построении матрицы полезностей *с учетом временной стоимости денег* ее элементы P_{ij} для показателей прибыли (в зависимости от случайного «внешнего» события θ_i и решения X_j) удобно определять следующим образом. Можно использовать базовое представление для показателя годовой прибыли (вместо приведенного ранее представления на основе формулы (*), для случая, когда временная структура процентных ставок не учитывалась при выборе решения):

$$P_r = \alpha \cdot C_s(год) - C_0(год) - C_h(год) - C_П(год). \tag{**}$$

ЗАМЕЧАНИЕ. При использовании формулы (**) для расчетов показателей годовой прибыли P_{ij} применительно к отдельным конкретным элементам интересующей нас матрицы полезностей необходимо руководствоваться приведенными выше положениями, регламентирующими выбор соответствующих значений показателей C_s, D, α и q .

2. СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ С ВАРИАНТОМ МОДЕЛИ БЕЗ УЧЕТА ВРЕМЕННОЙ СТОИМОСТИ ДЕНЕГ

Если реализовать выбор альтернативы с использованием предложенных выше процедур учета временной структуры процентных ставок на рынке, причем применительно к частному случаю $r = 0$, то он должен совпадать с выбором для ситуации, когда временная стоимость денег не учитывается. Убедимся, что это положение выполняется. Поэтому сначала подчеркнем следующее. После формализации матрицы полезностей (применительно к анализируемой модели оптимизации стратегии управления запасами с учетом временной стоимости денег) дальнейшие процедуры выбора наилучшего решения (применительно к конкретному критерию, который задает ЛПР) реализуются по тем же алгоритмам, как и в рамках оптимизационной модели без учета временной структуры процентных ставок. Таким образом, достаточно провести требуемый сравнительный анализ только применительно к соответствующим элементам матриц полезностей (с учетом временной структуры процентных ставок на рынке и без ее учета).

Напомним, что в предыдущей главе мы анализировали вариант рассматриваемой модели оптимизации решений при управлении запасами в условиях неопределенности именно для ситуации, когда учет временной стоимости денег отсутствует. Применительно к представленному в этой главе алгоритму анализа (уже с учетом временной структуры процентных ставок и соответственно временной стоимости денег) указанная модель принятия решений соответствует следующему предельному случаю: $r \to 0$. Действительно, соответствующие процедуры наращения денежных сумм к выбранному моменту времени в конце года для такой ситуации анализа уже не понадобятся. Понятно, что при этом, очевидно, имеет место также и следующий предельный случай $r_q \to 0$. Для модифицированных выражений применительно к каждому из слагаемых, определяющих показатель прибыли P_r в (**), для указанного предельного случая, когда $r_q = 0$, имеем (полагая $K = D/q$):

$$C_s(год) = q \cdot C_s \cdot K = D \cdot C_s;$$

$$C_0(год) = C_0 \cdot K = C_0 \cdot D/q;$$

$$C_h(год) = q^2 \cdot C_h \cdot K/2D = q \cdot C_h/2;$$

$$C_П(год) = K \cdot q \cdot C_П = D \cdot C_П.$$

Полученные в результате предельного перехода формулы для каждого из слагаемых при определении показателя прибыли P_r в (**) полностью совпадают с аналогичными формулами в (*) в формате оптимизационной модели без учета временной стоимости денег.

Соответственно можно сделать следующий вывод. Для показателя прибыли P_r в предельном случае, когда $r_q = 0$ (аналогично и $r = 0$), т.е. когда временная стоимость денег не учитывается, получаем именно приведенное ранее выражение (*), соответствующее формату анализируемой модели оптимизации стратегии управления запасами в условиях неопределенности, но без учета временной структуры процентных ставок. Другими словами, представленные (в рамках алгоритма, который позволяет учитывать временную стоимость денег) формулы (**) являются обобщением формул (*) для классического варианта модели принятия решений в условиях неопределенности без учета временной структуры процентных ставок.

3. ИЛЛЮСТРАЦИЯ ОСОБЕННОСТЕЙ РЕАЛИЗАЦИИ АЛГОРИТМОВ ОПТИМИЗАЦИИ РЕШЕНИЙ В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ С УЧЕТОМ ВРЕМЕННОЙ СТОИМОСТИ ДЕНЕГ

Приведем иллюстрацию алгоритмов и особенностей нахождения оптимальных решений при управлении запасами в условиях неопределенности с учетом временной структуры процентных ставок. Для удобств сравнения с аналогичными результатами применительно к выбору решений в ситуации, когда временная стоимость денег не учитывается, вернемся к условиям рассмотренной в предыдущей главе модели.

Напомним необходимые данные, дополнив их соответствующим значением годовой ставки наращения. Пусть при планировании работы системы управления запасами (причем уже с учетом временной стоимости денег) менеджер анализирует ситуацию для некоторого звена цепи поставок, в рамках которой параметры оптимизируемой модели управления запасами представлены таблицей 8.1.

Таблица 8.1

Исходные данные в рамках рассматриваемой модели
(*с учетом временной стоимости денег*)

ПАРАМЕТРЫ **МОДЕЛИ**	ЗНАЧЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ
D – годовое потребление продукции	Параметр неизвестен: в рамках модели далее снова принимается два сценария его реализации (рис. 7.2)
C_h – годовые затраты на хранение единицы продукции, в $	0,6
C_{01} - накладные расходы на каждую поставку у первого поставщика, $	20
C_{02} - накладные расходы на каждую поставку у второго поставщика, $	15
$C_{П1}$ – цена закупки единицы продукции у первого поставщика, $	3
$C_{П2}$ – цена закупки единицы продукции у второго поставщика, $	2,5
C_s – цена реализации единицы продукции, $	Параметр неизвестен: в рамках модели далее снова принимается два сценария его реализации (рис. 7.2)
r – годовая ставка наращения	$r = 0,2$
Понижающий коэффициент α_{I+} для выручки при *благоприятном* исходе реализации продукции *первого* поставщика	Сценарий I(+) $\alpha_{I+} = 1$
Понижающий коэффициент α_{I-} для выручки при *неблагоприятном* исходе реализации продукции *первого* поставщика	Сценарий I(-) $\alpha_{I-} = 0,9$
Понижающий коэффициент α_{II+} для выручки при *благоприятном* исходе реализации продукции *второго* поставщика	Сценарий II(+) $\alpha_{II+} = 1$
Понижающий коэффициент α_{II-} для выручки при *неблагоприятном* исходе реализации продукции *второго* поставщика	Сценарий II(-) $\alpha_{II-} = 0,6$

Параметры модели, и сценарии их реализации остаются прежними, т.е. как и в оптимизационной модели, рассмотренной в предыдущей главе. Однако, дополнительно учитывается временная стоимость денег. При этом задана годовая ставка наращения: она принята равной $r = 0{,}2$.

Полная группа случайных событий в рамках рассматриваемого примера остается прежней (см. модель главы 7). При этом перечень анализируемых альтернативных решений, как уже отмечалось выше, также включает шесть решений: $\{X_1, X_2, ..., X_6\}$. Соответственно с учетом требования учета временной стоимости денег альтернативные решения теперь (в отличие от модели главы 7) формализуются следующим образом.

- X_1 : в рамках этого решения ЛПР ориентируется на предполагаемое годовое потребление $D_2 = 8000$, причем поставки предполагаются только от *первого* поставщика; соответственно, при этом размер заказа в такой ситуации составляет $q_1^* = \sqrt{2C_{01}D_2/(C_h + rC_П)} = 516{,}4$ (далее в расчетах округляем до 520);
- X_2 : в рамках этого решения ЛПР ориентируется на предполагаемое годовое потребление $D_2 = 8000$, причем поставки предполагаются только от *второго* поставщика; соответственно, при этом размер заказа составляет $q_2^* = \sqrt{2C_{02}D_2/(C_h + rC_П)} = 447{,}2$ (далее в расчетах округляем до 450);
- X_3 : в рамках этого решения ЛПР ориентируется на предполагаемое годовое потребление $D_2 = 8000$, причем поставки предполагаются *равными долями* как от *первого,* так и от *второго* поставщика; соответственно, при этом размеры заказов соответствующих поставок составляют $q_{3а}^* = \sqrt{C_{01}D_2/(C_h + rC_П)} = 365{,}1$ (далее в расчетах округляем до 370) у *первого* поставщика и $q_{3б}^* = \sqrt{C_{02}D_2/(C_h + rC_П)} = 316{,}2$ (далее в расчетах округляем до 320) - у *второго* поставщика;
- X_4 : в рамках этого решения ЛПР ориентируется на предполагаемое годовое потребление $D_4 = 12000$, причем поставки предполагаются только от *первого* поставщика; соответственно, экономичный размер заказа при этом составляет $q_4^* = \sqrt{2C_{01}D_4/(C_h + rC_П)} = 632{,}4$ (далее в расчетах округляем до 630);
- X_5 : в рамках этого решения ЛПР ориентируется на предполагаемое годовое потребление $D_4 = 12000$, причем поставки предполагаются только от *второго* поставщика; соответственно, экономичный размер заказа при этом составляет $q_5^* = \sqrt{2C_{02}D_4/(C_h + rC_П)} = 547{,}7$ (далее в расчетах округляем до 550);
- X_6 : ЛПР ориентируется на предполагаемое годовое потребление $D_4 = 12000$, причем поставки предполагаются равными долями как от *первого,* так и от *второго* поставщика; соответственно, размеры заказов таких поставок составляют $q_{6а}^* = \sqrt{C_{01}D_4/(C_h + rC_П)} = 447{,}1$ (далее в расчетах округляем до 450) у *первого* поставщика и $q_{6б}^* = \sqrt{C_{02}D_4/(C_h + rC_П)} = 387{,}3$ (далее в расчетах округляем до 390) - у *второго* поставщика.

Для каждого из рассматриваемых ЛПР альтернативных решений можно отметить следующее. Размеры заказов применительно к представленной оптимизационной модели с учетом временной стоимости денег существенно отличаются от размеров заказов применительно к рассмотренной в главе 7 такой модели, но без учета временной стоимости денег. В частности, подчеркнем, что

1) указанное отличие реализуется именно в *сторону уменьшения размера заказа*;
2) отклонения этого параметра, которые обусловлены именно *учетом временной стоимости денег*, для указанных оптимизационных моделей управления запасами снова *имеют порядок 40 %.*

Перейдем к построению соответствующей матрицы полезностей, т.к. все параметры, которые необходимы для определения элементов такой матрицы, уже могут быть полностью формализованы. Для удобства изложения они сведены в табл. 8. 2 - 8.5. В табл. 8.2 они представлены для решений X_1 и X_2 применительно к каждому возможному случайному событию, влияющему на конечный экономический результат. Для решения X_3 соответствующие значения параметров представлены в табл. 8.3. В табл. 8.4 аналогичный набор параметров представлен для решений X_4 и X_5. Применительно к решению X_6 соответствующие значения параметров представлены в табл. 8.5.

Таблица 8.2

Параметры для определения элементов матрицы полезностей, соответствующих решениям X_1 и X_2

Полная группа событ.	Значения параметров, которые необходимо использовать для определения показателей прибыли применительно к следующим решениям ЛПР	
	X_1	X_2
θ_1	D = 8000; C_s = 3,2; $C_П$ = 3; C_0 = 20; q = 520; α = 1; K = 15; r_q = 0,01223	D = 8000; C_s = 3,2; $C_П$ = 2,5; C_0 = 15; q = 450; α = 1; K = 18; r_q = 0,01018
θ_2	D = 12000; C_s = 3,2; $C_П$ = 3; C_0 = 20; q = 520; α = 1; K = 23; r_q = 0,00796	D = 12000; C_s = 3,2; $C_П$ = 2,5; C_0 = 15; q = 450; α = 1; K = 27; r_q = 0,00678
θ_3	D = 8000; C_s = 3,6; $C_П$ = 3; C_0 = 20; q = 520; α = 1; K = 15; r_q = 0,01223	D = 8000; C_s = 3,6; $C_П$ = 2,5; C_0 = 15; q = 450; α = 1; K = 18; r_q = 0,01018
θ_4	D = 12000; C_s = 3,6; $C_П$ = 3; C_0 = 20; q = 520; α = 1; K = 23; r_q = 0,00796	D = 12000; C_s = 3,6; $C_П$ = 2,5; C_0 = 15; q = 450; α = 1; K = 27; r_q = 0,00678
θ_5	D = 8000; C_s = 3,2; $C_П$ = 3; C_0 = 20; q = 520; α = 0,9; K = 15; r_q = 0,01223	D = 8000; C_s = 3,2; $C_П$ = 2,5; C_0 = 15; q = 450; α = 1; K = 18; r_q = 0, 01018
θ_6	D = 12000; C_s = 3,2; $C_П$ = 3; C_0 = 20; q = 520; α = 0,9; K = 23; r_q = 0,00796	D = 12000; C_s = 3,2; $C_П$ = 2,5; C_0 = 15; q = 450; α = 1; K = 27; r_q = 0, 00678
θ_7	D = 8000; C_s = 3,6; $C_П$ = 3; C_0 = 20; q = 520; α = 0,9; K = 15; r_q = 0,01223	D = 8000; C_s = 3,6; $C_П$ = 2,5; C_0 = 15; q = 450; α = 1; K = 18; r_q = 0, 01018
θ_8	D = 12000; C_s = 3,6; $C_П$ = 3; C_0 = 20; q = 520; α = 0,9; K = 23; r_q = 0, 00796	D = 12000; C_s = 3,6; $C_П$ = 2,5; C_0 = 15; q = 450; α = 1;K = 27; r_q = 0, 00678
θ_9	D = 8000; C_s = 3,2; $C_П$ = 3; C_0 = 20; q = 520; α = 1; K = 15; r_q = 0, 01223	D = 8000; C_s = 3,2; $C_П$ = 2,5; C_0 = 15; q = 450; α = 0,6; K = 18; r_q = 0, 01018
θ_{10}	D = 12000; C_s = 3,2; $C_П$ = 3; C_0 = 20; q = 520;α = 1; K = 23; r_q = 0, 00796	D = 12000; C_s = 3,2; $C_П$ = 2,5; C_0 = 15; q = 450; α = 0,6; K = 27; r_q = 0, 00678
θ_{11}	D = 8000; C_s = 3,6; $C_П$ = 3; C_0 = 20; q = 520; α = 1; K = 15; r_q = 0, 01223	D = 8000; C_s = 3,6; $C_П$ = 2,5; C_0 = 15; q = 450; α = 0,6; K = 18; r_q = 0, 01018
θ_{12}	D = 12000; C_s = 3,6; $C_П$ = 3; C_0 = 20; q = 520; α = 1; K = 23; r_q = 0, 00796	D = 12000; C_s = 3,6; $C_П$ =2,5; C_0 = 15; q = 450; α = 0,6; K = 27; r_q = 0, 00678
θ_{13}	D = 8000; C_s = 3,2; $C_П$ = 3; C_0 = 20; q = 520; α = 0,9; K = 15;r_q = 0, 01223	D = 8000; C_s = 3,2; $C_П$ = 2,5; C_0 = 15; q = 450; α = 0,6; K = 18; r_q = 0, 01018
θ_{14}	D = 12000; C_s = 3,2; $C_П$ = 3; C_0 = 20; q = 520; α = 0,9; K = 23; r_q = 0, 00796	D = 12000; C_s = 3,2; $C_П$ = 2,5; C_0 = 15; q = 450; α = 0,6; K = 27; r_q = 0, 00678
θ_{15}	D = 8000; C_s = 3,6; $C_П$ = 3; C_0 = 20; q = 520; α = 0,9; K = 15; r_q = 0, 01223	D = 8000; C_s = 3,6; $C_П$ = 2,5; C_0 = 15; q = 450; α = 0,6; K = 18; r_q = 0, 01018
θ_{16}	D = 12000; C_s = 3,6; $C_П$ = 3; C_0 = 20; q = 520; α = 0,9; K = 23; r_q = 0, 00796	D = 12000; C_s = 3,6; $C_П$ = 2,5; C_0 = 15; q = 450; α = 0,6; K = 27; r_q = 0, 00678

Таблица 8.3

Параметры для определения элементов матрицы полезностей,
соответствующих решению X_3

Полная группа событ.	Значения параметров, которые необходимо использовать для определения показателей прибыли применительно к решению X_3	
	Поставщик I	Поставщик II
θ_1	D = 4000; C_s = 3,2; $C_П$ = 3; C_0 = 20; q = 370; α = 1; K = 11; r_q = 0,01671	D = 4000; C_s = 3,2; $C_П$ = 2,5; C_0 = 15; q = 320; α = 1; K = 13; r_q = 0,01412
θ_2	D = 6000; C_s = 3,2; $C_П$ = 3; C_0 = 20; q = 370; α = 1; K = 16; r_q = 0,01072	D = 6000; C_s = 3,2; $C_П$ = 2,5; C_0 = 15; q = 320; α = 1; K = 19; r_q = 0,00964
θ_3	D = 4000; C_s = 3,6; $C_П$ = 3; C_0 = 20; q = 370; α = 1; K = 11; r_q = 0,01671	D = 4000; C_s = 3,6; $C_П$ = 2,5; C_0 = 15; q = 320; α = 1; K = 13; r_q = 0,01412
θ_4	D = 6000; C_s = 3,6; $C_П$ = 3; C_0 = 20; q = 370; α = 1; K = 16; r_q = 0,01072	D = 6000; C_s = 3,6; $C_П$ = 2,5; C_0 = 15; q = 320; α = 1; K = 19; r_q = 0,00964
θ_5	D = 4000; C_s = 3,2; $C_П$ = 3; C_0 = 20; q = 370; α = 0,9; K = 11; r_q = 0,01671	D = 4000; C_s = 3,2; $C_П$ = 2,5; C_0 = 15; q = 320; α = 1; K = 13; r_q = 0,01412
θ_6	D = 6000; C_s = 3,2; $C_П$ = 3; C_0 = 20;	D = 6000; C_s = 3,2; $C_П$ = 2,5; C_0 = 15; q = 320;

	q = 370; α = 0,9; K = 16; r_q = 0,01072	α = 1; K = 19; r_q = 0,00964
θ_7	D = 4000; C_s = 3,6; $C_П$ = 3; C_0 = 20; q = 370; α = 0,9; K = 11; r_q = 0,01671	D = 4000; C_s = 3,6; $C_П$ = 2,5; C_0 = 15; q = 320; α = 1; K = 13; r_q = 0,01412
θ_8	D = 6000; C_s = 3,6; $C_П$ = 3; C_0 = 20; q = 370; α = 0,9; K = 16; r_q = 0,01072	D = 6000; C_s = 3,6; $C_П$ = 2,5; C_0 = 15; q = 320; α = 1;K = 19; r_q = 0,00964
θ_9	D = 4000; C_s = 3,2; $C_П$ = 3; C_0 = 20; q = 370; α = 1; K = 11; r_q = 0, 01671	D = 4000; C_s = 3,2; $C_П$ = 2,5; C_0 = 15; q = 320; α = 0,6; K = 13; r_q = 0,01412
θ_{10}	D = 6000; C_s = 3,2; $C_П$ = 3; C_0 = 20; q = 370;α = 1; K = 16; r_q = 0,01072	D = 6000; C_s = 3,2; $C_П$ = 2,5; C_0 = 15; q = 320; α = 0,6; K = 19; r_q = 0,00964
θ_{11}	D = 4000; C_s = 3,6; $C_П$ = 3; C_0 = 20; q = 370; α = 1; K = 11; r_q = 0,01671	D = 4000; C_s = 3,6; $C_П$ = 2,5; C_0 = 15; q = 320; α = 0,6; K = 13; r_q = 0,01412
θ_{12}	D = 6000; C_s = 3,6; $C_П$ = 3; C_0 = 20; q = 370; α = 1; K = 16; r_q = 0,01072	D = 6000; C_s = 3,6; $C_П$ =2,5; C_0 = 15; q = 320;α = 0,6; K = 19; r_q = 0,00964
θ_{13}	D = 4000; C_s = 3,2; $C_П$ = 3; C_0 = 20; q = 370; α = 0,9; K = 11;r_q = 0, 01671	D = 4000; C_s = 3,2; $C_П$ = 2,5; C_0 = 15; q = 320;α = 0,6; K = 13; r_q = 0,01412
θ_{14}	D = 6000; C_s = 3,2; $C_П$ = 3; C_0 = 20; q = 370; α = 0,9; K = 16; r_q = 0,01072	D = 6000; C_s = 3,2; $C_П$ = 2,5; C_0 = 15; q = 320; α = 0,6; K = 19; r_q = 0,00964
θ_{15}	D = 4000; C_s = 3,6; $C_П$ = 3; C_0 = 20; q = 370; α = 0,9; K = 11; r_q = 0,01671	D = 4000; C_s = 3,6; $C_П$ = 2,5; C_0 = 15; q = 320; α = 0,6; K = 13; r_q = 0,01412
θ_{16}	D = 6000; C_s = 3,6; $C_П$ = 3; C_0 = 20; q = 370; α = 0,9; K = 16; r_q = 0,01072	D = 6000; C_s = 3,6; $C_П$ = 2,5; C_0 = 15; q = 320; α = 0,6; K = 19; r_q = 0,00964

Таблица 8.4

Параметры для определения элементов матрицы полезностей, соответствующих решениям X_4 и X_5

Полная группа событ.	Значения параметров, которые необходимо использовать для определения показателей прибыли применительно к следующим решениям ЛПР	
	X_4	X_5
θ_1	D = 8000; C_s = 3,2; $C_П$ = 3; C_0 = 20; q = 630; α = 1; K = 13; r_q = 0,014123	D = 8000; C_s = 3,2; $C_П$ = 2,5; C_0 = 15; q = 550; α = 1; K = 15; r_q = 0,012228
θ_2	D = 12000; C_s = 3,2; $C_П$ = 3; C_0 = 20; q = 630; α = 1; K = 19; r_q = 0,009642	D = 12000; C_s = 3,2; $C_П$ = 2,5; C_0 = 15; q = 550; α = 1; K = 22; r_q = 0,008321
θ_3	D = 8000; C_s = 3,6; $C_П$ = 3; C_0 = 20; q = 630; α = 1; K = 13; r_q = 0,014123	D = 8000; C_s = 3,6; $C_П$ = 2,5; C_0 = 15; q = 550; α = 1; K = 15; r_q = 0,012228
θ_4	D = 12000; C_s = 3,6; $C_П$ = 3; C_0 = 20; q = 630; α = 1; K = 19; r_q = 0,009642	D = 12000; C_s = 3,6; $C_П$ = 2,5; C_0 = 15; q = 550; α = 1; K = 22; r_q = 0,008321
θ_5	D = 8000; C_s = 3,2; $C_П$ = 3; C_0 = 20; q = 630; α = 0,9; K = 13; r_q = 0,014123	D = 8000; C_s = 3,2; $C_П$ = 2,5; C_0 = 15; q = 550; α = 1; K = 15; r_q = 0,012228
θ_6	D = 12000; C_s = 3,2; $C_П$ = 3; C_0 = 20; q = 630; α = 0,9; K = 19; r_q = 0,009642	D = 12000; C_s = 3,2; $C_П$ = 2,5; C_0 = 15; q = 550; α = 1; K = 22; r_q = 0,008321
θ_7	D = 8000; C_s = 3,6; $C_П$ = 3; C_0 = 20; q = 630; α = 0,9; K = 13; r_q = 0,014123	D = 8000; C_s = 3,6; $C_П$ = 2,5; C_0 = 15; q = 550; α = 1; K = 15; r_q = 0,012228
θ_8	D = 12000; C_s = 3,6; $C_П$ = 3; C_0 = 20; q = 630; α = 0,9; K = 19; r_q = 0,009642	D = 12000; C_s = 3,6; $C_П$ = 2,5; C_0 = 15; q = 550; α = 1; K = 22; r_q = 0, 008321
θ_9	D = 8000; C_s = 3,2; $C_П$ = 3; C_0 = 20; q = 630; α = 1; K = 13; r_q = 0,014123	D = 8000; C_s = 3,2; $C_П$ = 2,5; C_0 = 15; q = 550; α = 0,6; K = 15; r_q = 0,012228
θ_{10}	D = 12000; C_s = 3,2; $C_П$ = 3; C_0 = 20; q = 630; α = 1; K = 19; r_q = 0,009642	D = 12000; C_s = 3,2; $C_П$ = 2,5; C_0 = 15; q = 550; α = 0,6; K = 22; r_q = 0,008321
θ_{11}	D = 8000; C_s = 3,6; $C_П$ = 3; C_0 = 20; q = 630; α = 1; K = 13; r_q = 0,014123	D = 8000; C_s = 3,6; $C_П$ = 2,5; C_0 = 15; q = 550; α = 0,6; K = 15; r_q = 0,012228
θ_{12}	D = 12000; C_s = 3,6; $C_П$ = 3; C_0 = 20; q = 630; α = 1; K = 19; r_q = 0,009642	D = 12000; C_s = 3,6; $C_П$ = 2,5; C_0 = 15; q = 550; α = 0,6; K = 22; r_q = 0,008321
θ_{13}	D = 8000; C_s = 3,2; $C_П$ = 3; C_0 = 20; q = 630; α = 0,9; K = 13; r_q = 0,014123	D = 8000; C_s = 3,2; $C_П$ = 2,5; C_0 = 15; q = 550; α = 0,6; K = 15; r_q = 0,012228
θ_{14}	D = 12000; C_s = 3,2; $C_П$ = 3; C_0 = 20; q = 630;	D = 12000; C_s = 3,2; $C_П$ = 2,5; C_0 = 15;

	α = 0,9; K = 19; r_q = 0,009642	q = 550; α = 0,6; K = 22; r_q = 0,008321
θ_{15}	D = 8000; C_s = 3,6; $C_П$ = 3; C_0 = 20; q = 630; α = 0,9; K = 13; r_q = 0,014123	D = 8000; C_s = 3,6; $C_П$ = 2,5; C_0 = 15; q = 550; α = 0,6; K = 15; r_q = 0,012228
θ_{16}	D = 12000; C_s = 3,6; $C_П$ = 3; C_0 = 20; q = 630; α = 0,9; K = 19; r_q = 0,009642	D = 12000; C_s = 3,6; $C_П$ = 2,5; C_0 = 15; q = 550; α = 0,6; K = 22; r_q = 0,008321

Таблица 8.5

Параметры для определения элементов матрицы полезностей, соответствующих решению X_6

Полная группа событ.	Значения параметров, которые необходимо использовать для определения показателей прибыли применительно к решению X_6	
	Поставщик I	Поставщик II
θ_1	D = 4000; C_s = 3,2; $C_П$ = 3; C_0 = 20; q = 450; α = 1; K = 9; r_q = 0,020465	D = 4000; C_s = 3,2; $C_П$ = 2,5; C_0 = 15; q = 390; α = 1; K = 10; r_q = 0,018399
θ_2	D = 6000; C_s = 3,2; $C_П$ = 3; C_0 = 20; q = 450; α = 1; K = 13; r_q = 0,014123	D = 6000; C_s = 3,2; $C_П$ = 2,5; C_0 = 15; q = 390; α = 1; K = 15; r_q = 0,012228
θ_3	D = 4000; C_s = 3,6; $C_П$ = 3; C_0 = 20; q = 450; α = 1; K = 9; r_q = 0,020465	D = 4000; C_s = 3,6; $C_П$ = 2,5; C_0 = 15; q = 390; α = 1; K = 10; r_q = 0,018399
θ_4	D = 6000; C_s = 3,6; $C_П$ = 3; C_0 = 20; q = 450; α = 1; K = 13; r_q = 0,014123	D = 6000; C_s = 3,6; $C_П$ = 2,5; C_0 = 15; q = 390; α = 1; K = 15; r_q =0,012228
θ_5	D = 4000; C_s = 3,2; $C_П$ = 3; C_0 = 20; q = 450; α = 0,9; K = 9; r_q = 0,020465	D = 4000; C_s = 3,2; $C_П$ = 2,5; C_0 = 15; q = 390; α = 1; K = 10; r_q =0,018399
θ_6	D = 6000; C_s = 3,2; $C_П$ = 3; C_0 = 20; q = 450; α = 0,9; K = 13; r_q = 0,014123	D = 6000; C_s = 3,2; $C_П$ = 2,5; C_0 = 15; q = 390; α = 1; K = 15; r_q = 0,012228
θ_7	D = 4000; C_s = 3,6; $C_П$ = 3; C_0 = 20; q = 450; α = 0,9; K = 9; r_q =0,020465	D = 4000; C_s = 3,6; $C_П$ = 2,5; C_0 = 15; q = 390; α = 1; K = 10; r_q =0,018399
θ_8	D = 6000; C_s = 3,6; $C_П$ = 3; C_0 = 20; q = 450; α = 0,9; K = 13; r_q = 0,014123	D = 6000; C_s = 3,6; $C_П$ = 2,5; C_0 = 15; q = 390; α = 1; K = 15; r_q =0,012228
θ_9	D = 4000; C_s = 3,2; $C_П$ = 3; C_0 = 20; q = 450; α = 1; K =9; r_q = 0,020465	D = 4000; C_s = 3,2; $C_П$ = 2,5; C_0 = 15; q = 390; α = 0,6; K = 10; r_q = 0,018399
θ_{10}	D = 6000; C_s = 3,2; $C_П$ = 3; C_0 = 20; q = 450; α = 1; K = 13; r_q = 0,014123	D = 6000; C_s = 3,2; $C_П$ = 2,5; C_0 = 15; q = 390; α = 0,6; K = 15; r_q =0,012228
θ_{11}	D = 4000; C_s = 3,6; $C_П$ = 3; C_0 = 20; q = 450; α = 1; K = 9; r_q = 0,020465	D = 4000; C_s = 3,6; $C_П$ = 2,5; C_0 = 15; q = 390; α = 0,6; K = 10; r_q =0,018399
θ_{12}	D = 6000; C_s = 3,6; $C_П$ = 3; C_0 = 20; q = 450; α = 1; K = 13; r_q =0,014123	D = 6000; C_s = 3,6; $C_П$ = 2,5; C_0 = 15; q = 390; α = 0,6; K = 15; r_q =0,012228
θ_{13}	D = 4000; C_s = 3,2; $C_П$ = 3; C_0 = 20; q = 450; α = 0,9; K = 9; r_q =0,020465	D = 4000; C_s = 3,2; $C_П$ = 2,5; C_0 = 15; q = 390; α = 0,6; K = 10; r_q =0,018399
θ_{14}	D = 6000; C_s = 3,2; $C_П$ = 3; C_0 = 20; q = 450; α = 0,9; K = 13; r_q =0,014123	D = 6000; C_s = 3,2; $C_П$ = 2,5; C_0 = 15; q = 390; α = 0,6; K = 15; r_q =0,012228
θ_{15}	D = 4000; C_s = 3,6; $C_П$ = 3; C_0 = 20; q = 450; α = 0,9; K = 9; r_q =0,020465	D = 4000; C_s = 3,6; $C_П$ = 2,5; C_0 = 15; q = 390; α = 0,6; K = 10; r_q =0,018399
θ_{16}	D = 6000; C_s = 3,6; $C_П$ = 3; C_0 = 20; q = 450; α = 0,9; K = 13; r_q =0,014123	D = 6000; C_s = 3,6; $C_П$ = 2,5; C_0 = 15; q = 390; α = 0,6; K = 15; r_q =0,012228

В соответствии с представленным выше алгоритмом (используя приведенные в табл. 8.2 - 8.5 значения требуемых параметров для определения конечного экономического результата прибыли в каждой конкретной ситуации) определяем элементы матрицы полезностей. Для рассматриваемой задачи оптимизации стратегии управления запасами с учетом временной стоимости денег такая матрица представлена в табл. 8.6.

Таблица 8.6

Матрица полезностей с учетом временной стоимости денег

Решен. / Событ.	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6
θ_1	1066,9	5548,1	3042,7	1051,6	5529,9	3019,5
θ_2	1773,8	8478,2	4796,2	1789,4	8485,6	4812,8
θ_3	4556,6	9039,7	6525,2	4536,6	9017,4	6495,8
θ_4	7018,6	13724,9	10033,9	7029,5	13728,1	10044,2
θ_5	-1724,8	5548,1	1650,2	-1736,5	5529,9	1629,7
θ_6	-2421,9	8478,2	2701,7	-2402,7	8485,6	2720,9
θ_7	1415,8	9039,7	4958,7	1400,1	9017,3	4932,2
θ_8	2298,3	13724,9	7677,6	2313,4	13728,1	7690,8
θ_9	1066,9	-5625,1	-2531,6	1051,5	-5629,9	-2545,3
θ_{10}	1773,8	-8311,5	-3586,3	1789,4	-8290,7	-3560,2
θ_{11}	4556,6	-3530,2	254,2	4536,6	-3537,5	235,4
θ_{12}	7018,6	-5163,4	603,6	7029,5	-5145,1	624,6
θ_{13}	-1724,8	-5625,1	-3924,1	-1736,5	-5629,9	-3935,2
θ_{14}	-2421,9	-8311,5	-5680,8	-2402,7	-8290,7	-5652,1
θ_{15}	1415,8	-3530,2	-1312,4	1400,1	-3537,5	-1328,2
θ_{16}	2298,3	-5163,4	-1752,7	2313,4	-5145,1	-1728,8

Зная матрицу полезностей, обратимся к процедурам выбора наилучшего решения. Сначала реализуем процедуры оптимального выбора на основе критериев, которые были представлены в первой части книги.

4. Оптимальная стратегия с учетом временной стоимости денег и позиции ЛПР к неопределенности конечного результата: традиционные критерии

Выбор на основе максиминного критерия (ММ – критерий). Реализация соответствующих процедур представлена в табл. 8.7.

Таблица 8.7

Выбор наилучшего решения на основе максиминного критерия с учетом временной стоимости денег

Решен. / Событ.	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6
θ_1	1066,9	5548,1	3042,7	1051,6	5529,9	3019,5
θ_2	1773,8	8478,2	4796,2	1789,4	8485,6	4812,8
θ_3	4556,6	9039,7	6525,2	4536,6	9017,4	6495,8
θ_4	7018,6	13724,9	10033,9	7029,5	13728,1	10044,2
θ_5	-1724,8	5548,1	1650,2	-1736,5	5529,9	1629,7
θ_6	-2421,9	8478,2	2701,7	-2402,7	8485,6	2720,9
θ_7	1415,8	9039,7	4958,7	1400,1	9017,3	4932,2
θ_8	2298,3	13724,9	7677,6	2313,4	13728,1	7690,8
θ_9	1066,9	-5625,1	-2531,6	1051,5	-5629,9	-2545,3

θ_{10}	1773,8	-8311,5	-3586,3	1789,4	-8290,7	-3560,2
θ_{11}	4556,6	-3530,2	254,2	4536,6	-3537,5	235,4
θ_{12}	7018,6	-5163,4	603,6	7029,5	-5145,1	624,6
θ_{13}	-1724,8	-5625,1	-3924,1	-1736,5	-5629,9	-3935,2
θ_{14}	-2421,9	-8311,5	-5680,8	-2402,7	-8290,7	-5652,1
θ_{15}	1415,8	-3530,2	-1312,4	1400,1	-3537,5	-1328,2
θ_{16}	2298,3	-5163,4	-1752,7	2313,4	-5145,1	-1728,8
Показатели K_j	-2421,9	-8311,5	-5680,8	**-2402,7**	-8290,7	-5652,1

Наилучшее для ЛПР решение при максимином критерии *с учетом временной стоимости денег* представляет альтернатива X_4 . Подчеркнем, что практически эквивалентной ей, будет альтернатива X_1 . Оба указанные решения для модели с учетом временной стоимости денег предпочитают более надежного поставщика. Это обусловливается ожидаемыми потерями прибыли из-за возможных претензий к качеству товара, даже, несмотря на более дешевые поставки от другого поставщика. Обратите внимание на то, что выбор оказался таким же, как и применительно к модели без учета временной стоимости денег. Однако *параметры оптимальной стратегии теперь существенно отличаются*. В частности, если процентные ставки, действующие на рынке, не учитывать, то в формате такой модели размер партии заказа оказывается завышенным: 890 (ед тов.) вместо 630(ед. тов.). Как видим, указанное завышение имеет порядок 40 %.

Выбор на основе оптимистического критерия (H – критерий). Реализация соответствующих процедур представлена в табл. 8.8.

Таблица 8.8

Выбор наилучшего решения на основе оптимистического критерия
с учетом временной стоимости денег

Решен. / Событ.	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6
θ_1	1066,9	5548,1	3042,7	1051,6	5529,9	3019,5
θ_2	1773,8	8478,2	4796,2	1789,4	8485,6	4812,8
θ_3	4556,6	9039,7	6525,2	4536,6	9017,4	6495,8
θ_4	7018,6	13724,9	10033,9	7029,5	13728,1	10044,2
θ_5	-1724,8	5548,1	1650,2	-1736,5	5529,9	1629,7
θ_6	-2421,9	8478,2	2701,7	-2402,7	8485,6	2720,9
θ_7	1415,8	9039,7	4958,7	1400,1	9017,3	4932,2
θ_8	2298,3	13724,9	7677,6	2313,4	13728,1	7690,8
θ_9	1066,9	-5625,1	-2531,6	1051,5	-5629,9	-2545,3
θ_{10}	1773,8	-8311,5	-3586,3	1789,4	-8290,7	-3560,2
θ_{11}	4556,6	-3530,2	254,2	4536,6	-3537,5	235,4
θ_{12}	7018,6	-5163,4	603,6	7029,5	-5145,1	624,6
θ_{13}	-1724,8	-5625,1	-3924,1	-1736,5	-5629,9	-3935,2
θ_{14}	-2421,9	-8311,5	-5680,8	-2402,7	-8290,7	-5652,1
θ_{15}	1415,8	-3530,2	-1312,4	1400,1	-3537,5	-1328,2
θ_{16}	2298,3	-5163,4	-1752,7	2313,4	-5145,1	-1728,8
Показатели K_j	7018,6	13724,9	10033,9	7029,5	**13728,1**	10044,2

Если *учитывать временную стоимость денег*, наилучшее для ЛПР решение в рамках крайнего оптимистического критерия представляет альтернатива X_5 (как и для модели без учета временной стоимости денег). Практически эквивалентной ей в формате этого критерия является альтернатива X_2 (сравните их показатели в последней строке таблицы 8.8). Оба эти решения ориентируют ЛПР на поставщика, применительно к которому затраты на поставки и стоимость товара будут наименьшими (несмотря на возможные более значительные издержки из-за качества товара, относительно которых неявно предполагается благоприятный исход). Подчеркнем, что и в формате этого критерия для модели без учета процентных ставок оптимальный размер заказа оказался завышенным: 770 (ед. тов.) вместо 550 (ед. тов.). Как видим, для *H*-критерия указанное завышение опять имеет порядок 40%. Это соответственно отразится также и на величине издержек, обусловливаемых замороженными в запасах и страховых запасах денежными средствами.

Выбор на основе нейтрального критерия (N – критерий). Реализация соответствующих процедур представлена в табл. 8.9.

Таблица 8.9

Выбор наилучшего решения на основе нейтрального критерия
с учетом временной стоимости денег

Решен. / Событ.	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6
θ_1	1066,9	5548,1	3042,7	1051,6	5529,9	3019,5
θ_2	1773,8	8478,2	4796,2	1789,4	8485,6	4812,8
θ_3	4556,6	9039,7	6525,2	4536,6	9017,4	6495,8
θ_4	7018,6	13724,9	10033,9	7029,5	13728,1	10044,2
θ_5	-1724,8	5548,1	1650,2	-1736,5	5529,9	1629,7
θ_6	-2421,9	8478,2	2701,7	-2402,7	8485,6	2720,9
θ_7	1415,8	9039,7	4958,7	1400,1	9017,3	4932,2
θ_8	2298,3	13724,9	7677,6	2313,4	13728,1	7690,8
θ_9	1066,9	-5625,1	-2531,6	1051,5	-5629,9	-2545,3
θ_{10}	1773,8	-8311,5	-3586,3	1789,4	-8290,7	-3560,2
θ_{11}	4556,6	-3530,2	254,2	4536,6	-3537,5	235,4
θ_{12}	7018,6	-5163,4	603,6	7029,5	-5145,1	624,6
θ_{13}	-1724,8	-5625,1	-3924,1	-1736,5	-5629,9	-3935,2
θ_{14}	-2421,9	-8311,5	-5680,8	-2402,7	-8290,7	-5652,1
θ_{15}	1415,8	-3530,2	-1312,4	1400,1	-3537,5	-1328,2
θ_{16}	2298,3	-5163,4	-1752,7	2313,4	-5145,1	-1728,8
Показатели K_j	1747,9	**1770,1**	1466,0	1747,6	1769,7	1466,0

Полученные результаты прокомментируем следующим образом. При *учете временной стоимости денег* в рамках нейтрального критерия наилучшее для ЛПР решение будет представлено альтернативой X_2. Кроме того, практически эквивалентной ей будет альтернатива X_5. Однако при этом, и для остальных анализируемых решений соответствующие показатели критерия дают почти совпадающие результаты. Как видим, и для нейтрального критерия ситуация вполне соответствует той, которая имела место в случае модели без учета временной стоимости денег. При этом *параметры оптимальной стратегии снова существенно отличаются*. Для оптимальной стратегии без учета процентных ставок размер партии заказа и при этом критерии оказался завышенным на 40%: 630 (ед. тов.), в то время как оптимальный размер заказа составляет 450 (ед. тов.), если временную стоимость денег учитывать.

Выбор на основе критерия Сэвиджа (S – критерий). Сначала переходим к матрице потерь, по которой найдем оптимальное решение. Реализация соответствующих процедур представлена в табл. 8.10.

Таблица 8.10

Матрица потерь для выбора наилучшего решения по критерию Сэвиджа
с учетом временной стоимости денег

Решен. / Событ.	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6
θ_1	4481,2	0	2505,4	4496,5	18,2	2528,6
θ_2	6711,8	7,4	3689,4	6585,6	0	3672,8
θ_3	4483,2	0	2514,5	4503,1	22,4	2543,9
θ_4	6709,5	3,2	3694,2	6698,6	0	3683,9
θ_5	7273,0	0	3897,9	7284,6	18,2	3918,4
θ_6	10907,6	7,5	5783,9	10888,4	0	5764,7
θ_7	7623,9	0	4081,0	7639,6	22,4	4107,5
θ_8	11429,8	3,2	6050,5	11414,7	0	6037,3
θ_9	0	6692,2	3598,5	15,3	6696,8	3612,2
θ_{10}	15,6	10100,9	5375,5	0	10080,1	5349,6
θ_{11}	0	8086,7	4302,3	19,9	8094,0	4321,1
θ_{12}	10,9	12192,9	6425,9	0	12174,6	6404,9
θ_{13}	0	3900,2	2199,2	11,6	3905,1	2210,3
θ_{14}	19,1	5908,7	3278,0	0	5887,9	3249,3
θ_{15}	0	4946,0	2728,2	15,7	4953,3	3044,0
θ_{16}	15,1	7476,8	4066,1	0	7458,5	4042,2
Показатели K_j	11429,8	12192,9	6425,9	11414,7	12174,6	**6404,9**

Приведем соответствующий комментарий. Если *учитывать временную стоимость денег*, то наилучшее для ЛПР решение по критерию Сэвиджа снова (как и для модели без учета временной структуры процентных ставок) будет представлено альтернативой X_6 . Приемлемой для ЛПР альтернативой в рамках этого критерия оказывается также и X_3 (сравните их соответствующие показатели K_j в задаче минимизации потерь). Оба указанные решения, как и ранее, базируются (как это было в рамках этого критерия применительно к модели без учета временной стоимости денег) *на стратегии диверсификации поставок* между анализируемыми поставщиками. Они ориентируют ЛПР на перераспределение (диверсификацию) планируемого объема поставок товара между поставщиками. Обратите внимание также на то, что полученный ранее результат для размера партии заказа (в формате модели без учета процентных ставок) и здесь оказался завышенным, примерно на 40 %, по сравнению с оптимальным результатом для рассматриваемой модели с учетом временной стоимости денег.

Выбор на основе критерия Гурвица (HW – критерий). Для компактности изложения далее соответствующие расчеты в рамках критерия Гурвица приведены только для двух разных вариантов отношения ЛПР к риску потерь прибыли. А именно, - когда “весовой” коэффициент принимает следующие значения:

- c = 0,8 (позиция, более близкая к позиции крайнего пессимизма);
- c = 0,2 (позиция, более близкая к позиции крайнего оптимизма).

Реализация соответствующих процедур представлена в табл. 8.11.

Таблица 8.11

Выбор наилучшего решения по критерию Гурвица
с учетом временной стоимости денег

Решен. / События	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6
θ_1	1066,9	5548,1	3042,7	1051,6	5529,9	3019,5
θ_2	1773,8	8478,2	4796,2	1789,4	8485,6	4812,8
θ_3	4556,6	9039,7	6525,2	4536,6	9017,4	6495,8
θ_4	7018,6	13724,9	10033,9	7029,5	13728,1	10044,2
θ_5	-1724,8	5548,1	1650,2	-1736,5	5529,9	1629,7
θ_6	-2421,9	8478,2	2701,7	-2402,7	8485,6	2720,9
θ_7	1415,8	9039,7	4958,7	1400,1	9017,3	4932,2
θ_8	2298,3	13724,9	7677,6	2313,4	13728,1	7690,8
θ_9	1066,9	-5625,1	-2531,6	1051,5	-5629,9	-2545,3
θ_{10}	1773,8	-8311,5	-3586,3	1789,4	-8290,7	-3560,2
θ_{11}	4556,6	-3530,2	254,2	4536,6	-3537,5	235,4
θ_{12}	7018,6	-5163,4	603,6	7029,5	-5145,1	624,6
θ_{13}	-1724,8	-5625,1	-3924,1	-1736,5	-5629,9	-3935,2
θ_{14}	-2421,9	-8311,5	-5680,8	-2402,7	-8290,7	-5652,1
θ_{15}	1415,8	-3530,2	-1312,4	1400,1	-3537,5	-1328,2
θ_{16}	2298,3	-5163,4	-1752,7	2313,4	-5145,1	-1728,8
Показатели K_{MMj}	-2421,9	-8311,5	-5680,8	**-2402,7**	-8290,7	-5652,1
Показатели K_{Hj}	7018,6	13724,9	10033,9	7029,5	**13728,1**	10044,2
K_j при c = 0,8	-533,8	-3904,2	-2537,8	**-516,3**	-3887,0	-2512,9
K_j при c = 0,2	5130,5	9317,5	6890,9	5143,1	**9324,4**	6905,0

Наилучшее для ЛПР решение в случае, когда используется критерий Гурвица при $c = 0,8$, представлено альтернативой X_4 (при этом достойной альтернативой будет также X_1). Следовательно, главная особенность наилучшего решения при более осторожном отношении к риску в рамках критерия Гурвица – ориентация на первого поставщика. При $c = 0,2$ наилучшее для ЛПР решение представлено альтернативой X_5 (причем вполне конкурентной альтернативой ей будет в указанном случае X_2). Следовательно, главная особенность наилучшего решения при более оптимистическом отношении к риску в рамках критерия Гурвица – ориентация на второго поставщика. Подчеркнем, что имеют место совпадения с результатами выбора по этому критерию, в сравнении с рассмотренной ранее ситуацией, когда временная стоимость денег не учитывается. Обратим внимание на то, что *параметры оптимальной стратегии для этих альтернатив существенно отличаются*. А именно, если не учитывать процентные ставки, то размер заказа оказывается завышенным снова, примерно на 40 %. Это приведет и к соответствующему завышению объема денежных средств, замороженных в запасах и в страховоом запасе.

Продолжим иллюстрацию процедур выбора наилучшего решения. Реализуем такие процедуры на основе модифицированных критериев, которые были представлены во второй части книги.

5. Оптимальная стратегия: модифицированные критерии

Выбор на основе модифицированного критерия Гурвица применительно к матрице потерь Сэвиджа ($HW_{mod(S)}$ - критерий). Реализация требуемых процедур представлена в табл. 8.12 для различных значений «весового» коэффициента «с» применительно к этой модификации критерия Гурвица. Для иллюстрации особенностей выбора в формате этого критерия с учетом временной стоимости денег, анализ проведен (как и для модели без учета временной структуры процентных ставок действующей на рынке) для всех возможных значений параметра «с» с шагом 0,1. Выбираемое решение при каждом значении «с» выделено в соответствующей строке матрицы потерь жирным шрифтом.

Таблица 8.12

Матрица потерь для выбора наилучшего решения
по модифицированному критерию Гурвица при разных значениях «*c*»
с учетом временной стоимости денег

Решен. / Событ.	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6
θ_1	4481,2	0	2505,4	4496,5	18,2	2528,6
θ_2	6711,8	7,4	3689,4	6585,6	0	3672,8
θ_3	4483,2	0	2514,5	4503,1	22,4	2543,9
θ_4	6709,5	3,2	3694,2	6698,6	0	3683,9
θ_5	7273,0	0	3897,9	7284,6	18,2	3918,4
θ_6	10907,6	7,5	5783,9	10888,4	0	5764,7
θ_7	7623,9	0	4081,0	7639,6	22,4	4107,5
θ_8	11429,8	3,2	6050,5	11414,7	0	6037,3
θ_9	0	6692,2	3598,5	15,3	6696,8	3612,2
θ_{10}	15,6	10100,9	5375,5	0	10080,1	5349,6
θ_{11}	0	8086,7	4302,3	19,9	8094,0	4321,1
θ_{12}	10,9	12192,9	6425,9	0	12174,6	6404,9
θ_{13}	0	3900,2	2199,2	11,6	3905,1	2210,3
θ_{14}	19,1	5908,7	3278,0	0	5887,9	3249,3
θ_{15}	0	4946,0	2728,2	15,7	4953,3	3044,0
θ_{16}	15,1	7476,8	4066,1	0	7458,5	4042,2
K_j *c* =1	11429,8	12192,9	6425,9	11414,7	12174,6	**6404,9**
K_j *c* =0,9	10286,8	10973,6	6003,2	10273,2	10957,1	**5985,4**
K_j *c* =0,8	9143,8	9754,3	5580,5	9131,8	9739,7	**5566,0**
K_j *c* =0,7	8000,9	8535,0	5157,9	7990,3	8522,2	**5146,5**
K_j *c* =0,6	6857,9	7315,7	4735,2	6848,8	7304,8	**4727,1**
K_j *c* =0,5	5714,9	6096,4	4312,6	5707,4	6087,3	**4307,6**
K_j *c* =0,4	4571,9	4877,2	3889,9	4565,9	4869,8	**3888,2**
K_j *c* =0,3	3428,9	3657,9	**3467,2**	3424,4	3652,4	3468,7
K_j *c* =0,2	2286,0	2438,6	3044,6	**2282,9**	2434,9	3049,2
K_j *c* =0,1	1143,0	1219,3	2621,9	**1141,5**	1217,5	2629,8
K_j *c* =0	**0**	**0**	2199,2	**0**	**0**	2210,3

Обратим внимание на следующие совпадения с результатами выбора по этому критерию, но применительно к рассмотренной ранее ситуации, когда временная стоимость денег не учитывается. А именно, при ***учете временной стоимости денег*** наилучшее для ЛПР решение при использовании модифицированного критерия Гурвица (применительно к соответствующему анализу матрицы потерь) для большинства значений «весового» коэффициента «*c*» снова дает стратегия, которая предполагает ***диверсификацию поставок между поставщиками*** (решение X_6 либо решение X_3). Указанная особенность, в частности, имеет место для значений «*c*» от 1 (осторожная позиция, соответствующая выбору критерия Сэвиджа) и, практически, до значения «*c*» = 0,3. При этом так же, как и для всех рассмотренных ранее критериев, имеет место существенное (снова порядка 40%) завышение показателя размера заказа, если модель не будет учитывать действующие на рынке процентные ставки.

Выбор на основе критерия идеальной точки: решения, ближайшего к утопической точке (ИТ - критерий). Реализация требуемых процедур представлена в табл.8.13.

Таблица 8.13

Матрица потерь Сэвиджа
и выбор по критерию идеальной точки
(решения, ближайшего к утопической точке)
с учетом временной стоимости денег

Решен. / Событ.	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6
θ_1	4481,2	0	2505,4	4496,5	18,2	2528,6
θ_2	6711,8	7,4	3689,4	6585,6	0	3672,8
θ_3	4483,2	0	2514,5	4503,1	22,4	2543,9
θ_4	6709,5	3,2	3694,2	6698,6	0	3683,9
θ_5	7273,0	0	3897,9	7284,6	18,2	3918,4
θ_6	10907,6	7,5	5783,9	10888,4	0	5764,7
θ_7	7623,9	0	4081,0	7639,6	22,4	4107,5
θ_8	11429,8	3,2	6050,5	11414,7	0	6037,3
θ_9	0	6692,2	3598,5	15,3	6696,8	3612,2
θ_{10}	15,6	10100,9	5375,5	0	10080,1	5349,6
θ_{11}	0	8086,7	4302,3	19,9	8094,0	4321,1
θ_{12}	10,9	12192,9	6425,9	0	12174,6	6404,9
θ_{13}	0	3900,2	2199,2	11,6	3905,1	2210,3
θ_{14}	19,1	5908,7	3278,0	0	5887,9	3249,3
θ_{15}	0	4946,0	2728,2	15,7	4953,3	3044,0
θ_{16}	15,1	7476,8	4066,1	0	7458,5	4042,2
«Расстояния» K_j	22156,4	22167,3	**16821,2**	22113,8	22142,1	16858,4

Если учитывать временную стоимость денег, наилучший для ЛПР выбор при использовании критерия идеальной точки (напомним, что он позволяет находить альтернативное решение, которое окажется самым близким к утопическому) совпадает с выбором в формате модели без учета временной стоимости денег. Он представлен стратегией, которая предполагает именно ***диверсификацию поставок между поставщиками*** (альтернатива X_3 либо практически эквивалентная ей в рамках рассматриваемого примера альтернатива X_6).

Выбор на основе модифицированного $S_{Gk(УТ)}$-критерия. Напомним, что синтез процедур выбора критерия Сэвиджа и критерия Гермейера в формате $S_{Gk(УТ)}$-критерия выбора позволяет менять угол наклона направляющей для линий уровня критерия, сохраняя ее привязку к *УТ*, т.е. сохраняя «прицел» на *УТ* в том же самом поле полезностей. При этом, если меняется наклон – следовательно, может измениться и выбор оптимального решения. На рис. 8.1 для более полной иллюстрации дана интерпретация этого положения в формате графического представления.

В частности, рис. 8.1 иллюстрирует следующее. При традиционном использовании процедур оптимизации по критерию Сэвиджа (направляющая для линий уровня параллельна биссектрисе первого координатного угла) стратегия диверсификации поставок (1:1) не будет выбрана в качестве оптимальной. Установление «прицела» с изменением угла наклона направляющей уже позволяет выбрать стратегию диверсификации.

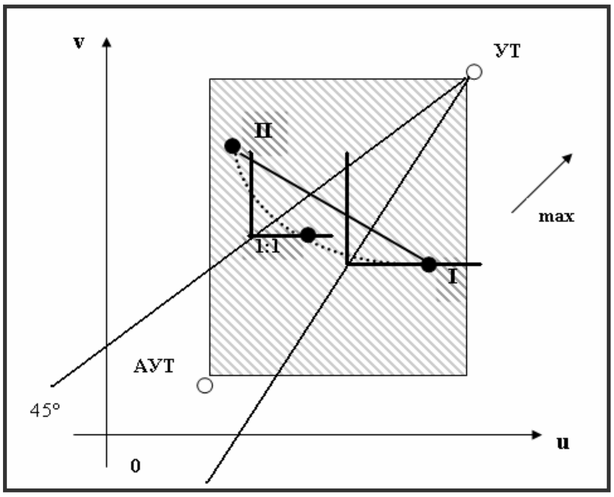


Рис. 8.1. Графическая интерпретация линий уровня $S_{Gk(УТ)}$-критерия.

Как и в предыдущих случаях, подчеркнём, что, на самом деле, менеджеру не нужно рисовать соответствующие рисунки и строить какие-либо графики, чтобы оптимизировать решение для задачи управления запасами в условиях неопределенности. Всё что требуется от менеджера на практике - это выполнение вполне конкретных процедур, которые представлены ниже. Для оптимизации по модифицированному $S_{Gk(УТ)}$-критерию менеджер использует следующие процедуры (см. также гл. 5).

Шаг 1. Формализуеся матрица потерь Сэвиджа. Для удобства изложения и интерпретации процедур метода указанная матрица представлена здесь в таблице 8.15. Предварительно в таблице 8.14 в формате исходной матрицы полезностей указаны координаты утопической точки. Зная утопическую точку, матрица потерь строится по матрице полезностей обычным образом.

Шаг 2. Находим координаты антиутопической точки (АУТ) в поле потерь. Это - самые большие значения элементов по строкам матрицы потерь. Их обозначаем l_{Aj} (они приведены в первом столбце таблицы 8.16).

Шаг 3. Определяем вспомогательные показатели $\tilde{q}_j = \dfrac{1}{l_{Aj}}$ (нормируем АУТ), см. второй столбец таблицы 8.16.

Шаг 4. На этом шаге ЛПР задаёт пропорции для субъективных коэффициентов $\{K_1, K_2, K_{3,} ..., K_n\}$ доверия/важности применительно к событиям полной группы $\{\theta_1, \theta_2, ..., \theta_{16}\}$. С учётом этих коэффициентов доверия уточняются «симуляторы» по формуле $\hat{q}_j = \tilde{q}_j * k_j$. Указанные «симуляторы» позволяют в формате рассматриваемого критерия учесть отношение ЛПР к риску или потерям конечного экономического результата. Заданный вариант для указанных субъективных коэффициентов $\{K_1, K_2, K_{3,} ..., K_n\}$ доверия/важности представлен в таблице 8.16.

Шаг 5. Модифицируем матрицу потерь. Ее новые элементы представляют собой произведение элемента матрицы потерь на соответствующий найденный на предыдущем шаге «симулятор» (по строке). Эти показатели (результаты расчётов) представлены в итоговой модифицированной матрице для завершающих процедур выбора оптимального решения (см. таблицу 8.17).

Шаг 6. К модифицированной матрице потерь дописываем дополнительную строку (назовем ее «Выбор»). В ней записываем показатель $S_{Gk(УТ)}$-критерия: для каждого решения выбираем по столбцу наибольшее из специальных выражений, которые представлены в модифицированной матрице потерь на предыдущем шаге. Результаты расчётов представлены в дополнительной строке итоговой модифицированной матрице потерь для завершающих процедур выбора оптимального решения (см. таблицу 8.17).
Шаг 6. Из всех элементов дополнительной строки «Выбор» выбираем наименьший, он и определяет оптимальное решение. В данном случае, $S_{Gk(УТ)}$-критерий выбирает решение X_6 в качестве оптимального (выделено жирным в строке «Выбор»). Напомним, что решение X_6 подразумевает ориентацию на

диверсификацию поставок с равными долями, как от первого, так и от второго поставщика и, кроме того, ориентацию на высокое годовое потребление (по второму сценарию D_2=12000).

Таблица 8.14

Матрица полезностей с учетом временной стоимости денег
(с координатами утопической точки поля полезностей)

	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	УТ
θ_1	1066,9	5548,1	3042,7	1051,6	5529,9	3019,5	5548,1
θ_2	1773,8	8478,2	4796,2	1789,4	8485,6	4812,8	8485,6
θ_3	4556,6	9039,7	6525,2	4536,6	9017,4	6495,8	9039,7
θ_4	7018,6	13724,9	10033,9	7029,5	13728,1	10044,2	13728,1
θ_5	-1724,8	5548,1	1650,2	-1736,5	5529,9	1629,7	5548,1
θ_6	-2421,9	8478,2	2701,7	-2402,7	8485,6	2720,9	8485,6
θ_7	1415,8	9039,7	4958,7	1400,1	9017,4	4932,2	9039,7
θ_8	2298,3	13724,9	7677,6	2313,4	13728,1	7690,8	13728,1
θ_9	1066,9	-5625,1	-2531,6	1051,6	-5629,9	-2545,3	1066,9
θ_{10}	1773,8	-8311,5	-3586,3	1789,4	-8290,7	-3560,2	1789,4
θ_{11}	4556,6	-3530,2	254,2	4536,6	-3537,5	235,4	4556,6
θ_{12}	7018,6	-5163,4	603,6	7029,5	-5145,1	624,6	7029,5
θ_{13}	-1724,8	-5625,1	-3924,1	-1736,5	-5629,9	-3935,2	-1724,8
θ_{14}	-2421,9	-8311,5	-5680,8	-2402,7	-8290,7	-5652,1	-2402,7
θ_{15}	1415,8	-3530,2	-1312,4	1400,1	-3537,5	-1328,2	1415,8
θ_{16}	2298,3	-5163,4	-1752,7	2313,4	-5145,1	-1728,8	2313,4

Таблица 8.15

Матрица потерь

	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6
θ_1	4481,2	0	2505,4	4496,5	18,2	2528,6
θ_2	6711,8	7,4	3689,4	6696,2	0	3672,8
θ_3	4483,1	0	2514,5	4503,1	22,3	2543,9
θ_4	6709,5	3,2	3694,2	6698,6	0	3683,9
θ_5	7272,9	0	3897,9	7284,6	18,2	3918,4
θ_6	10907,5	7,4	5783,9	10888,3	0	5764,7
θ_7	7623,9	0	4081	7639,6	22,3	4107,5
θ_8	11429,8	3,2	6050,5	11414,7	0	6037,3
θ_9	0	6692	11571,3	15,3	6696,8	3612,2
θ_{10}	15,6	10100,9	5375,7	0	10080,1	5349,6
θ_{11}	0	8086,8	4302,4	20	8094,1	4321,2
θ_{12}	10,9	12192,9	6425,9	0	12174,6	6404,9
θ_{13}	0	3900,3	2199,3	11,7	3905,1	2210,4

θ_{14}	19,2	5908,8	3278,1	0	5888	3249,4
θ_{15}	0	4946	2728,2	15,7	4953,3	2744
θ_{16}	15,1	7476,8	4066,1	0	7458,5	4042,2

Таблица 8.16

Требуемые атрибуты в формате метода

АУТ	Нормированная АУТ	Коэффициенты доверия	"Симуляторы"
4496,5	0,000222395	1	0,000222395
6711,8	0,000148991	5	0,000744957
4503,1	0,000222069	1	0,000222069
6709,5	0,000149042	1	0,000149042
7284,6	0,000137276	1	0,000137276
10907,5	9,168E-05	4	0,00036672
7639,6	0,000130897	4	0,000523588
11429,8	8,74906E-05	1	8,74906E-05
11571,3	8,64207E-05	5	0,000432104
10100,9	9,90011E-05	1	9,90011E-05
8094,1	0,000123547	1	0,000123547
12192,9	8,20149E-05	1	8,20149E-05
3905,1	0,000256075	1	0,000256075
5908,8	0,000169239	4	0,000676956
4953,3	0,000201886	4	0,000807542
7476,8	0,000133747	1	0,000133747

Таблица 8.17

Итоговая модифицированная матрица потерь для выбора оптимального решения

	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6
θ_1	0,9966	0	0,55719	1	0,00405	0,56235
θ_2	5	0,00551	2,74844	4,98838	0	2,73608
θ_3	0,99556	0	0,55839	1	0,00495	0,56492
θ_4	1	0,00048	0,55059	0,99838	0	0,54906
θ_5	0,99839	0	0,53509	1	0,0025	0,5379
θ_6	4	0,00271	2,12107	3,99296	0	2,11403
θ_7	3,99178	0	2,13676	4	0,01168	2,15064

θ_8	1	0,00028	0,52936	0,99868	0	0,52821
θ_9	0	2,89164	5	0,00661	2,89371	1,56085
θ_{10}	0,00154	1	0,5322	0	0,99794	0,52962
θ_{11}	0	0,9991	0,53155	0,00247	1	0,53387
θ_{12}	0,00089	1	0,52702	0	0,9985	0,5253
θ_{13}	0	0,99877	0,56319	0,003	1	0,56603
θ_{14}	0,013	4	2,21913	0	3,98592	2,1997
θ_{15}	0	3,99411	2,20314	0,01268	4	2,2159
θ_{16}	0,00202	1	0,54383	0	0,99755	0,54063
Выбор	5	4	5	4,98838	4	**2,73608**

Выбор на основе синтеза процедур оптимизации по критериям Сэвиджа и Гурвица ($S_{HWk(УТ)}$-критерий). Синтез процедур оптимизации в формате указанных традиционных критериев даёт менеджеру возможность:

- изменять наклон направляющей для линий уровня критерия (с привязкой к УТ), чтобы лучше адаптировать выбор к предпочтениям ЛПР (как и в предыдущем случае, это обеспечивается учетом коэффициентов важности/доверия $\{K_1, K_2, K_3, ..., K_n\}$ применительно к случайным событиям полной группы $\{\theta_1, \theta_2, ..., \theta_{16}\}$);
- обеспечить автоматическую привязку направляющей для линий уровня к утопической точке поля полезностей (как и в предыдущем случае, это обеспечивается переходом от матрицы полезностей к матрице потерь);
- изменять наклон самих линий уровня критерия (как и в формате критерия Гурвица это обеспечивается выбором конкретного значения «весового» коэффициента *«с»* для учета важности для ЛПР показателя пессимистической позиции и соответственно «весового» коэффициента *«1-с»* для учета важности показателя оптимистической позиции).

Разумеется, указанный синтез процедур оптимизации может изменить оптимальный выбор (т.е. выбор может отличаться как от результата выбора по критерию Сэвиджа, так и от результата выбора по критерию Гурвица). Проиллюстрируем это в формате рассматриваемой задачи оптимизации системы управления запасами. Процедуры алгоритма оптимизации представим следующими шагами.

Шаг 1. Как и в предыдущем случае, формализуем матрицу потерь Сэвиджа (она уже была представлена в таблице 8.15). Находим антиутопическую точку (АУТ) в поле потерь. Её координаты снова обозначаем через l_{Aj} (для удобства иллюстрации процедур оптимизации они, как атрибуты метода, приведены в таблице 8. 18).

Шаг 2. Определяем вспомогательные показатели $\tilde{q}_j = \dfrac{1}{l_{Aj}}$ (нормируем АУТ), см. таблицу 8. 18.

Шаг 3. Узнаем от ЛПР пропорции для субъективных коэффициентов $\{K_1, K_2, K_3, ..., K_n\}$ доверия/важности применительно к случайным событиям $\{\theta_1, \theta_2, ..., \theta_{16}\}$ полной группы. С учётом этих коэффициентов доверия уточняем «симуляторы» по формуле $\hat{q}_j = \tilde{q}_j * k_j$ (окончательные результаты приведены в последнем столбце таблицы 8. 18).

Шаг 4. Модифицируем матрицу потерь с учётом найденных симуляторов. Для этого находим произведения элементов матрицы потерь на соответствующие «симуляторы» по строке (результат такой модификации представлен в таблице 8. 19).

Шаг 5. В модифицированной матрице ищем по столбцам наиболее благоприятные исходы. Выписываем соответствующие показатели в отдельную строку – «Н». Кроме того, ищем и самые неблагоприятные исходы, которые выписываем строку «ММ». Получаем два вектора (это есть векторы-строки), которые характеризуют набор наиболее оптимистичных и наиболее пессимистичных исходов в формате каждого анализируемого решения. Расчёты представлены в таблице 8. 19.

Шаг 6. Формируем итоговую матрицу для определения оптимального решения (она состоит из строк, каждая из которых играет роль дополнительной строки для случая фиксированного значения «весового» коэффициента «*с*»). В строках такой итоговой матрицы выписываем средневзвешенные значения для показателей найденных выше строк «ММ» и «Н». При этом вес «*с*» соответствует элементам строки «ММ» (так называемый, уровень пессимизма). Соответственно вес «1-*с»* соответствует элементам строки «Н» (так называемый, уровень оптимизма).
Для удобств иллюстрации сделан перебор всех возможных значений параметра «*с*» с шагом 0,1 (начиная с крайне осторожного отношения ЛПР к неопределённости конечного результата, и заканчивая самым оптимистичным отношением). Соответствующая итоговая матрица для выбора оптимального решения представлена в таблице 8. 20.

Шаг 7. По элементам каждой строки итоговой матрицы по отношению к каждому конкретному значению параметра «*с»* находим оптимальное решение. А именно, выбираем наименьший элемент, он и определяет оптимальное решение. Выбранные решения для разных значений параметра «*с*» представлены в таблице 8.20.

На основе представленных в таблице 8.20 результатов видно следующее. При заданных коэффициентах доверия $\{K_1, K_2, K_{3,} ..., K_n\}$ по представленному здесь специальному модифицированному $\boldsymbol{S_{HWk(УТ)}}$-критерию будет выбрано:

- случае, когда $c = 0$, - любое из решений X_1, X_2, X_4 и X_5;
- в случае, когда $c = 0{,}1$ - решение X_5 ;
- во всех остальных случаях будет выбрано решение X_3.

Обратим внимание на то, что альтернативное решение X_3 , как раз, и подразумевает ориентир ***на диверсификацию годового объема поставок*** (кстати, с равными долями от обоих поставщиков, причем при ориентации на низкое годовое потребление D_1=8000). Как видим, при определенных значениях субъективных коэффициентов доверия/важности для случайных событий полной группы выбор стратегии дивесификации годового объема поставок при оптимизации стратегии управления запасами в условиях неопределенности в формате рассматриваемого модифицированного критерия уже не исключен заранее. Другими словами, и менеджер, и ЛПР могут быть уверенными в том, что интересующие их стратегии не будут заблокированы для выбора в качестве оптимальных.

Таблица 8.18
Атрибуты модифицированного $S_{HWk(УТ)}$-критерия.

АУТ	Нормированная АУТ	Коэффициенты доверия	"Симуляторы"
4497	0,00022	1	0,000222395
6712	0,00015	1	0,000148991
4503	0,00022	1	0,000222069
6710	0,00015	1	0,000149042
7285	0,00014	1	0,000137276
10908	0,000092	1	0,00009168
7640	0,00013	1	0,000130897
11430	0,000087	1	8,74906E-05
6697	0,00015	1	0,000149325
10101	0,000099	1	9,90011E-05

8094	0,00012	9	0,001111921
12193	0,000082	1	8,20149E-05
3905	0,00026	1	0,000256075
5909	0,00017	1	0,000169239
4953	0,0002	1	0,000201886
7477	0,00013	9	0,001203724

Таблица 8.19

Модифицированная вспомогательная матрица

	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6
θ_1	0,996597353	0	0,557188925	1	0,004047593	0,562348493
θ_2	1	0,001102536	0,549688608	0,997675735	0	0,547215352
θ_3	0,995558615	0	0,558393107	1	0,004952144	0,564921943
θ_4	1	0,000476936	0,550592444	0,998375438	0	0,549057307
θ_5	0,998393872	0	0,535087719	1	0,002498421	0,537901875
θ_6	1	0,000678432	0,530268164	0,998239743	0	0,528507907
θ_7	8,981504267	0	4,807712446	9	0,026271009	4,838931358
θ_8	1	0,00027997	0,529361844	0,998678892	0	0,528206968
θ_9	0	0,99928324	0,537346195	0,002284673	1	0,539391948
θ_{10}	0,013899752	9	4,789800909	0	8,981466998	4,766545555
θ_{11}	0	0,999098108	0,531547671	0,002470936	1	0,53387035
θ_{12}	0,000893963	1	0,527019823	0	0,998499127	0,525297509
θ_{13}	0	0,998770838	0,563186602	0,002996082	1	0,566029039
θ_{14}	0,003249391	1	0,554782697	0	0,996479827	0,549925535
θ_{15}	0	0,998526235	0,550784326	0,003169604	1	0,553974118
θ_{16}	0,002019581	1	0,543828911	0	0,997552429	0,540632356
MM	8,981504267	9	4,807712446	9	8,981466998	4,838931358
H	0	0	0,527019823	0	0	0,525297509

Таблица 8.20

Итоговая матрица для выбора оптимального решения по $S_{HWk(YT)}$-критерию.

Пара-метр «*c*»	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	Выбор
	Расчет показателя по формуле $MM_{X_1} \cdot c + H_{X_1} \cdot (c-1)$						
c = 0	**0**	**0**	0,527019823	**0**	**0**	0,525297509	X_1-X_2; X_4-X_5
c = 0,1	0,898150427	0,9	0,955089085	0,9	**0,8981467**	0,956660894	X_5
c = 0,2	1,796300853	1,8	**1,383158348**	1,8	1,7962934	1,388024279	X_3
c = 0,3	2,69445128	2,7	**1,81122761**	2,7	2,694440099	1,819387664	X_3
c = 0,4	3,592601707	3,6	**2,239296872**	3,6	3,592586799	2,250751049	X_3
c = 0,5	4,490752134	4,5	**2,667366134**	4,5	4,490733499	2,682114433	X_3
c = 0,6	5,38890256	5,4	**3,095435397**	5,4	5,388880199	3,113477818	X_3

c = 0,7	6,287052987	6,3	**3,523504659**	6,3	6,287026899	3,544841203	X_3
c = 0,8	7,185203414	7,2	**3,951573921**	7,2	7,185173598	3,976204588	X_3
c = 0,9	8,083353841	8,1	**4,379643183**	8,1	8,083320298	4,407567973	X_3
c = 1	8,981504267	9	**4,807712446**	9	8,981466998	4,838931358	X_3

Выбор на основе модифицированного $MM_{\gamma(УТ)}$ -критерия. Напомним, что формат такого критерия дает менеджеру возможность:

- изменять положение направляющей для линий уровня классического *ММ*-критерия за счет ее параллельного сдвига/смещения по направлению к утопической точке (*УТ*) поля полезностей;
- выбирать величину такого смещения (от нулевого до 100%-ного формата сдвига к *УТ*) , задавая соответствующее значение параметра $\gamma \in [0;\ 1]$ в формате такой модификации.

Выбор параметра сдвига γ может изменить оптимальное решение. Проиллюстрируем это на примере рассматриваемой задачи оптимизации системы управления запасами с учетом временной стоимости денег. Напомним, что применительно к этой задаче оптимизации, как было показано выше, классический *ММ*-критерий (он соответствует формату γ(*УТ*)-модификации при γ=0) не выбрал стратегию диверсификации годового объема поставок между предложениями поставщиков I и II. Формат γ(*УТ*)-оптимизации при $\gamma \in [0{,}3;\ \ 0{,}8]$ уже позволит менеджеру выбрать стратегию такого типа в качестве оптимальной. Для иллюстрации ограничимся расчетами при γ = 0,5. Процедуры алгоритма оптимизации для этого случая представим следующими шагами (см. также главу 6).

Шаг 1. По исходной матрице полезностей находим координаты *УТ* и координаты Δ_j^* сдвигов по всем координатным осям для поля полезностей применительно к 100%-му формату процедур γ(*УТ*)-модификации (см. параграф 2 главы 6). Результат представлен в таблице 8. 21.

Шаг 2. По формулам (**) главы 6 определяем координаты вектора $\Delta_j^*(\gamma)$ для требуемого частичного сдвига линий уровня. Они представлены в таблице 8.22 для указанных выше значений параметра $\gamma \in [0{,}3;\ \ 0{,}8]$, чтобы при желании можно было убедиться в выборе стратегии диверсификации в формате соответствующих сдвигов. Последующие шаги алгоритма оптимизации иллюстрируются в формате, когда менеджер выбирает значение γ = 0,5.

Шаг 3. Реализуем процедуры требуемой γ(*УТ*)-модификации для случая γ = 0,5 по формулам (***) главы 6. При этом получаем новую модифицированную матрицу полезностей. Она представлена в таблице 8.23.

Шаг 4. Реализуем процедуры выбора по классическому *ММ*-критерию (в формате новой матрицы полезностей). Наилучший показатель соответствует альтернативе X6 (он выделен жирным шрифтом в соответствующей строке таблицы 8.23). Итак, оптимальное решение по модифицированному $MM_{\gamma(УТ)}$-критерию соответствует стратегии диверсификации поставок.

Таблица 8.21

Матрица полезностей с утопической точкой (УТ) и координатами вектора сдвигов (Δ_j^*)

События	Анализируемые решения и утопическая точка							Вектор Δ_j^*
	X1	X2	X3	X4	X5	X6	УТ	
Q1	1066,9	5548,1	3042,7	1051,6	5529,9	3019,5	5548,1	8180
Q2	1773,8	8478,2	4796,2	1789,4	8485,6	4812,8	8485,6	5242,5
Q3	4556,6	9039,7	6525,2	4536,6	9017,4	6495,8	9039,7	4688,4
Q4	7018,6	13724,9	10033,9	7029,5	13728,1	10044,2	13728,1	0
Q5	-1724,8	5548,1	1650,2	-1736,5	5529,9	1629,7	5548,1	8180
Q6	-2421,9	8478,2	2701,7	-2402,7	8485,6	2720,9	8485,6	5242,5
Q7	1415,8	9039,7	4958,7	1400,1	9017,4	4932,2	9039,7	4688,4
Q8	2298,3	13724,9	7677,6	2313,4	13728,1	7690,8	13728,1	0
Q9	1066,9	-5625,1	-2531,6	1051,6	-5629,9	-2545,3	1066,9	12661,2

Q10	1773,8	-8311,5	-3586,3	1789,4	-8290,7	-3560,2	1789,4	11938,7
Q11	4556,6	-3530,2	254,2	4536,6	-3537,5	235,4	4556,6	9171,5
Q12	7018,6	-5163,4	603,6	7029,5	-5145,1	624,6	7029,5	6698,6
Q13	-1724,8	-5625,1	-3924,1	-1736,5	-5629,9	-3935,2	-1724,8	15452,9
Q14	-2421,9	-8311,5	-5680,8	-2402,7	-8290,7	-5652,1	-2402,7	16130,8
Q15	1415,8	-3530,2	-1312,4	1400,1	-3537,5	-1328,2	1415,8	12312,3
Q16	2298,3	-5163,4	-1752,7	2313,4	-5145,1	-1728,8	2313,4	11414,7

Таблица 8.22

Координаты векторов «частичных» сдвигов линий уровня
$\Delta_j^*(\gamma)$ при разных значениях параметра γ

$\Delta_j^*(\gamma)$ при γ=0,3	$\Delta_j^*(\gamma)$ при γ=0,4	$\Delta_j^*(\gamma)$ при γ=0,5	$\Delta_j^*(\gamma)$ при γ=0,6	$\Delta_j^*(\gamma)$ при γ=0,7	$\Delta_j^*(\gamma)$ при γ=0,8
2454	3272	4090	4908	5726	6544
1572,75	2097	2621,25	3145,5	3669,75	4194
1406,52	1875,36	2344,2	2813,04	3281,88	3750,72
0	0	0	0	0	0
2454	3272	4090	4908	5726	6544
1572,75	2097	2621,25	3145,5	3669,75	4194
1406,52	1875,36		2813,04	3281,88	3750,72
0	0	0	0	0	0
3798,36	5064,48	6330,6	7596,72	8862,84	10128,96
3581,61	4775,48	5969,35	7163,22	8357,09	9550,96
2751,45	3668,6	4585,75	5502,9	6420,05	7337,2
2009,58	2679,44	3349,3	4019,16	4689,02	5358,88
4635,87	6181,16	7726,45	9271,74	10817,03	12362,32
4839,24	6452,32	8065,4	9678,48	11291,56	12904,64
3693,69	4924,92	6156,15	7387,38	8618,61	9849,84
3424,41	4565,88	5707,35	6848,82	7990,29	9131,76

Таблица 8.23.

Модифицированная матрица полезностей для выбора оптимального
решения по $MM_{\gamma(УТ)}$ -критерию при $\gamma = 0,5$

События	Доходы при решениях					
	X1	X2	X3	X4	X5	X6
Q1	5156,9	9638,1	7132,7	5141,6	9619,9	7109,5
Q2	4395,05	11099,45	7417,45	4410,65	11106,85	7434,05
Q3	6900,8	11383,9	8869,4	6880,8	11361,6	8840
Q4	7018,6	13724,9	10033,9	7029,5	13728,1	10044,2
Q5	2365,2	9638,1	5740,2	2353,5	9619,9	5719,7
Q6	199,35	11099,45	5322,95	218,55	11106,85	5342,15
Q7	1415,8	9039,7	4958,7	1400,1	9017,4	4932,2
Q8	2298,3	13724,9	7677,6	2313,4	13728,1	7690,8

Q9	7397,5	705,5	3799	7382,2	700,7	3785,3
Q10	7743,15	-2342,15	2383,05	7758,75	-2321,35	2409,15
Q11	9142,35	1055,55	4839,95	9122,35	1048,25	4821,15
Q12	10367,9	-1814,1	3952,9	10378,8	-1795,8	3973,9
Q13	6001,65	2101,35	3802,35	5989,95	2096,55	3791,25
Q14	5643,5	-246,1	2384,6	5662,7	-225,3	2413,3
Q15	7571,95	2625,95	4843,75	7556,25	2618,65	4827,95
Q16	8005,65	543,95	3954,65	8020,75	562,25	3978,55
Показатель $MM_{\gamma(УТ)}$ - критерия	199,35	-2342,15	2383,05	218,55	-2321,35	**2409,15**

Выбор оптимального решения на основе $HW_{\gamma(УТ)}$ -критерия. Напомним, что формат такого критерия дает менеджеру возможность:

- изменять положение направляющей для линий уровня традиционного *HW*-критерия за счет ее параллельного сдвига/смещения по направлению к утопической точке (*УТ*) поля полезностей;
- выбирать величину такого смещения (от нулевого до 100%-ного формата сдвига к *УТ*), задавая соответствующее значение параметра $\gamma\in[0;\ 1]$ в формате такой модификации.

Выбор параметра сдвига γ может существенно изменить оптимальное решение по сравнению с традиционным *HW*-критерием. Проиллюстрируем это на примере рассматриваемой задачи оптимизации системы управления запасами с учетом временной стоимости денег. Напомним, что применительно к этой задаче оптимизации, как было показано выше, традиционный *HW*-критерий (он соответствует формату γ(*УТ*)-модификации при γ=0) не выбрал стратегию диверсификации годового объема поставок между предложениями поставщиков I и II. Формат γ(*УТ*)-оптимизации при $\gamma\in[0{,}3;\ 0{,}8]$ уже позволит менеджеру выбрать стратегию такого типа в качестве оптимальной. Для иллюстрации ограничимся расчетами при γ = 0,3 и γ = 0,8. Процедуры алгоритма оптимизации для этого случая вполне аналогичны предыдущему (см. параграф 3 главы 6).

Шаг 1. По исходной матрице полезностей находим координаты *УТ* и координаты Δ_j^* сдвигов по всем координатным осям для поля полезностей применительно к 100%-му формату процедур γ(*УТ*)-модификации (см. параграф 2 главы 6). Результат уже был представлен в таблице 8. 21.

Шаг 2. По формулам (**) главы 6 определяем координаты вектора $\Delta_j^*(\gamma)$ для требуемого частичного сдвига линий уровня. Они уже были представлены в таблице 8.22 для указанных выше значений параметра $\gamma\in[0{,}3;\ 0{,}8]$. Последующие шаги алгоритма оптимизации иллюстрируются в формате, когда менеджер выбирает значение γ = 0,3 или γ = 0,8.

Шаг 3. Реализуем процедуры требуемой γ(*УТ*)-модификации по формулам (***) главы 6. При этом для случая γ = 0,3 получаем новую модифицированную матрицу полезностей, которая представлена в таблице 8.24. Для случая γ = 0,8 получаем новую модифицированную матрицу полезностей, которая представлена в таблице 8.25.

Шаг 4. Реализуем процедуры выбора по классическому *HW*-критерию (в формате соответствующей новой матрицы полезностей). Наилучшие показатели для случая γ = 0,2 при разных значениях параметра «*c*» соответствуют разным альтернативам (они выделены жирным шрифтом в соответствующих строках таблицы 8.24). В частности, при $c\in[0{,}5 - 1]$ в качестве оптимального решения выбирается стратегия диверсификации поставок X_6. Наилучшие показатели для случая γ = 0,8 при разных значениях параметра «*c*» также соответствуют разным альтернативам (они выделены жирным шрифтом в соответствующих строках таблицы 8.25). В частности, при $c\in[0{,}4–0{,}5]$ в качестве оптимального решения выбирается стратегия диверсификации поставок X_3. При $c\in[0{,}6–0{,}7]$ или $c\in[0{,}9–1]$ в качестве оптимального решения выбирается стратегия диверсификации поставок X_6.

Таблица 8.24

Модифицированная матрица полезностей для выбора оптимального решения по $HW_{\gamma(УТ)^-}$ критерию при $\gamma = 0,3$ и $c \in [0;1]$

События	Доходы при решениях					
	X1	X2	X3	X4	X5	X6
Q1	-597,53	3883,67	1378,27	-612,83	3865,47	1355,07
Q2	-771,88	5932,52	2250,52	-756,28	5939,92	2267,12
Q3	1844,69	6327,79	3813,29	1824,69	6305,49	3783,89
Q4	2900,17	9606,47	5915,47	2911,07	9609,67	5925,77
Q5	-3389,23	3883,67	-14,23	-3400,93	3865,47	-34,73
Q6	-4967,58	5932,52	156,02	-4948,38	5939,92	175,22
Q7	-1296,11	6327,79	2246,79	-1311,81	6305,49	2220,29
Q8	-1820,13	9606,47	3559,17	-1805,03	9609,67	3572,37
Q9	746,83	-5945,17	-2851,67	731,53	-5949,97	-2865,37
Q10	1236,98	-8848,32	-4123,12	1252,58	-8827,52	-4097,02
Q11	3189,62	-4897,18	-1112,78	3169,62	-4904,48	-1131,58
Q12	4909,75	-7272,25	-1505,25	4920,65	-7253,95	-1484,25
Q13	-1207,36	-5107,66	-3406,66	-1219,06	-5112,46	-3417,76
Q14	-1701,09	-7590,69	-4959,99	-1681,89	-7569,89	-4931,29
Q15	991,06	-3954,94	-1737,14	975,36	-3962,24	-1752,94
Q16	1604,28	-5857,42	-2446,72	1619,38	-5839,12	-2422,82
Показатель осторожной позиции	-4967,58	-8848,32	-4959,99	-4948,38	-8827,52	-4931,29
Показатель позиции оптимизма	4909,75	9606,47	5915,47	4920,65	9609,67	5925,77
Показатель при c=0	4909,75	9606,47	5915,47	4920,65	9609,67	5925,77
Показатель при c=0,1	3922,017	7760,991	4827,924	3933,747	7765,951	4840,064
Показатель при c=0,2	2934,284	5915,512	3740,378	2946,844	5922,232	3754,358
Показатель при c=0,3	1946,551	4070,033	2652,832	1959,941	4078,513	2668,652
Показатель при c=0,4	958,818	2224,554	1565,286	973,038	2234,794	1582,946
Показатель при c=0,5	-28,915	379,075	477,74	-13,865	391,075	497,24
Показатель при c=0,6	-1016,65	-1466,4	-609,806	-1000,77	-1452,64	-588,466
Показатель при c=0,7	-2004,38	-3311,88	-1697,35	-1987,67	-3296,36	-1674,17
Показатель при c=0,8	-2992,11	-5157,36	-2784,9	-2974,57	-5140,08	-2759,88
Показатель при c=0,9	-3979,85	-7002,84	-3872,44	-3961,48	-6983,8	-3845,58
Показатель при c=1	-4967,58	-8848,32	-4959,99	-4948,38	-8827,52	-4931,29

Таблица 8.25.

Модифицированная матрица полезностей для выбора оптимального решения по $HW_{\gamma(УТ)^{-}}$ критерию при $\gamma = 0,8$ и $c \in [0;1]$

События	Доходы при решениях					
	X1	X2	X3	X4	X5	X6
Q1	-3371,58	1109,62	-1395,78	-3386,88	1091,42	-1418,98
Q2	-5014,68	1689,72	-1992,28	-4999,08	1697,12	-1975,68
Q3	-2675,16	1807,94	-706,56	-2695,16	1785,64	-735,96
Q4	-3963,88	2742,42	-948,58	-3952,98	2745,62	-938,28
Q5	-6163,28	1109,62	-2788,28	-6174,98	1091,42	-2808,78
Q6	-9210,38	1689,72	-4086,78	-9191,18	1697,12	-4067,58
Q7	-5815,96	1807,94	-2273,06	-5831,66	1785,64	-2299,56
Q8	-8684,18	2742,42	-3304,88	-8669,08	2745,62	-3291,68
Q9	213,38	-6478,62	-3385,12	198,08	-6483,42	-3398,82
Q10	342,28	-9743,02	-5017,82	357,88	-9722,22	-4991,72
Q11	911,32	-7175,48	-3391,08	891,32	-7182,78	-3409,88
Q12	1395	-10787	-5020	1405,9	-10768,7	-4999
Q13	-344,96	-4245,26	-2544,26	-356,66	-4250,06	-2555,36
Q14	-499,74	-6389,34	-3758,64	-480,54	-6368,54	-3729,94
Q15	283,16	-4662,84	-2445,04	267,46	-4670,14	-2460,84
Q16	447,58	-7014,12	-3603,42	462,68	-6995,82	-3579,52
Показатель осторожной позиции	-9210,38	-10787	-5020	-9191,18	-10768,7	-4999
Показатель позиции оптимизма	1395	2742,42	-706,56	1405,9	2745,62	-735,96
Показатель при c=0	1395	2742,42	-706,56	1405,9	2745,62	-735,96
Показатель при c=0,1	334,462	1389,478	-1137,9	346,192	1394,188	-1162,26
Показатель при c=0,2	-726,076	36,536	-1569,25	-713,516	42,756	-1588,57
Показатель при c=0,3	-1786,61	-1316,41	-2000,59	-1773,22	-1308,68	-2014,87
Показатель при c=0,4	-2847,15	-2669,35	-2431,94	-2832,93	-2660,11	-2441,18
Показатель при c=0,5	-3907,69	-4022,29	-2863,28	-3892,64	-4011,54	-2867,48
Показатель при c=0,6	-4968,23	-5375,23	-3294,62	-4952,35	-5362,97	-3293,78
Показатель при c=0,7	-6028,77	-6728,17	-3725,97	-6012,06	-6714,4	-3720,09
Показатель при c=0,8	279	548,484	-141,312	281,18	549,124	-147,192
Показатель при c=0,9	-8149,84	-9434,06	-4588,66	-8131,47	-9417,27	-4572,7
Показатель при c=1	-9210,38	-10787	-5020	-9191,18	-10768,7	-4999

Обратим внимание на то, что в рассмотренных случаях γ=0,3 и γ=0,8 при разных значениях параметра "c" выбираются отличные друг от друга решения (в том числе и решения, ориентирующие ЛПР на диверсификацию поставок). В частности, в ситуации γ=0,8 при $c \in [0;\ 0{,}3]$ оптимальным является решение X_5, при $c \in [0{,}4;\ 0{,}5]$ - решение X_3 (предусматривающее диверсификацию поставок), при $c = 0{,}8$ - решение X_5, а при $c \in [0{,}6;\ 0{,}7]$ или $c \in [0{,}9;\ 1]$ - решение X_6 (также предусматривающее диверсификацию поставок).

Не вызывает сомнения также следующий факт. Если в формате представленных выше модифицированных критериев выбора поменять значения коэффициентов доверия/важности применительно к событиям полной группы или поменять параметр сдвига линий уровня в пространстве доходов, то менеджер может получить и другое решение в качестве оптимального. Поэтому важно понять следующий основной вывод. Приведенные в этой главе иллюстрации позволяют утверждать, что ***при использовании модифицировнных критериев выбор любой не доминируемой стратегии становится возможным, в том числе, - и стратегий диверсификации поставок при управлении запасами в условиях неопределенности***. Это - благодаря возможности учёта как отношения ЛПР к важности случайных событий полной группы, так и учета требований к сдвигу линий уровня критерия по направлению к утопической точке поля полезностей в формате рассматриваемых модификаций критериев выбора.

Анализируя полученные выше результаты выбора наилучших решений для задачи оптимизации стратегии управления запасами в условиях неопределенности с ***учетом временной стоимости денег***, еще раз подчеркнем следующую особенность. Для рассмотренной группы классических и производных критериев снова (как и в формате модели без учета временной стоимости денег) имеет место следующее. И модификации критерия Сэвиджа, и специальные модификации критерия Гурвица (которые позволяют менеджеру «нацелить» выбор на утопическую точку, причем даже с учетом субъективной информации о важности или шансах для случайных событий полной группы), а также специальные модификации как классического *ММ*-критерия, так и критерия Гурвица на основе сдвига их линий уровня к утопической точке поля полезностей, как и критерий идеального решения (обеспечивающий выбор, ближайший к утопической точке «поля полезностей»), уже могут выбрать именно такое оптимальное решение, в основе которого лежит принцип *диверсификации рисков*. При этом в данном случае речь идет о стратегии диверсификации поставок товара между анализируемыми поставщиками в рамках оптимизируемой системы управления запасами. Напомним, что соответствующие решения ЛПР, которые предполагали такую диверсификацию, формулировались в нашем примере только применительно к перераспределению объемов поставок именно в равных долях между поставщиками. Понятно, что оптимальное решение в рамках таких стратегий может достигаться и при других вариантах организации такой диверсификации. Поэтому еще раз обратим внимание на то, что анализ любых интересных для ЛПР стратегий перераспределения объемов поставок между поставщиками (в любых возможных и допустимых пропорциях) также может быть проведен на основе представленного в этой главе подхода.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ. В данной главе задача оптимизации решений в условиях неопределённости была рассмотрена по отношению к проблемам управления запасами с учетом процентных ставок, действующих на рынке (или, как говорят, – временной стоимости денег). Представлены алгоритмы формализации такой задачи и алгоритмы нахождения наилучшего решения применительно к модели, когда и годовое потребление товара, и цена его реализации заранее неизвестны и принимаются в качестве неопределенных параметров. Кроме того, представленная модель позволяет учитывать случайные потери прибыли, обусловливаемые претензиями к качеству продукции возможных поставщиков. Алгоритмы формализации такой задачи и алгоритмы нахождения наилучшего решения были приведены в формате модели *с учетом временной стоимости денег.*

Показано, что разработанные в разделе II алгоритмы оптимизации дают менеджерам в области логистики дополнительный набор инструментов и методов для принятия более эффективных решений в условиях неопределённости. Поскольку они, с одной стороны, позволяют учитывать временную стоимость денег. С другой стороны, разработанные модифицированные критерии делают возможным выбор любой стратегии (в том числе и стратегий диверсификации поставок, выбор которых в качестве оптимальных был заблокирован в формате традиционных критериев). И это все - благодаря возможности учёта отношения ЛПР к важности случайных событий полной группы. Показано, что при управлении запасами в условиях неопределённости процедуры учёта процентных ставок существенно влияют на параметры оптимальной стратегии, например, на оптимальный размер заказа. Отсутствие такого учёта завышает значение указанного параметра, примерно, на 40%. Соответственно при этом **учёт временной стоимости денег** в указанных оптимизационных моделях позволит существенно **снизить издержки хранения**, а также **затраты на содержание страховых запасов** (их оценка прямо зависит от стоимости единицы товара и выигрыш может оказаться очень значительным даже по каждой отдельной номенклатуре). Таким образом, одним из атрибутов практической значимости изложенных здесь результатов может оказаться ***возможность повышения рентабельности*** указанных логистических систем. Выделены виды критериев оптимизации (среди традиционных критериев теории), которые могут ориентировать ЛПР на стратегии, непосредственно использующие приемы диверсификации рисков. Подчеркнем, что для осторожных к риску ЛПР эта информация может существенно помочь на этапе выбора критерия, чтобы наилучшим образом адаптировать процедуры оптимизации стратегии к специфике задачи и специфике требований и предпочтений ЛПР.

Представленный в этой главе подход и алгоритмы оптимизации стратегий управления запасами в условиях неопределенности и с учетом временной стоимости денег дают менеджерам в области логистики дополнительный арсенал методов для принятия более эффективных решений применительно к реальным ситуациям бизнеса с учетом предпочтений ЛПР применительно к возможным случайным отклонениям конечного экономического результата (в частности, и с учетом субъективных оценок для важности/шансов случайных событий полной группы, которые формализованны в оптимизационной модели).

ВОПРОСЫ (к главе 8)

8.1. Отметьте, что именно подразумевает (означает, требует) формат соответствующих процедур учета временной стоимости денег или учета временной структуры процентных ставок для оптимизационных моделей управления запасами в условиях неопределенности.

8.2. Уточните, можно ли при учете атрибутов временной стоимости денег для задач управления запасами сохранить подход к оптимизации и сруктуру процедур выбора оптимальной альтернативы, которая разработана теорией принятия решений в условиях неопределенности. В частности, подчеркните это применительно к процедурам:

- формализации полной группы случайных событий, влияющих на конечный экономический результат в таких моделях;
- формализации анализируемых альтернативных решений;
- формализации матрицы полезностей для выбора наилучшей альтернативы.

8.3. Обратите внимание на то, каким образом при формализации анализируемых альтернативных решений для задачи оптимального управления запасами в условиях неопределенности, реализуется «привязка» сценариев для годового потребления к конкретному размеру заказа, если требуется учитывать временную стоимость денег.

8.4. Отметьте, какие аналитические выражения (слагаемые, составляющие), для показателя годовой прибыли в формате оптимизационной модели управления запасами в условиях неопределенности должны быть модифицированы (на основе соответствующих правил и принципов финансовой математики), если требуется учесть действующие на рынке процентные ставки.

8.5. В контексте имеющегося у ЛПР желания или требования использовать эффект временной стоимости денег при оптимизации системы управления запасами в условиях неопределенности, дайте необходимое модифицированное представление для соответствующей *годовой суммы денежных поступлений,* с учетом требуемых атрибутами финансового анализа процедур приведения их стоимости (наращение на конец года).

8.6. В контексте имеющегося у ЛПР желания или требования использовать эффект временной стоимости денег при оптимизации системы управления запасами в условиях неопределенности, дайте необходимое модифицированное представление для соответствующей *годовой суммы накладных издержек поставок,* с учетом требуемых атрибутами финансового анализа процедур приведения их стоимости (наращение на конец года).

8.7. В контексте имеющегося у ЛПР желания или требования использовать эффект временной стоимости денег при оптимизации системы управления запасами в условиях неопределенности дайте необходимое модифицированное представление для соответствующей *годовой суммы издержек хранения,* с учетом требуемых атрибутами финансового анализа процедур приведения их стоимости (наращение на конец года).

8.8. В контексте имеющегося у ЛПР желания или требования использовать эффект временной стоимости денег при оптимизации системы управления запасами в условиях неопределенности дайте необходимое модифицированное представление для соответствующей *суммы годовых затрат, обусловливаенмых стоимостью товаров,* с учетом требуемых атрибутами финансового анализа процедур приведения их стоимости (наращение на конец года).

8.9. В контексте имеющегося у ЛПР желания использовать стратегии диверсификации поставок при управлении запасами дайте соответствующий комментарий / пояснения относительно оптимального выбора в формате:

- классических критериев принятия решений в условиях неопределенностей;
- производных критериев принятия решений в условиях неопределенностей;
- всех новых критериев принятия решений в условиях неопределенностей, которые формализованы в главе 4, причем именно на основе процедур «нацеливания» линий уровня критерия на утопическую точку поля полезностей;
- всех новых критериев принятия решений в условиях неопределенностей, которые формализованы в главе 6, причем именно на основе процедур «частичного сдвига» линий уровня критерия к утопической точке поля полезностей.

8.10. В контексте требуемых от ЛПР комментариев или пояснений, обусловливаемых его желанием сравнить результаты для моделей оптимизации систем управления запасами в условиях неопределенности (с учетом временной стоимости денег и без учета таковой), укажите, насколько существенно повлияет реализация процедур учета процентных ставок, действующих на рынке, на параметры оптимальной стратегии. В частности, отметьте и соответствующие дополнительные возможности, которые получит ЛПР для повышения рентабельности таких систем при учете временной стоимости денег.

Глава 9. ОПТИМИЗАЦИЯ ПРОЦЕДУР ДИВЕРСИФИКАЦИИ ПОСТАВОК ПРИ УПРАВЛЕНИИ ЗАПАСАМИ В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ

С развитием рыночных отношений меняется и структура оптимизационных моделей для систем управления запасами и подходы к такой оптимизации. Выше было подчеркнуто, что сегодня все чаще приходиться сталкиваться с ситуациями, когда решения надо принимать в условиях неопределенности (т.к. нельзя заранее точно предсказать значения таких параметров модели как спрос, цена закупки и цена реализации, потери из-за возвратных потоков и т.д.). При этом было также отмечено, что существующие на сегодняшний день критерии выбора наилучшей альтернативы в условиях неопределенности не отвечают потребностям практикующих менеджеров и специалистов в сфере управления запасами. Так, при анализе стратегий диверсификации поставок между приемлемыми предложениями поставщиков большинство известных в теории критериев не выберут (несмотря на общепринятые рекомендации теории риска и возможные предпочтения ЛПР) стратегии указанного типа в качестве оптимальных решений. Указанный феномен, в частности, уже был проиллюстрирован в предыдущих главах этого раздела. Требования учета специфики такого феномена обусловили разработку специальных новых модификаций для критериев оптимизации цепей поставок. Они расширят арсенал инструментов менеджера для оптимизации в условиях неопределенности и позволят «обходить» указанный феномен. Тем самым, – не исключать для ЛПР априори возможность диверсификации риска поставок. Указанные критерии были представлены в разделе 2. Соответствующее расширение арсенала инструментов менеджера для оптимизации в условиях неопределенности делает доступным и оправданным более тщательный анализ стратегий диверсификации поставок в формате задач управления запасами. Иллюстрацию возможностей использования новых модифицированных критериев применительно к таким задачам оптимизации приведем в этой главе. Представленные расчеты выполнены совместно с Слободенюк Е.Д. Для сравнения параллельно будут также представлены решения на основе традиционных критериев принятия решений в условиях неопределенности.

1. Атрибуты модели диверсификации поставок при управлении запасами в условиях неопределенности

Отметим основные понятия и обозначения в рамках анализируемой модели диверсификации поставок при управлении запасами в условиях неопределенности:

D – годовое потребление продукции (параметр не определен; его значение в расчетах формализуется на основе задаваемых в модели сценариев);

C_h - затраты на хранение единицы продукции за год;

C_0 - накладные расходы на каждую поставку;

q - размер заказа;

$C_П$ – цена закупки единицы продукции (параметр не определен; его значение в расчетах формализуется на основе значений для задаваемых в модели сценариев $С_{Пниз.}$ и $С_{Пвыс.}$);

C_s – цена реализации единицы продукции (параметр не определен; его значение в расчетах формализуется на основе задаваемых в модели сценариев);

$C_г$ – общие годовые затраты;

$P_г$ – общая годовая прибыль (до уплаты налогов).

Общие годовые затраты $C_г$, рассматриваемые в качестве функции от q (размер заказа), в формате классической модели управления запасами формализуются на основе соотношения

$$C_г = C_г(q) = C_0D/q + C_hq/2 + C_ПD$$

При этом общая годовая прибыль $P_г = P_г(q)$ как функция от q формализуется на основе соотношения (выручка минус затраты):

$$P_г = P_г(q) = C_sD - C_г(q).$$

Числовые значения параметров модели сведены в табл. 9.1.

Таблица 9.1.

Атрибуты модели управления запасами

Параметр	Числовое значение:	
	для поставщика I	для поставщика II
D	Определяется сценарием при формализации модели	
C_h	1500	
C_0	900 000	
q	Оптимизируемый параметр в формате альтернативы	
$C_{Пвыс.}$	10 000	8 000
$C_{Пниз.}$	12 000	10 000
C_s	Определяется сценарием при формализации модели	

Для экономиста очевидно, что общие издержки включают так же ряд затрат, которые не зависят от выбора параметров стратегии управления запасами (например заработная плата, аренда офисных помещений, представительские расходы и т.п.). Поскольку такие затраты не зависят от размера партии заказа и длительности интервала повторного заказа, то они и не влияют на выбор оптимального решения в формате моделей классической теории управления запасами. Далее при формализации модели управления запасами в условиях неопределенности такие затраты не учитываются.

В формате задач оптимизации решений в условиях неопределенности требуется максимизировать конечный экономический результат: либо показатель годовой ожидаемой выручки, либо показатель годовой ожидаемой прибыли. Соответствующая задача далее формализуется как задача максимизации годовой прибыли $P_г$. При этом будем учитывать возможные случайные потери из-за качества товара. Специфика представления годовой прибыли $P_г$ с учетом ожидаемых потерь в выручке из-за претензий к качеству товара (на основе использования понижающего коэффициента α, где 0≤ α ≤1, для ожидаемой выручки) отражена формулой:

$$P_г(q) = \alpha \cdot C_s D - C_0 D/q - C_h q/2 - C_П D \to \max_{q>0}.$$

Размер заказа при оптимизации прибыли, если известны все параметры модели (в формате анализируемых сценариев для элементов матрицы полезностей), можно находить по формуле Уилсона $q_0=\sqrt{2C_0 D / C_h}$, определяющей экономичный размер заказа. Указанный размер заказа q_0 является оптимальным не только в формате задачи минимизации общих годовых затрат, но также и для достижения максимума прибыли.

2. Формализация модели для оптимального выбора стратегии диверсификации поставок в условиях неопределенности

В условиях неопределенности решение задачи максимизации годовой прибыли при управлении запасами предполагает формализацию сценариев развития событий, которые ЛПР требует учесть при решении соответствующей задачи оптимизации. Они должны определить и формализовать соответствующую полную группу событий. ЛПР само выбирает насколько детально или тщательно такие сценарии будут формализованы. Представленная ниже модель формализована автором совместно со Слободенюк Е.Д. В этой модели управления запасами, указанные сценарии формулируются для следующих ее параметров:

- годового потребления товара (D);
- цены реализации единицы продукции (C_s);
- цены закупки / поставки единицы продукции ($C_П$);
- применительно к потерям прибыли, обусловливаемым, например, претензиями к качеству продукции.

Сценарии для годового потребления и применительно к цене реализации единицы продукции принимаются следующими (см. рис. 9.1).

Реализация продукции за год может быть –

- *низкой* - сценарий D(1), то есть D∈[1000,3500);
- *высокой* - сценарий D(2), то есть D∈[3500,6000].

Цена реализации единицы продукции может быть –

- *низкой* - сценарий $C_s(1)$, то есть C_s∈[11200, 12600);

- *высокой* - сценарий $C_s(2)$, то есть $C_s \in [12600, 14000]$.

При формализации оптимизационной модели также учитывается возможность диверсификации закупки продукции у разных поставщиков. Модель учитывает разные условия доставки и разную цену единицы продукции. Как уже отмечалось выше для цены закупки / поставки единицы продукции в модели приняты два сценария: 1) $C = C_{Пниз.}$; 2) $C = C_{Пвыс}$.

При этом для каждого из поставщиков также будут учтены возможные случайные потери прибыли, обусловливаемые претензиями к качеству соответствующей продукции, причем, как и для других параметров модели (чтобы не делать ее излишне громоздкой), применительно только к двум сценариям:

1) сценарий **(+)**, соотносимый с благоприятным исходом в формате указанных возвратных потоков;

2) сценарий **(-)**, соотносимый с неблагоприятным исходом в формате указанных возвратных потоков.

Как и в модели предыдущей главы 8, указанные потери прибыли далее учитываются на основе введения «понижающего» коэффициента α для значения анализируемой выручки. Соответствующие обозначения представлены в табл. 9.2.

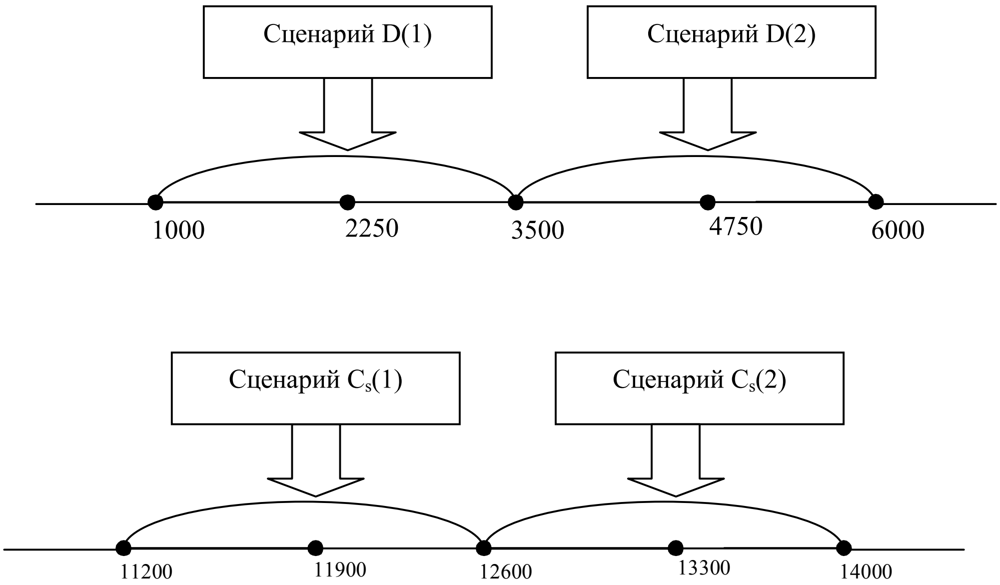


Рис. 9.1. Сценарии учета изменений величины
годового потребления и цены реализации продукции

Таблица 9.2.

Атрибуты модели для сценариев (+) и (-) потерь прибыли

СПЕЦИФИКА «ПОНИЖАЮЩЕГО» КОЭФФИЦИЕНТА	ПОСТАВЩИК	
	I	II
Понижающий коэффициент α для выручки в формате благоприятного исхода для возвратного потока	Сценарий I(+) $\alpha = \alpha_{I+} = 1$	Сценарий II(+) $\alpha = \alpha_{II+} = 1$
Понижающий коэффициент α для выручки в формате неблагоприятного исхода для возвратного потока	Сценарий I(-) $\alpha = \alpha_{I-}$ $\alpha_{I-} = 0,75$	Сценарий II(-) $\alpha = \alpha_{II-}$ $\alpha_{II-} = 0,5$

При реализации указанных в таблице 9.2 исходов имеем:

- для благоприятного исхода величина выручки не понижается ($\alpha=1$);
- для неблагоприятного исхода величина выручки понижается ($0<\alpha<1$).

Формализация полной группы случайных событий. Применительно к анализируемой ситуации полная группа случайных событий, влияющих на конечный экономический результат, должна содержать тридцать два случайные события {Q1, Q2… Q32}. В этом не трудно убедиться. Два сценария в формате каждого из указанных выше пяти случайных факторов (годовое потребление, цена закупки, цена реализации, потери при реализации продукции первого поставщика, потери при реализации продукции второго поставщика) приводят к необходимости рассмотрения тридцати двух (2·2·2·2·2=32) случайных событий. Чтобы облегчить процедуры идентификации параметров модели и их значений, на основе которых необходимо рассчитывать прибыль (применительно к таким событиям), соответствующие данные приведены в таблицах 9.3-а и 9.3-б. Для компактности изложения указанные атрибуты представлены применительно к реализации сценария высокой цены закупки / поставки (события Q1, Q2, … Q16).

Таблица 9.3-а.

Элементы группы случайных событий при высокой цене реализации и $\alpha_{II+}=1$

СОБЫТИЕ	КОМБИНАЦИЯ СЦЕНАРИЕВ В РАМКАХ СОБЫТИЯ	ВАРИАНТЫ РЕАЛИЗАЦИИ ПАРАМЕТРОВ МОДЕЛИ
θ_1	D(1), $C_s(1)$, I(+), II(+), $Сп_{выс}$	$D\in[D_1,D_3)$; $C_s\in[C_{s1}, C_{s3})$; $\alpha_{I+}=1$; $\alpha_{II+}=1$
θ_2	D(2), $C_s(1)$, I(+), II(+), $Сп_{выс}$	$D\in[D_3,D_5)$; $C_s\in[C_{s1}, C_{s3})$; $\alpha_{I+}=1$; $\alpha_{II+}=1$
θ_3	D(1), $C_s(2)$, I(+), II(+), $Сп_{выс}$	$D\in[D_1,D_3)$; $C_s\in[C_{s3}, C_{s5})$; $\alpha_{I+}=1$; $\alpha_{II+}=1$
θ_4	D(2), $C_s(2)$, I(+), II(+), $Сп_{выс}$	$D\in[D_3,D_5)$; $C_s\in[C_{s3}, C_{s5})$; $\alpha_{I+}=1$; $\alpha_{II+}=1$
θ_5	D(1), $C_s(1)$, I(-), II(+), $Сп_{выс}$	$D\in[D_1,D_3)$; $C_s\in[C_{s1}, C_{s3})$; $\alpha_{I-}<1$; $\alpha_{II+}=1$
θ_6	D(2), $C_s(1)$, I(-), II(+), $Сп_{выс}$	$D\in[D_3,D_5)$; $C_s\in[C_{s1}, C_{s3})$; $\alpha_{I-}<1$; $\alpha_{II+}=1$
θ_7	D(1), $C_s(2)$, I(-), II(+), $Сп_{выс}$	$D\in[D_1,D_3)$; $C_s\in[C_{s3}, C_{s5})$; $\alpha_{I-}<1$; $\alpha_{II+}=1$
θ_8	D(2), $C_s(2)$, I(-), II(+), $Сп_{выс}$	$D\in[D_3,D_5)$; $C_s\in[C_{s3}, C_{s5})$; $\alpha_{I-}<1$; $\alpha_{II+}=1$

Таблица 9.3-б.

Элементы группы случайных событий при высокой цене реализации и $\alpha_{II-}<1$

СОБЫТИЕ	КОМБИНАЦИЯ СЦЕНАРИЕВ В РАМКАХ СОБЫТИЯ	ВАРИАНТЫ РЕАЛИЗАЦИИ ПАРАМЕТРОВ МОДЕЛИ
θ_9	D(1), $C_s(1)$, I(+), II(-), $Сп_{выс}$	$D\in[D_1,D_3)$; $C_s\in[C_{s1}, C_{s3})$; $\alpha_{I+}=1$; $\alpha_{II-}<1$
θ_{10}	D(2), $C_s(1)$, I(+), II(-), $Сп_{выс}$	$D\in[D_3,D_5)$; $C_s\in[C_{s1}, C_{s3})$; $\alpha_{I+}=1$; $\alpha_{II-}<1$

θ_{11}	D(1), C_s(2), I(+), II(-), $Сп_{выс}$	$D\in[D_1,D_3)$; $C_s\in[C_{s3}, C_{s5})$; $\alpha_{I+}=1$; $\alpha_{II-}<1$
θ_{12}	D(2), C_s(2), I(+), II(-), $Сп_{выс}$	$D\in[D_3,D_5)$; $C_s\in[C_{s3}, C_{s5})$; $\alpha_{I+}=1$; $\alpha_{II-}<1$
θ_{13}	D(1), C_s(1), I(-), II(-), $Сп_{выс}$	$D\in[1000,3500)$; $C_s\in[11200, 12600)$; $\alpha_{I-}<1$; $\alpha_{II-}<1$
θ_{14}	D(2), C_s(1), I(-), II(-), $Сп_{выс}$	$D\in[3500,6000)$; $C_s\in[11200, 12600)$; $\alpha_{I-}<1$; $\alpha_{II-}<1$
θ_{15}	D(1), C_s(2), I(-), II(-), $Сп_{выс}$	$D\in[1000,3500)$; $C_s\in[12600, 14000)$; $\alpha_{I-}<1$; $\alpha_{II-}<1$
θ_{16}	D(2), C_s(2), I(-), II(-), $Сп_{выс}$	$D\in[3500,6000)$; $C_s\in[11200, 12600)$; $\alpha_{I-}<1$; $\alpha_{II-}<1$

Аналогичным образом представляются указанные атрибуты и применительно к последующим шестнадцати событиям, обусловливаемым реализацией сценария низкой цены закупки / поставки (события Q17, Q18, … Q32). Отличие (соответственно по отношению к событиям Q1, Q2, … Q16) будет лишь в замене показателя $Сп_{выс}$ на показатель $Сп_{низ}$. Убедитесь в этом самостоятельно.

3. Процедуры структуризации стратегий диверсификации поставок при управлении запасами в условиях неопределенности

Формализация анализируемых альтернативных решений. Указанные альтернативы задаются непосредственно ЛПР. В рамках рассматриваемой модели управления запасами в условиях неопределенности решение для ЛПР определяется следующими атрибутами:

- выбором поставщика/поставщиков;
- определением размера заказа/заказов.

Если известен поставщик, известно годовое потребление и накладные расходы на каждую поставку, то в рамках конкретной модели реализации сценариев принимаем, что для параметра q ЛПР выбирает экономичный размер заказа q_0, определяемый приведенной выше формулой Уилсона. Поэтому в формате рассматриваемой здесь модели управления запасами в условиях неопределенности, анализируемые альтернативные решения будут определены, если зафиксировать:

- выбор вариантов для пропорций объемов поставляемой продукции от поставщиков I и II;
- значения для ожидаемой реализации величины годового потребления (D), соотносимой с конкретным сценарием (учитывая необходимый уровень детализации в рамках модели);
- значения накладных расходов на каждую поставку (C_{01}) или (C_{02}), влияние которых зависит от того, какая доля потребления будет обеспечиваться, каким из поставщиков.

Чтобы упростить модель (не сделать ее чрезмерно громоздкой), далее принимаем следующее. Пусть при формировании перечня решений ЛПР желает учесть возможность использования стратегии диверсификации риска потерь, обусловливаемых претензиями к качеству товара, за счет закупки товара от поставщиков I и II в следующих пропорциях:

1. либо равными долями у обоих поставщиков (пропорция 1:1);
2. либо в пропорции 1:2;
3. либо в пропорции 2:1.

(Другие стратегии диверсификации годового объема поставок могли бы быть рассмотрены аналогично, но это увеличило бы число анализируемых решений).

В указанном случае перечень альтернативных решений включает десять решений: {X1, …X10}. Они формализованы в табл. 9.4. Приведем необходимые комментарии. В формате решения X1 они обусловливаются следующим. ЛПР ориентируется на предполагаемое низкое годовое потребление D_2, причем поставки предполагаются только от первого поставщика. Соответственно, размер заказа в формате решения X1 рассчитывается с учетом подстановки показателя D_2 вместо D в формулу для экономичного размера заказа и подстановки параметра C_{01} накладных расходов на каждую поставку вместо C_0 (в указанную формулу). Аналогично формализуются остальные решения. Для определенности далее принимаем, что цена реализации единицы продукции не зависит от выбора поставщика. Другие постановки задач оптимизации могут быть рассмотрены аналогично.

Таблица 9.4.

Анализируемые альтернативы

Альтернативное решение	Комментарии
X1	Ориентация на низкий спрос; закупка у первого поставщика
X2	Ориентация на низкий спрос; закупка у второго поставщика
X3	Ориентация на низкий спрос; закупка 1/3 у первого поставщика и 2/3 у второго поставщика
X4	Ориентация на низкий спрос; закупка 2/3 у первого поставщика и 1/3 у второго поставщика
X5	Ориентация на низкий спрос; закупка 1/2 у первого поставщика и 1/2 у второго поставщика
X6	Ориентация на высокий спрос; закупка у первого поставщика
X7	Ориентация на высокий спрос; закупка у второго поставщика
X8	Ориентация на высокий спрос; закупка 1/2 у первого поставщика и 1/2 у второго
X9	Ориентация на высокий спрос; закупка 1/3 у первого поставщика и 2/3 у второго
X10	Ориентация на высокий спрос; закупка 2/3 у первого поставщика и 1/3 у второго

Формализация матрицы полезностей. Указанная матрица представляет конечный экономический результат прибыли применительно к каждому анализируемому решению и каждому случайному событию из имеющейся полной группы событий. Для анализируемой здесь оптимизационной модели удобно представлять ее не в классическом для теории виде, а в транспонированном, поскольку число возможных случайных событий значительно превосходит число анализируемых ЛПР решений.

Ожидаемая величина годовой прибыли P_{ij} как конкретного элемента соответствующей матрицы полезностей для случая, когда будет принято решение X_j, причем «внешняя» ситуация сложится так, как предусматривает формат события Q_i, представлена в таблицах 9.6-а и 9.6-б (по пять решений в каждой из указанных таблиц). При этом для определенности принято следующее. Для расчетов прибыли, в формате какого-либо из случайных событий {Q_1, Q_2… Q_{32}}, используются именно середины интервалов для возможного диапазона изменения параметров модели управления запасами, определяемых задаваемыми сценариями развития событий.

Таблица 9.6-а.

Матрица полезностей (в формате решений X1 – X5)

	X1	X2	X3	X4	X5
Q1	1 810 248	5 363 105	3 403 291	2 341 718	2 835 574
Q2	5 190 802	11 967 944	8 502 226	6 434 461	7 411 211
Q3	4 960 248	8 513 105	6 553 291	5 491 718	5 985 574
Q4	11 840 802	18 617 944	15 152 226	13 084 461	14 061 211
Q5	-4 883 502	5 363 105	1 172 041	-2 120 782	-511 301
Q6	-8 940 448	11 967 944	3 791 810	-2 986 373	345 586
Q7	-2 521 002	8 513 105	4 059 541	504 218	2 244 949
Q8	-3 952 948	18 617 944	9 887 643	2 555 294	6 164 336
Q9	1 810 248	-8 024 395	-5 521 709	-2 120 782	-3 858 176
Q10	5 190 802	-16 294 556	-10 339 440	-2 986 373	-6 720 039
Q11	4 960 248	-6 449 395	-3 421 709	504 218	-1 495 676
Q12	11 840 802	-12 969 556	-5 906 107	2 555 294	-1 732 539
Q13	-4 883 502	-8 024 395	-7 752 959	-6 583 282	-7 205 051
Q14	-8 940 448	-16 294 556	-15 049 857	-12 407 206	-13 785 664
Q15	-2 521 002	-6 449 395	-5 915 459	-4 483 282	-5 236 301
Q16	-3 952 948	-12 969 556	-11 170 690	-7 973 873	-9 629 414
Q17	-2 689 752	3 113 105	403 291	-1 408 282	-539 426
Q18	-4 309 198	7 217 944	2 168 893	-1 482 206	286 211
Q19	460 248	6 263 105	3 553 291	1 741 718	2 610 574
Q20	2 340 802	13 867 944	8 818 893	5 167 794	6 936 211
Q21	-9 383 502	3 113 105	-1 827 959	-5 870 782	-3 886 301
Q22	-18 440 448	7 217 944	-2 541 524	-10 903 039	-6 779 414
Q23	-7 021 002	6 263 105	1 059 541	-3 245 782	-1 130 051
Q24	-13 452 948	13 867 944	3 554 310	-5 361 373	-960 664
Q25	-2 689 752	-10 274 395	-8 521 709	-5 870 782	-7 233 176
Q26	-4 309 198	-21 044 556	-16 672 774	-10 903 039	-13 845 039
Q27	460 248	-8 699 395	-6 421 709	-3 245 782	-4 870 676
Q28	2 340 802	-17 719 556	-12 239 440	-5 361 373	-8 857 539
Q29	-9 383 502	-10 274 395	-10 752 959	-10 333 282	-10 580 051
Q30	-18 440 448	-21 044 556	-21 383 190	-20 323 873	-20 910 664
Q31	-7 021 002	-8 699 395	-8 915 459	-8 233 282	-8 611 301
Q32	-13 452 948	-17 719 556	-17 504 024	-15 890 539	-16 754 414

Таблица 9.6-б.

Матрица полезностей (в формате решений X6 – X10)

	X6	X7	X8	X9	X10
Q1	1 636 405	5 281 250	2 654 514	3 235 968	2 152 318
Q2	5 443 799	12 086 806	7 673 975	8 745 654	6 709 615
Q3	4 786 405	8 431 250	5 804 514	6 385 968	5 302 318

Q4	12 093 799	18 736 806	14 323 975	15 395 654	13 359 615
Q5	-5 057 345	5 281 250	-692 361	1 004 718	-2 310 182
Q6	-8 687 451	12 086 806	608 350	4 035 238	-2 711 218
Q7	-2 694 845	8 431 250	2 063 889	3 892 218	314 818
Q8	-3 699 951	18 736 806	6 427 100	10 131 071	2 830 449
Q9	1 636 405	-8 106 250	-4 039 236	-5 689 032	-2 310 182
Q10	5 443 799	-16 175 694	-6 457 275	-10 096 012	-2 711 218
Q11	4 786 405	-6 531 250	-1 676 736	-3 589 032	314 818
Q12	12 093 799	-12 850 694	-1 469 775	-5 662 679	2 830 449
Q13	-5 057 345	-8 106 250	-7 386 111	-7 920 282	-6 772 682
Q14	-8 687 451	-16 175 694	-13 522 900	-14 806 429	-12 132 051
Q15	-2 694 845	-6 531 250	-5 417 361	-6 082 782	-4 672 682
Q16	-3 699 951	-12 850 694	-9 366 650	-10 927 262	-7 698 718
Q17	-2 863 595	3 031 250	-720 486	235 968	-1 597 682
Q18	-4 056 201	7 336 806	548 975	2 412 321	-1 207 051
Q19	286 405	6 181 250	2 429 514	3 385 968	1 552 318
Q20	2 593 799	13 986 806	7 198 975	9 062 321	5 442 949
Q21	-9 557 345	3 031 250	-4 067 361	-1 995 282	-6 060 182
Q22	-18 187 451	7 336 806	-6 516 650	-2 298 096	-10 627 885
Q23	-7 194 845	6 181 250	-1 311 111	892 218	-3 435 182
Q24	-13 199 951	13 986 806	-697 900	3 797 738	-5 086 218
Q25	-2 863 595	-10 356 250	-7 414 236	-8 689 032	-6 060 182
Q26	-4 056 201	-20 925 694	-13 582 275	-16 429 346	-10 627 885
Q27	286 405	-8 781 250	-5 051 736	-6 589 032	-3 435 182
Q28	2 593 799	-17 600 694	-8 594 775	-11 996 012	-5 086 218
Q29	-9 557 345	-10 356 250	-10 761 111	-10 920 282	-10 522 682
Q30	-18 187 451	-20 925 694	-20 647 900	-21 139 762	-20 048 718
Q31	-7 194 845	-8 781 250	-8 792 361	-9 082 782	-8 422 682
Q32	-13 199 951	-17 600 694	-16 491 650	-17 260 596	-15 615 385

4. Оптимальная стратегия: традиционные критерии

Реализуем процедуры выбора наилучшей альтернативы в формате различных критериев принятия решения в условиях неопределенности. Указанные процедуры для классических критериев представлены в таблице 9.7. Матрица потерь, которая требуется в формате процедур *S*-критерия Сэвиджа, представлена двумя таблицами: таблица 9.8-а и таблица 9.8-б (по пять решений в каждой из указанных таблиц).

Из таблицы 9.7 легко видно следующее. Максиминный *ММ*-критерий в качестве оптимального решения дает альтернативу X_6, которая ориентирует ЛПР на высокий спрос и поставщика I. Оптимистический *Н*-критерий в качестве оптимального решения дает альтернативу X_7, которая ориентирует ЛПР на высокий спрос и поставщика II. Такое же решение в качестве оптимального выбора дает и нейтральный *N*-критерий. Наконец, *S*-критерий в качестве оптимального решения дает альтернативу X_8, которая ориентирует ЛПР на высокий спрос и при этом - на *диверсификацию годового объема поставок* между поставщиками I и II в равных пропорциях. В группе классических критериев только один критерий Сэвиджа выбрал стратегию диверсификации поставок.

Таблица 9.7.

Выбор оптимального решения на основе критериев:
ММ, H, N, S

Решения	Показатели решений в формате критериев:			
	MM	H	N	S
X1	-18 440 448	11 840 802	-6 123 949	20 662 612
X2	-21 044 556	18 617 944	-3 318 952	26 956 362
X3	-21 383 190	15 152 226	-6 236 149	18 723 258
X4	-20 323 873	13 084 461	-6 857 154	14 527 425
X5	-20 910 664	14 061 211	-6 640 716	14 286 132
X6	**-18 187 451**	12 093 799	-6 044 796	20 543 750
X7	-20 925 694	**18 736 806**	**-3 281 944**	26 837 500
X8	-20 647 900	14 323 975	-6 559 011	**14 118 023**
X9	-21 139 762	15 395 654	-6 160 044	18 556 557
X10	-20 048 718	13 359 615	-6 771 400	14 360 723
Оптимальное решение	**X6**	**X7**	**X7**	**X8**

Таблица 9.8-а.

Матрица потерь (альтернативы $X_1 - X_5$)

	X1	X2	X3	X4	X5
Q1	3 552 857	0	1 959 814	3 021 387	2 527 531
Q2	6 896 004	118 862	3 584 580	5 652 345	4 675 595
Q3	3 552 857	0	1 959 814	3 021 387	2 527 531
Q4	6 896 004	118 862	3 584 580	5 652 345	4 675 595
Q5	10 246 607	0	4 191 064	7 483 887	5 874 406
Q6	21 027 254	118 862	8 294 996	15 073 179	11 741 220
Q7	11 034 107	0	4 453 564	8 008 887	6 268 156
Q8	22 689 754	118 862	8 849 163	16 181 512	12 572 470
Q9	0	9 834 643	7 331 957	3 931 030	5 668 424
Q10	252 997	21 738 355	15 783 239	8 430 172	12 163 838
Q11	0	11 409 643	8 381 957	4 456 030	6 455 924
Q12	252 997	25 063 355	17 999 906	9 538 505	13 826 338
Q13	0	3 140 893	2 869 457	1 699 780	2 321 549
Q14	252 997	7 607 105	6 362 406	3 719 755	5 098 213
Q15	0	3 928 393	3 394 457	1 962 280	2 715 299
Q16	252 997	9 269 605	7 470 739	4 273 922	5 929 463
Q17	5 802 857	0	2 709 814	4 521 387	3 652 531
Q18	11 646 004	118 862	5 167 913	8 819 012	7 050 595
Q19	5 802 857	0	2 709 814	4 521 387	3 652 531

Q20	11 646 004	118 862	5 167 913	8 819 012	7 050 595
Q21	12 496 607	0	4 941 064	8 983 887	6 999 406
Q22	25 777 254	118 862	9 878 330	18 239 845	14 116 220
Q23	13 284 107	0	5 203 564	9 508 887	7 393 156
Q24	27 439 754	118 862	10 432 496	19 348 179	14 947 470
Q25	0	7 584 643	5 831 957	3 181 030	4 543 424
Q26	252 997	16 988 355	12 616 573	6 846 838	9 788 838
Q27	0	9 159 643	6 881 957	3 706 030	5 330 924
Q28	252 997	20 313 355	14 833 239	7 955 172	11 451 338
Q29	0	890 893	1 369 457	949 780	1 196 549
Q30	252 997	2 857 105	3 195 739	2 136 422	2 723 213
Q31	0	1 678 393	1 894 457	1 212 280	1 590 299
Q32	252 997	4 519 605	4 304 073	2 690 588	3 554 463

Таблица 9.8-б.

Матрица потерь (альтернативы $X_6 - X_{10}$)

	X6	X7	X8	X9	X10
Q1	3 726 700	81 855	2 708 591	2 127 137	3 210 787
Q2	6 643 007	0	4 412 831	3 341 152	5 377 191
Q3	3 726 700	81 855	2 708 591	2 127 137	3 210 787
Q4	6 643 007	0	4 412 831	3 341 152	5 377 191
Q5	10 420 450	81 855	6 055 466	4 358 387	7 673 287
Q6	20 774 257	0	11 478 456	8 051 568	14 798 024
Q7	11 207 950	81 855	6 449 216	4 620 887	8 198 287
Q8	22 436 757	0	12 309 706	8 605 735	15 906 357
Q9	173 843	9 916 498	5 849 484	7 499 280	4 120 430
Q10	0	21 619 493	11 901 074	15 539 811	8 155 017
Q11	173 843	11 491 498	6 636 984	8 549 280	4 645 430
Q12	0	24 944 493	13 563 574	17 756 478	9 263 350
Q13	173 843	3 222 748	2 502 609	3 036 780	1 889 180
Q14	0	7 488 243	4 835 449	6 118 978	3 444 600
Q15	173 843	4 010 248	2 896 359	3 561 780	2 151 680
Q16	0	9 150 743	5 666 699	7 227 311	3 998 767
Q17	5 976 700	81 855	3 833 591	2 877 137	4 710 787
Q18	11 393 007	0	6 787 831	4 924 485	8 543 857
Q19	5 976 700	81 855	3 833 591	2 877 137	4 710 787

Q20	11 393 007	0	6 787 831	4 924 485	8 543 857
Q21	12 670 450	81 855	7 180 466	5 108 387	9 173 287
Q22	25 524 257	0	13 853 456	9 634 902	17 964 691
Q23	13 457 950	81 855	7 574 216	5 370 887	9 698 287
Q24	27 186 757	0	14 684 706	10 189 068	19 073 024
Q25	173 843	7 666 498	4 724 484	5 999 280	3 370 430
Q26	0	16 869 493	9 526 074	12 373 145	6 571 684
Q27	173 843	9 241 498	5 511 984	7 049 280	3 895 430
Q28	0	20 194 493	11 188 574	14 589 811	7 680 017
Q29	173 843	972 748	1 377 609	1 536 780	1 139 180
Q30	0	2 738 243	2 460 449	2 952 311	1 861 267
Q31	173 843	1 760 248	1 771 359	2 061 780	1 401 680
Q32	0	4 400 743	3 291 699	4 060 645	2 415 434

Реализация требуемых процедур для критерия Гурвица при разных значениях весового коэффициента «*с»* представлена в таблице 9.9. Соответственно *HW*-критерий при рассмотренных значениях параметра «*с»* в качестве оптимального выбора дает либо альтернативу X_7 (при малых значениях указанного параметра), которая ориентирует ЛПР на высокий спрос и поставщика II, либо альтернативу X_6 (при больших его значениях), которая ориентирует ЛПР на высокий спрос и поставщика I. Обратим внимание на то, что критерий Гурвица не выбирает стратегию диверсификации поставок в качестве оптимальной (ни при каком из значений параметра «*с»*).

Таблица 9.9.

Выбор оптимальной альтернативы по критерию Гурвица:
HW-критерий при *с*= 0,8; 0,2; 0,4.

Решения	HW- критерий		
	с=0,8	*с*=0,2	*с*=0,4
X1	-12 384 198	5 784 552	-271 698
X2	-13 112 056	10 685 444	2 752 944
X3	-14 076 107	7 845 143	538 060
X4	-13 642 206	6 402 794	-278 873
X5	-13 916 289	7 066 836	72 461
X6	**-12 131 201**	6 037 549	-18 701
X7	-12 993 194	**10 804 306**	**2 871 806**
X8	-13 653 525	7 329 600	335 225
X9	-13 832 679	8 088 571	781 488
X10	-13 367 051	6 677 949	-3 718
Оптимальное Решение	**X6**	**X7**	**X7**

В формате рассмотренной оптимизационной модели управления запасами в условиях неопределенности, практически все известные и традиционно предлагаемые теорией критерии, ***не выбрали диверсификацию поставок*** в качестве оптимального / наилучшего решения (даже, если ЛПР априори предпочитает ее). В частности, критерий Гурвица не выбрал такую стратегию, ни при каком значении весового параметра «*с*». Только *S*-критерий Сэвиджа дал рекомендации, которые ориентируют ЛПР на стратегию диверсификации поставок между предложениями поставщиков. Особенности такого эффекта в формате задач управления запасами уже были отмечены выше. Они и потребовали расширить для менеджера по логистике соответствующий арсенал методов оптимизации: выбирая критерий, менеджер при управлении запасами в условиях неопределенности может и должен находить наилучшее / оптимальное решение с учетом соответствующих предпочтений ЛПР. Формат представленной здесь оптимизационной модели управления запасами в условиях неопределенности снова проиллюстрировал указанный в разделе 2 феномен блокировки выбора стратегий диверсификации поставок.

Поэтому далее найдем оптимальные решений в формате представленных в разделе 2 новых модификаций для критериев принятия решений, разработанных специально для задач оптимизации моделей систем управления запасами в условиях неопределенности.

5. Оптимальная стратегия: модифицированные критерии

Модифицированный критерий Гурвица применительно к матрице потерь Сэвиджа ($HW_{mod(S)}$ - критерий). Напомним, что процедуры нахождения наилучшего решения в рамках такого критерия ориентированы на матрицу рисков или потерь. Они предусматривают:

- введение дополнительной строки для матрицы потерь;
- ее элементы (по столбцам) заполняются средним арифметическим взвешенным значением для наихудших и наилучших показателей потерь, причем параметр c - соответствующий “весовой” коэффициент для показателя наихудших потерь;
- из всех показателей дополнительной строки определяется самый лучший (самый меньший, поскольку он соотносится с потерями прибыли: «из всех зол выбирается наименьшее»); соответствующее решение принимается в качестве наилучшего.

Реализация требуемых процедур для представленного специального модифицированного $HW_{mod(S)}$-критерия Гурвица при разных значениях весового параметра «*с*» (при тех же, которые моделировались в формате критерия Гурвица) представлена в таблице 9.10. Указанный модифицированный $HW_{mod(S)}$-критерий дает в качестве оптимального решения альтернативу X_8. Она ориентирует ЛПР, с одной стороны, - на высокий спрос, а с другой стороны, - на *диверсификацию годового объема поставок* между поставщиками I и II в равных пропорциях (в отличие от традиционного варианта использования критерия Гурвица).

Таблица 9.10.

Выбор оптимальной альтернативы по модифицированному критерию Гурвица применительно к матрице потерь Сэвиджа ($HW_{mod(S)}$ - критерий)

Решение	$HW_{mod(S)}$ -критерий		
	c=0,8	c=0,2	c=0,4
X1	21 951 803	5 487 951	10 975 902
X2	20 050 684	5 012 671	10 025 342
X3	14 126 033	2 504 416	6 378 288
X4	15 288 587	3 109 812	7 169 404
X5	11 718 666	2 032 255	5 261 059
X6	21 749 406	5 437 351	10 874 703
X7	19 955 594	4 988 899	9 977 797
X8	**11 472 243**	**1 834 854**	**5 047 317**

X9	13 897 826	2 321 872	6 180 523
X10	15 030 583	2 903 261	6 945 702
Показатель критерия	**11 472 243**	**1 834 854**	**5 047 317**
Оптимальный выбор	**X8**	**X8**	**X8**

Модифицированный критерий Гермейера $G_{k(УТ)}$(mod) с привязкой к УТ. Рассмотренная выше модель оптимизации размера заказа партии товара в условиях неопределенности иллюстрирует, что для выбора стратегии диверсификации менеджер должен использовать именно модифицированные критерии. Иначе выбор будет падать на те решения, где участвует только один поставщик. Покажем, что для выбора стратегий диверсификации в качестве оптимальных решений можно использовать также и специальную модификацию критерия Гермейера (критерий $G_{k(УТ)}$*(mod)*), предложенную в разделе 2.

Для реализации наилучшего / оптимального выбора по указанному критерию на первом шаге соответствующих процедур, напомним, требуется модифицировать матрицу полезностей таким образом, что бы все ее элементы были положительны. Для этого прибавим ко всем элементам указанной матрицы одно и то же число 22 000 000. Новая модифицированная матрица полезностей представлена в таблицах 9.11-а (в формате альтернативных решений X1, X2, X3, X4, X5) и 9.11-б (в формате альтернативных решений X6, X7, X8, X9, X10).

Таблица 9.11-а.

Модифицированная матрица полезностей
(формат решений X1, X2, X3, X4, X5)

	X1	X2	X3	X4	X5
Q1	23 810 248	27 363 105	25 403 291	24 341 718	24 835 574
Q2	27 190 802	33 967 944	30 502 226	28 434 461	29 411 211
Q3	26 960 248	30 513 105	28 553 291	27 491 718	27 985 574
Q4	33 840 802	40 617 944	37 152 226	35 084 461	36 061 211
Q5	17 116 498	27 363 105	23 172 041	19 879 218	21 488 699
Q6	13 059 552	33 967 944	25 791 810	19 013 627	22 345 586
Q7	19 478 998	30 513 105	26 059 541	22 504 218	24 244 949
Q8	18 047 052	40 617 944	31 887 643	24 555 294	28 164 336
Q9	23 810 248	13 975 605	16 478 291	19 879 218	18 141 824
Q10	27 190 802	5 705 444	11 660 560	19 013 627	15 279 961
Q11	26 960 248	15 550 605	18 578 291	22 504 218	20 504 324
Q12	33 840 802	9 030 444	16 093 893	24 555 294	20 267 461
Q13	17 116 498	13 975 605	14 247 041	15 416 718	14 794 949
Q14	13 059 552	5 705 444	6 950 143	9 592 794	8 214 336
Q15	19 478 998	15 550 605	16 084 541	17 516 718	16 763 699
Q16	18 047 052	9 030 444	10 829 310	14 026 127	12 370 586
Q17	19 310 248	25 113 105	22 403 291	20 591 718	21 460 574
Q18	17 690 802	29 217 944	24 168 893	20 517 794	22 286 211

Q19	22 460 248	28 263 105	25 553 291	23 741 718	24 610 574
Q20	24 340 802	35 867 944	30 818 893	27 167 794	28 936 211
Q21	12 616 498	25 113 105	20 172 041	16 129 218	18 113 699
Q22	3 559 552	29 217 944	19 458 476	11 096 961	15 220 586
Q23	14 978 998	28 263 105	23 059 541	18 754 218	20 869 949
Q24	8 547 052	35 867 944	25 554 310	16 638 627	21 039 336
Q25	19 310 248	11 725 605	13 478 291	16 129 218	14 766 824
Q26	17 690 802	955 444	5 327 226	11 096 961	8 154 961
Q27	22 460 248	13 300 605	15 578 291	18 754 218	17 129 324
Q28	24 340 802	4 280 444	9 760 560	16 638 627	13 142 461
Q29	12 616 498	11 725 605	11 247 041	11 666 718	11 419 949
Q30	3 559 552	955 444	616 810	1 676 127	1 089 336
Q31	14 978 998	13 300 605	13 084 541	13 766 718	13 388 699
Q32	8 547 052	4 280 444	4 495 976	6 109 461	5 245 586

Таблица 9.11-б.

Модифицированная матрица полезностей
(формат решений X6, X7, X8, X9, X10)

	X6	X7	X8	X9	X10
Q1	23 636 405	27 281 250	24 654 514	25 235 968	24 152 318
Q2	27 443 799	34 086 806	29 673 975	30 745 654	28 709 615
Q3	26 786 405	30 431 250	27 804 514	28 385 968	27 302 318
Q4	34 093 799	40 736 806	36 323 975	37 395 654	35 359 615
Q5	16 942 655	27 281 250	21 307 639	23 004 718	19 689 818
Q6	13 312 549	34 086 806	22 608 350	26 035 238	19 288 782
Q7	19 305 155	30 431 250	24 063 889	25 892 218	22 314 818
Q8	18 300 049	40 736 806	28 427 100	32 131 071	24 830 449
Q9	23 636 405	13 893 750	17 960 764	16 310 968	19 689 818
Q10	27 443 799	5 824 306	15 542 725	11 903 988	19 288 782
Q11	26 786 405	15 468 750	20 323 264	18 410 968	22 314 818
Q12	34 093 799	9 149 306	20 530 225	16 337 321	24 830 449
Q13	16 942 655	13 893 750	14 613 889	14 079 718	15 227 318
Q14	13 312 549	5 824 306	8 477 100	7 193 571	9 867 949
Q15	19 305 155	15 468 750	16 582 639	15 917 218	17 327 318
Q16	18 300 049	9 149 306	12 633 350	11 072 738	14 301 282
Q17	19 136 405	25 031 250	21 279 514	22 235 968	20 402 318

Q18	17 943 799	29 336 806	22 548 975	24 412 321	20 792 949
Q19	22 286 405	28 181 250	24 429 514	25 385 968	23 552 318
Q20	24 593 799	35 986 806	29 198 975	31 062 321	27 442 949
Q21	12 442 655	25 031 250	17 932 639	20 004 718	15 939 818
Q22	3 812 549	29 336 806	15 483 350	19 701 904	11 372 115
Q23	14 805 155	28 181 250	20 688 889	22 892 218	18 564 818
Q24	8 800 049	35 986 806	21 302 100	25 797 738	16 913 782
Q25	19 136 405	11 643 750	14 585 764	13 310 968	15 939 818
Q26	17 943 799	1 074 306	8 417 725	5 570 654	11 372 115
Q27	22 286 405	13 218 750	16 948 264	15 410 968	18 564 818
Q28	24 593 799	4 399 306	13 405 225	10 003 988	16 913 782
Q29	12 442 655	11 643 750	11 238 889	11 079 718	11 477 318
Q30	3 812 549	1 074 306	1 352 100	860 238	1 951 282
Q31	14 805 155	13 218 750	13 207 639	12 917 218	13 577 318
Q32	8 800 049	4 399 306	5 508 350	4 739 404	6 384 615

На втором шаге процедур оптимизации по специальному модифицированному $G_{k(УТ)}$ *(mod)* -критерию требуется для найденной модифицированной матрицы полезности определить координаты соответствующей утопической точки (УТ). Они приведены в таблице 9.12.

Таблица 9.12.

Координаты утопической точки

Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Q6	Q7	Q8
27363105	34086806	30513105	40736806	27363105	34086806	30513105	40736806

Продолжение таблицы

Q9	Q10	Q11	Q12	Q13	Q14	Q15	Q16
23810248	27443799	26960248	34093799	17116498	13312549	19478998	18300049

Продолжение таблицы

Q17	Q18	Q19	Q20	Q21	Q22	Q23	Q24
25113105	29336806	28263105	35986806	25113105	29336806	28263105	35986806

Продолжение таблицы

Q25	Q26	Q27	Q28	Q29	Q30	Q31	Q32
19310248	17943799	22460248	24593799	12616498	3812549	14978998	8800049

На третьем шаге процедур оптимизации по модифицированному $G_{k(УТ)}$ *(mod)* -критерию необходимо формализовать отношение ЛПР к каждому случайному событию $Q_{i.}$ (i $\in [1,2,..,32]$) из полной группы таких событий, которые влияют на конечный экономический результат. Указанное отношение ЛПР может задаваться любым образом и в формате любой шкалы. В данной ситуации каждое из указанных событий $Q_{i.}$ оценим по десятибалльной шкале (субъективные оценки ЛПР важности событий). Результат формализации таких оценок для Q_i представим в виде вектора $\overline{k} = (k_1,...,k_{32})$. Для более полной иллюстрации рассмотрим три типа таких векторов:

- вектор K0;
- вектор K1;
- вектор K2.

Их компоненты / координаты представлены в таблице 9. 13.

Таблица 9.13.

Координаты векторов K0, K1 и K2 в формате их представления в виде $\overline{k} = (k_1,...,k_{32})$

	Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Q6	Q7	Q8	Q9	Q10	Q11	Q12	Q13	Q14	Q15	Q16
K0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
K1	3	1	1	4	4	4	4	1	1	1	1	1	1	1	1	1
K2	1	1	1	1	1	2	3	3	4	4	1	1	1	1	1	1

Продолжение таблицы

Q17	Q18	Q19	Q20	Q21	Q22	Q23	Q24	Q25	Q26	Q27	Q28	Q29	Q30	Q31	Q32
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	5	5	5	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

Замечание. Из таблицы 9.13 видно, что вектор K0 = $\overline{k}_0$ представляет собой равнозначное субъективное отношение ЛПР к шансам наступления всех событий $Q_{i.}$ (i $\in [1,..,32]$). При этом каждый из векторов K1 = $\overline{k}_1$ и K2 = $\overline{k}_2$ задает уже некоторое индивидуальное отношение ЛПР к таким событиям Q_i (i $\in [1..32]$). Например, в формате вектора K2 принимается, что большинство событий (конкретно – события Q1- Q5 и Q11 - Q32) равнозначны. Только шансы событий Q6, Q7, Q8, Q9 и Q10 оцениваются ЛПР как более важные (соответственно их балльным оценкам).

На четвертом шаге соответствующих процедур оптимизации по $G_{k(УТ)}$ *(mod)* -критерию требуется модифицировать матрицу полезностей с учетом конкретного заданного ЛПР вектора $\overline{k}_i$, т.е. в нашей ситуации – либо вектора K0, либо вектора K1, либо вектора K2 . При этом каждый элемент матрицы P_{ij} умножается на соответствующую компоненту заданного вектора $k_{i.}$. Для каждого решения Xi (по столбцу, т.к. матрица полезностей транспонирована) определяется минимальное значение показателя $G_{k(УТ)}$-критерия. Для приведенной выше модифицированной матрицы полезностей (табл. 9.11-а и 9.11-б) найденные оптимальные решения X_j по $G_{k(УТ)}$ *(mod)* -критерию представлены в таблице 9.14 (отдельно для каждого из указанных векторов).

Таблица 9.14.

Оптимальное решение по специальному модифицированному $G_{k(УТ)}$ *(mod)* -критерию.

Век-тор	АНАЛИЗИРУЕМЫЕ АЛЬТЕРНАТИВНЫЕ РЕШЕНИЯ										*max* по строке
	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8	X9	X10	
K0	0,12	0,05	0,16	0,38	0,29	0,13	0,06	0,35	0,23	**0,38**	**0,38**
K1	0,02	0,05	0,13	0,08	0,10	0,03	0,06	0,11	**0,13**	0,08	**0,13**
K2	0,12	0,05	0,11	0,17	0,14	0,13	0,05	0,14	0,11	**0,17**	**0,17**

Из таблицы 9.14 легко видеть, что для всех рассмотренных здесь типов отношений ЛПР к событиям полной группы (формализованных на основе различных векторов вида $\overline{k} = (k_1,...,k_{32})$) специальный модифицированный $G_{k(УТ)}$ *(mod)* -критерий выбирает в качестве наилучшего / оптимального решения именно стратегию *диверсификации годового объема поставок* между имеющимися предложениями поставщика I и поставщика II: альтернативы X_9 (в формате процедур оптимизации с учетом вектора K1) и X_{10} (в формате процедур оптимизации с учетом вектора K0 или вектора K2). Атрибуты указанных альтернатив см. в таблице 9.4. Таким образом, мы еще раз убедились в том, что предложенные в разделе 2 подходы к модификации критериев оптимизации в условиях неопределенности существенно обогащают арсенал средств менеджера по логистике для адаптации выбора к конкретным имеющимся предпочтениям ЛПР. Они позволяют устранять аномальный эффект блокировки выбора стратегий диверсификации в моделях оптимизации систем управления запасами в условиях неопределенности.

9.6. Моделируя системы управления запасами в условиях неопределенности в формате вашего бизнеса, подчеркните, какие из таких подходов больше соотносятся с особенностями вашего бизнеса.

9.7. Какая специфика отношения ЛПР к неопределенности конечного экономического результата формализуется в формате подходов, о которых шла речь в предыдущих вопросах?

БИБЛИОРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Практическая энциклопедия. Логистика / Под ред. проф. Сергеева В.И. – М.: МЦФЭР, 2007.
2. Корпоративная логистика. 300 ответов на вопросы профессионалов / Под ред. Проф. Сергеева В.И. – М.: Инфра-М, 2004. –967 с.
3. *Сток Д.Р., Ламберт Д.М.* Стратегическое управление логистикой. – М.: ИНФРА –М, 2005. XXXII, - 797 с.
4. *Бродецкий Г.Л.* Управление запасами. – М.: «Эксмо», 2007. – 400 с. – (Высшее экономическое образование).
5. *Бродецкий Г.Л.* Управление запасами. Эффект временной стоимости денег. – М.: «Эксмо», 2008. – 352 с. (Полный курс МВА).
6. *Бродецкий Г.Л.* Моделирование логистических систем. Оптимальные решения в условиях риска. - М.: «Вершина», 2006. – 376 с.
7. *Бродецкий Г.Л.* Системная аналитика принятия решений в исследованиях логистики. – М.: Изд. ГУ-ВШЭ, 2004. -170 с.
8. Дубров А.М., Лагоша Б.А., Хрусталёв Е.Ю. Моделирование рисковых ситуаций в экономике и бизнесе: Учеб. пособие / Под ред. Б.А. Лагоши. – М.: Финансы и статистика, 1999. – 176 с.: ил.
9. Мушик Э., Мюллер П. Методы принятия технических решений. - М.: Мир, 1990.
10. Стерлигова А.Н. Управление запасами в цепях поставок: учебник. – М.: ИНФРА-М, 2008. – 430 с. – (Высшее образование).
11. Шрайбфедер Дж. Эффективное управление запасами. М.: Альпина Бизнес Букс, 2005.